

과 목 명 : 수학 II

과 목 코 드 : 03

2019학년도 2학기 2차 지필평가 제 (2) 학년 (공통) 과 정 2019년 12 월 16 일 2 교시 시행

- * 답안지에 인적 사항을 정확히 기록하십시오.
- * 선택형 문항의 답안 표기는 컴퓨터용 사인펜을 사용하십시오.
- * 논술형은 흑색 볼펜을 사용하여 바르게 작성하십시오.
- * 논술형 답안 작성 시 반드시 작은 문항을 표기하고 작성하십시오.

시 오.
 * 선택형 총 15 문항 = 65 점 만점
 * 논술형 총 5 문항 = 35 점 만점

(각 문항별 배점 표시)

1. 함수 $f(x) = x^2 - 5x + 2$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 다음의 평균값 정리를 만족시키는 상수 c 의 값은? [3.6점]

- 평균값 정리 -

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능할 때,

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

인 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{9 - 15 + 2 - 2}{3} = \frac{-6}{3} = -2$

$2x - 5 = -2$

$\frac{3}{2}$

2. 정적분 $\int_{-1}^3 (3x^2 - 1)dx$ 의 값은? [3.7점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$x^3 - x$

$27 - 3 - (-1 + 1)$

24

3. 닫힌구간 $[1, 5]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ 의 최댓값 M , 최솟값 m 에 대하여 $M+m$ 의 값은? [3.8점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

$3x^2 - 12x + 9$ (3, 1)

$64 - 0 + 36 = 100$ $3(25 - 4x + 3)$ $8 - 24 + 9 + 1$

100 $3(25 - 30 + 3)$ $1 - 6 + 9 + 1 = 5$

100 $125 - 30 + 9 + 1 = 105$ $4x^2$

100 64 $8x^3 - 12x^2$

4. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + bx + 33$ 가 극댓값 33, 극솟값 1을 가질 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

(단, $a < 0$ 이다.) [3.9점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

$3x^2 - 6ax$ $8a^3 - 6a^2 + b$ $3a^2 - 2$

$3a(x - 2a)$ $2a^3 + b$ $\frac{b}{3a}$

$3a^2 - 6ax$ $3a(x - 2a)$ $-\frac{6a^2 + b}{3a}$

5. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{3-h}^{3+h} (x+x^2)dx$ 의 값은? [4.0점]

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

$3^2 + 3 = 12$

$2f'(3)$

$9 + 3 = 12$

6. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가 $x = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 9t + 12$ 이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 20이다. 이 때, $t = 2$ 에서 점 P의 위치는? (단, a 는 상수이다.) [4.1점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{3}t^3 - 6t^2 - 9t + 12 \\
 & 6t - 6 \\
 & 8 - 12 - 18 \\
 & -12 \\
 & -11 \quad t=2 \\
 & 9t^2 - 6t - 9 \\
 & 1 - 3 - 9 \\
 & 8 - 12 - 18 \\
 & -12 \\
 & -11 \quad t=2 \\
 & 9t^2 - 6t \\
 & 6t - 6 = 0 \\
 & t = 1
 \end{aligned}$$

7. 함수 $f(x) = x^2 + 4(x \geq 0)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $\int_0^4 f(x)dx + \int_4^{20} g(x)dx$ 의 값은? [4.2점]

- ① 40 ② 60 ③ 80 ④ 100 ⑤ 120

$$\int_0^4 \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}ax^2 - 2x$$

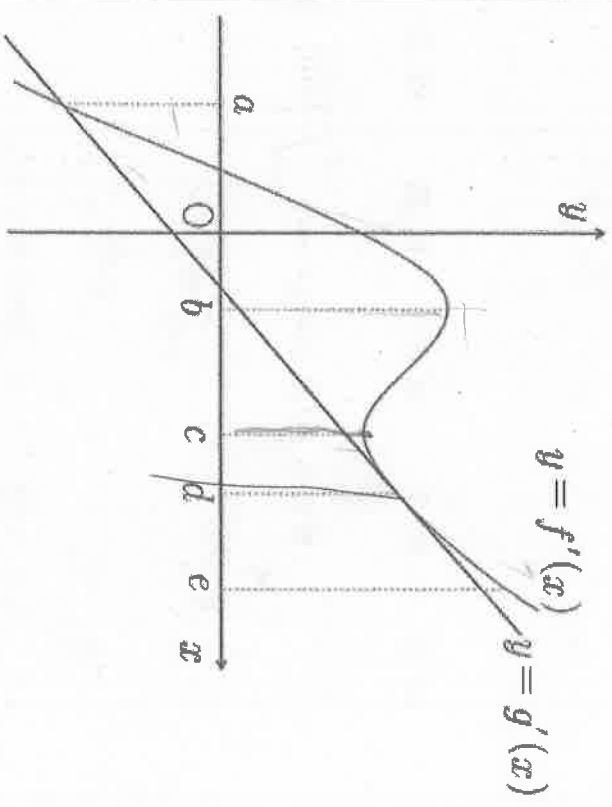
$$\frac{16}{3} + 16a - 2a$$

8. 다항함수 $f(x)$ 가 $f(x) = 2x^2 + \int_0^{2x} (3x-1)f(t)dt$ 를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4.3점]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{31}{9}$ ③ $\frac{32}{9}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{34}{9}$

