

2020학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열 I)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1

닫힌 구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = e^x \sin x$ 가 있다. $f(x)$ 가 $x = \theta$ 에서 최댓값 M 을 가질 때 다음 물음에 답하시오. [35점]

(1) θ 와 M 의 값을 구하시오.

(2) $n \geq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립함을 보이시오.

$$f\left(\theta + \frac{1}{n}\pi\right) = M e^{\frac{1}{n}\pi} \left(\cos \frac{1}{n}\pi - \sin \frac{1}{n}\pi\right)$$

(3) $n \geq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$M^n e^\pi \left(\cos \frac{1}{n}\pi - \sin \frac{1}{n}\pi\right)^n \frac{1}{n}\pi < \int_0^\pi \{f(x)\}^n dx < M^n \pi$$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_0^\pi \{f(x)\}^n dx\right)^{\frac{1}{n}} = M$ 임을 보이시오. (단, n 은 4 이상의 자연수이고, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{1}{n}} = 1$ 이다.)

2

정의역과 공역이 실수 전체의 집합이며 일대일대응인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 a, b 에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$f(a + f(b)) = f(a) + b$$

다음 물음에 답하시오. [35점]

- (1) $f(0)$ 의 값을 구하고, 모든 실수 b 에 대하여 $f(f(b)) = b$ 임을 보이시오.
- (2) 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속임을 보이시오.
- (3) 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능할 때, $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능함을 보이고, 함수 $f(x)$ 를 모두 구하시오.

3

좌표평면에서 두 집합 $A = \{(-3, t) \mid -3 \leq t \leq 3\}$ 과 $B = \{(3 \cos \theta + 6, 3 \sin \theta) \mid 0 \leq \theta < 2\pi\}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 좌표평면 위의 한 점 $P(a, b)$ 와 집합 B 의 임의의 점 Q 에 대하여 선분 PQ 를 1:2로 내분하는 점을 원소로 하는 집합이 원을 나타냄을 보이고, 이 원의 중심을 a, b 에 대한 식으로 나타내고 반지름의 길이를 구하시오.(단, 점 P 는 집합 B 의 원소가 아니다.)
- (2) 집합 A 의 임의의 점 P 와 점 $C(6, 0)$ 에 대하여 선분 PC 를 1:2로 내분하는 점을 원소로 하는 집합을 구하시오.
- (3) 집합 A 의 임의의 점 P 와 집합 B 의 임의의 점 Q 에 대하여 선분 PQ 를 1:2로 내분하는 점이 나타내는 영역의 넓이를 구하시오.