

제 2 교시

수학 영역 A형



1.  $8^2 \times (4^2)^{-2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^2$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{16}$

②  $\frac{1}{8}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤ 1

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

③ 1

④  $\frac{3}{2}$

⑤ 2

3. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $2A - B^{-1}$ 의

모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

4. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2=4$ ,  $a_5=13$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 125

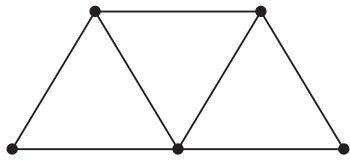
② 130

③ 135

④ 140

⑤ 145

5. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중에서 1과 0의 개수를 각각  $m, n$ 이라 할 때,  $m-n$ 의 값은? (3점)



- ① 1  
③ 3  
⑤ 5

- ② 2  
④ 4

6. 함수  $y = \log_3(2-x) + \log_3(x+4) + 2$ 의 최댓값은? (3점)

- ① 1  
③ 3  
⑤ 5

- ② 2  
④ 4

7. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = \frac{1}{3}$ 이고,  $2a_n a_{n+1} = a_n - a_{n+1}$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )을 만

족시킨다.  $\frac{a_4}{a_{13}}$ 의 값은? (3점)

①  $\frac{1}{27}$

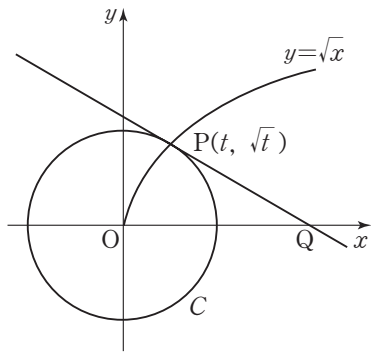
②  $\frac{1}{9}$

③  $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ 9

8. 그림과 같이 좌표평면에 곡선  $y=\sqrt{x}$  위의 점  $P(t, \sqrt{t})$ 가 있다. 원점  $O$ 를 중심으로 하고 선분  $OP$ 를 반지름으로 하는 원을  $C$ , 점  $P$ 를 지나고 원  $C$ 에 접하는 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow +0} \overline{OQ}$ 의 값은? (단, 점  $P$ 는 제 1사분면 위의 점이다.) [3점]



- ① 0                                      ②  $\frac{1}{3}$   
 ③  $\frac{1}{2}$                                       ④ 1  
 ⑤  $\sqrt{2}$

10. 자연수  $n$ 에 대하여 다항식  $f(x)=3^n x^2+4^n x+2$ 를  $x-2, x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a_n, b_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                                       ②  $\frac{2}{3}$   
 ③ 1    ④  $\frac{4}{3}$   
 ⑤  $\frac{5}{3}$

9. 다음 조건을 모두 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은? [3점]

(가)  $1 < n < 10$   
 (나)  $\log \sqrt{n}$ 의 가수는  $\log \frac{1}{10n}$ 의 가수보다 작다.

- ① 7    ② 9  
 ③ 14                                        ④ 20  
 ⑤ 27

11. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$n^2 - 1 < a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n < n^2 + 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1}$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{2}$

② 1

③  $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤  $\frac{5}{2}$

12. 이차정사각행렬  $A$ 가  $A^2 - A - 2E = O$ 를 만족시킬 때, 등식

$$A^{n+1} = a_n A + b_n E \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

가 성립하도록 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 을 정의하자. 다음은 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{n+1} = 2a_n + \boxed{(가)}$ 가 성립함을 보이는 과정이다.

$$A^{n+1} = a_n A + b_n E \text{에서}$$

$$A^{n+2} = a_n A^2 + b_n A$$

$$= a_n (A + 2E) + b_n A$$

$$= (a_n + b_n) A + 2a_n E$$

$$\therefore a_{n+1} = a_n + b_n, \quad b_{n+1} = 2a_n$$

이때,  $a_{n+2} = a_{n+1} + b_{n+1}$ 이므로

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$$

$$a_{n+2} - \boxed{(나)} a_{n+1} = - (a_{n+1} - \boxed{(나)} a_n)$$

$$\therefore a_{n+1} = 2a_n + \boxed{(가)}$$

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(n)$ , (나)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $f(4) + k$ 의 값은? (단,  $A \neq xE$  ( $x$ 는 실수),  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.) [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5











21. 자연수  $n$ 에 대하여  $\frac{n}{4^k}$ 이 자연수가 되도록 하는 음이 아닌 정수  $k$ 의 최댓값을  $a_n$ 이라 하자. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을  $b_n=|a_{n+1}-a_n|(n=1, 2, 3, \cdots)$ 으로 정의할 때,  $\sum_{k=1}^{98} b_k$ 의 값은? [4점]

① 54

② 58

③ 62

④ 66

⑤ 70

단 답 형

22. 함수  $f(x)=2x^3+3x^2+4$ 에 대하여  $\lim_{h\rightarrow 0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면에서 함수  $y=2^x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-\frac{1}{16}$ 만큼 평행이동시킨 그래프가 점  $(2, 0)$ 을 지날 때,  $m$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_{10}=\frac{9}{8}$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $2a_{n+1}=a_n+1$ 을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 행렬  $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 이차정사각행렬  $P$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (가)  $AP=PA$   
(나) 행렬  $P$ 의 모든 성분은 양수이고, 행렬  $P$ 의 모든 성분의 합은 12이다.

행렬  $P$ 의 모든 성분의 곱의 최댓값을 구하시오. [3점]

26. 행렬  $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $B_n$ 을 다음과 같이 정의한다.

- (가)  $B_1=A$   
(나)  $B_{n+1}=A^{n+1}B_n$  ( $n=1, 2, 3, \cdots$ )

행렬  $B_{20}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [4 점]

27. 함수  $f(x)=x^3+ax^2+4x+1$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를
- $$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ f(x-4)+b & (x\geq 1) \end{cases}$$
- 로 정의할 때, 함수  $g(x)$ 가 실수 전체집합에서 미분가능하도록 하는 두 실수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 어떤 장치를 이용하여 처음 농도가 8%인 용액 A의 농도를  $x\%$  ( $8\leq x<100$ )로 만드는 데 걸린 시간을  $T$ 분이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$T=p\log_a \frac{8x}{100-x}+C$$

- (단,  $p$ 와  $C$ 는 양의 상수이고,  $a$ 는 1보다 큰 상수이다.)
- 이 장치를 이용하여 처음 농도가 8%인 용액 A의 농도를 50%로 만드는 데 걸린 시간은 처음 농도가 8%인 용액 A의 농도를 20%로 만드는 데 걸린 시간의 4배이다. 또한, 이 장치를 이용하여 처음 농도가 8%인 용액 A의 농도를 80%로 만드는 데 걸린 시간은 처음 농도가 8%인 용액 A의 농도를 20%로 만드는 데 걸린 시간의  $k$ 배이다.  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 다음 등식이 성립한다.  
 $4S_n=a_n^2+2a_n-3$  ( $n=1, 2, 3, \cdots$ )  
 $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 두 곡선  $y=\log_2 x$ ,  $y=\log_4 x$ 와 직선  $x=32$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되는 정사각형 중에서 네 꼭짓점의  $x$ 좌표,  $y$ 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수를 구하시오. [4점]

♣ 확인 사항  
답안지에 필요한 사항을 정확히 기입(표기)하였는지 확인하시오.