$$\begin{aligned}
 & 2x^2 + 3x \int_0^{2x} f(t)dt - \int_0^{2x} f(t)dt \\
 & 2x^2 + 3x \int_0^{2x} (2t^2 + 3t)dt - \int_0^{2x} (2t^2 + 3t)dt \\
 & 2x^2 + 3x(3x^2 - 1) - (2x^3 + 3x^2) \\
 & 2x^2 + 9x^3 - 3x - 2x^3 - 3x^2 - 2x \\
 & 2x^2 + 6x^3 - 5x - 2x \\
 & 2x^2 + 6x^3 - 7x
 \end{aligned}$$

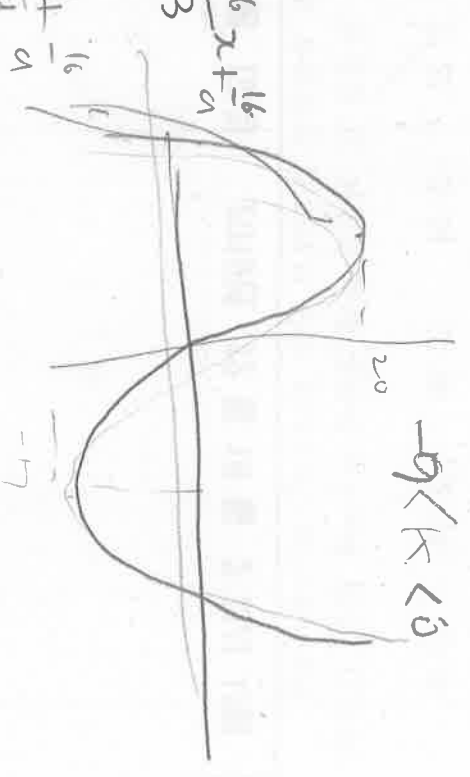
9. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수 $y = g'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $y = f'(x)$ 와 $y = g'(x)$ 의 그래프의 교점의 x 좌표가 a, d 이고, 함수 $f'(x)$ 는 $x=b$ 에서 극대, $x=c$ 에서 극소일 때, 함수 $h(x) = f(x) - g(x)$ 가 극소일때의 x 의 값은? [4.4점]



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

10. 두 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x$, $g(x) = -x^3 - 6x^2 + 10x + k$ 에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 최댓값은? [4.5점]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3





11. $x \geq 1$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가
 $f(x) = (x-2)^2(x+1), g(x) = 9x+k$ 이다. $x \geq 1$ 일 때,
 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 항상 성립하도록 하는 실수 k 의
 최댓값은? [4.7점]

- ① -23 ② -12 ③ 4 ④ 7 ⑤ 10

$(x^2 - 4x + 4)(x+1)$
 $x^3 - 4x^2 + 4x + x^2 - 4x + 4$
 $x^3 - 3x^2 + 4$
 $x^3 - 3x^2 - 4x + k \geq 0$
 $3x^2 - 6x - 4$
 $x(x^2 - 2x - 3)$
 $(x-3)(x+1)$
 $x > 3$

12. 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수를
 $h(x)$ 라 하자. $f(-1) = f(1) = f(3) = 0$ 일 때, <보기>에서
 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

<보기>

- ㄱ. $\int_{-1}^1 f(x)dx > 0$
 ㄴ. $h(1) > 0$
 ㄷ. $\int_m^n h(x)dx$ 의 값이 최대일 때, $m+n = -\frac{1}{3}$ 이다.
 (단, $m < n$)

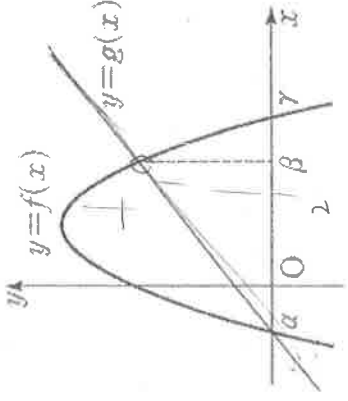
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$(-a)(x-1)(x+1)(x-3)$

$x^2 - 1$
 $a(x^3 - 3x^2 - x + 3)$
 $a(x^2 - 6x - 1)$
 $(-1+1) - 1 = -1+1 = 0$

13. 이차함수 $f(x)$ 와 일차함수 $g(x)$ 에 대하여 세 실수
 α, β, γ 가 $\alpha < 0, 2 < \beta \leq \gamma$ 이고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프
 와 직선 $y = g(x)$ 가 그림과 같다.

$h(x) = \int_2^x \{g(t) - f(t)\}dt$ 라 할 때, <보기>에서 옳은
 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.9점]



<보기>

- ㄱ. $h(2) = 0$
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 의 극댓값은 $h(\beta)$ 이다.
 ㄷ. 방정식 $h(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 2$

14. 최고차항의 계수가 3인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여
 함수 $g(x) = |f(x)|$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 미분가능하고 $g(2) = g'(2)$ 이다.
 (나) $g(x)$ 는 $x=-2, x=0, x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.

$g(1)$ 의 값은? [5.0점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

$3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$
 $9x^2 + 2ax + b$
 $9x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$
 $12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$
 $9x^2 - 4$
 $9x^2 - 4$



15. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 이다.
- (다) $0 \leq x \leq 2$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = |1-x| - 1$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \int_0^{3n-2} f(x) dx$ 일 때,

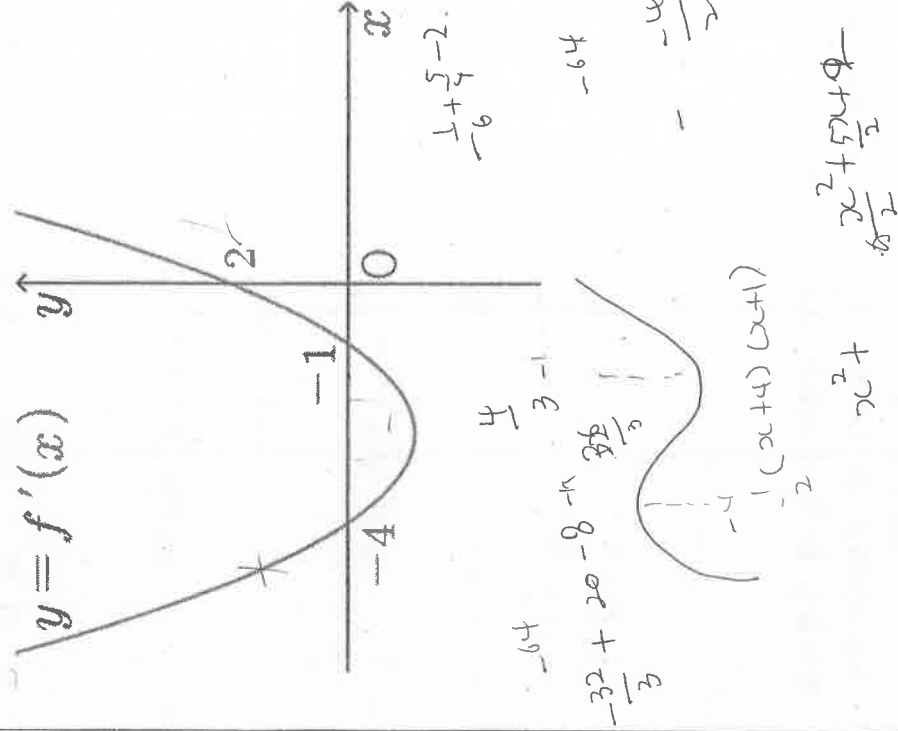
값은? [5.1점]

- ① -1012
- ② -1011
- ③ -1010
- ④ -1009
- ⑤ -1008

Handwritten calculations for the sequence problem:
 $9 - 3 = 6$
 $6 \times 3 = 18$
 $18 - 3 = 15$
 $15 - 3 = 12$
 $12 - 3 = 9$
 $9 - 3 = 6$
 $6 - 3 = 3$
 $3 - 3 = 0$
 $0 - 3 = -3$
 $-3 - 3 = -6$
 $-6 - 3 = -9$
 $-9 - 3 = -12$
 $-12 - 3 = -15$
 $-15 - 3 = -18$
 $-18 - 3 = -21$
 $-21 - 3 = -24$
 $-24 - 3 = -27$
 $-27 - 3 = -30$
 $-30 - 3 = -33$
 $-33 - 3 = -36$
 $-36 - 3 = -39$
 $-39 - 3 = -42$
 $-42 - 3 = -45$
 $-45 - 3 = -48$
 $-48 - 3 = -51$
 $-51 - 3 = -54$
 $-54 - 3 = -57$
 $-57 - 3 = -60$
 $-60 - 3 = -63$
 $-63 - 3 = -66$
 $-66 - 3 = -69$
 $-69 - 3 = -72$
 $-72 - 3 = -75$
 $-75 - 3 = -78$
 $-78 - 3 = -81$
 $-81 - 3 = -84$
 $-84 - 3 = -87$
 $-87 - 3 = -90$
 $-90 - 3 = -93$
 $-93 - 3 = -96$
 $-96 - 3 = -99$
 $-99 - 3 = -102$
 $-102 - 3 = -105$
 $-105 - 3 = -108$
 $-108 - 3 = -111$
 $-111 - 3 = -114$

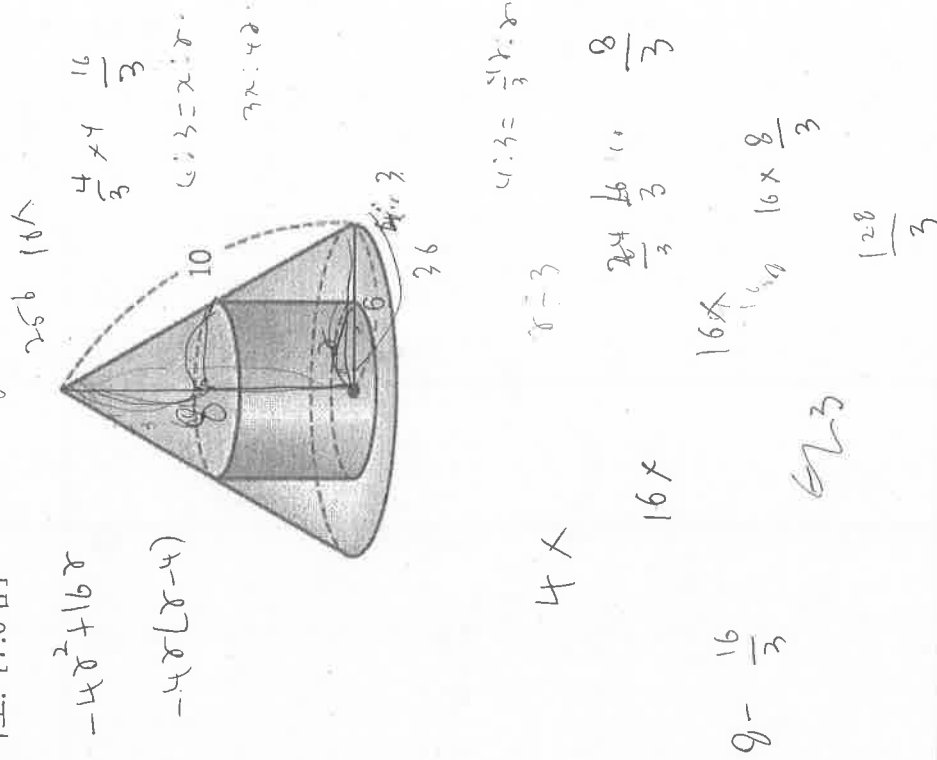
[논술형 2번]

삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f(0) = 0$ 일 때, 방정식 $f(x) = k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, $f'(-4) = 0, f'(-1) = 0, f'(0) = 2$ 이다.) [7.0점]



[논술형 3번]

그림과 같이 모선의 길이가 10이고 밑면의 반지름의 길이가 6인 원뿔에 원기둥이 내접하고 있다. 이 원기둥의 부피가 최대일 때, 원기둥의 높이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7.0점]



[논술형 1번]

모든 실수 x 에 대하여 등식 $\int_0^x f(t) dt = 5x^2 + 2x - 3$ 을 만족시키는 함수 $f(x)$ 와 음수 a 의 값을 각각 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6.0점]

Handwritten note: $5, 1, 3$



[논술형 4번]

함수 $f(t) = \begin{cases} 3t^2 - 6t & (t < 0) \\ -3t^2 + 6t & (t \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

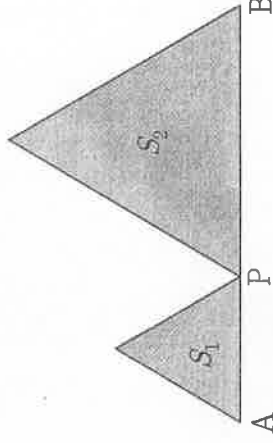
$$g(x) = \int_x^0 f(t) dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

$-3t^2 + 6t$
 $\rightarrow 3t(2-t)$
 $0, 2$
 $8 - 4$

[논술형 5번]

길이가 10인 선분 AB 위를 움직이는 점 P가 점 A를 출발하여 매초 k 만큼씩 일정한 속력으로 점 B를 향해 움직이고 있다. 선분 AP와 선분 PB를 각각 한 변으로 하는 두 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2 라 하고, $S = S_1 + S_2$ 라 하자. $\overline{AP} = 6$ 인 점에서 $\frac{dS}{dt} = 2\sqrt{3}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [8.0점]



14.8
 109.2
 80.8
 672.8
 170.8

답안지를 다시 한 번 확인해 주시기 바랍니다.

이 시험문제의 저작권은 상원고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

