

8. 다음 명제 중에서 참인 것을 모두 고른 것은? [4.5점]

ㄱ. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ 는 발산한다.

ㄴ. $\int_1^{\infty} \frac{1+e^{-x}}{x} dx$ 는 발산한다.

ㄷ. $\int_0^1 \ln x dx$ 는 수렴한다.

ㄹ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 0$ 이다.

ㅁ. 함수 $f(x) = 5x - 2\cos x$ 에 대하여 $(f^{-1})'(-2) = \frac{1}{3}$ 이다.
(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

- ① ㄴ, ㄷ
- ② ㄱ, ㄴ, ㄷ
- ③ ㄴ, ㄹ
- ④ ㄷ, ㅁ
- ⑤ ㄱ, ㄹ, ㅁ

9. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt[3]{n}}$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{5^{n+1}}$,
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}$ 의 수렴 반지름을 각각 α , β ,
 γ , δ 라 할 때 $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값은? [4.5점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

10. 반지름이 2인 원의 곡률을 α , 점 $(0, 1)$ 에서 곡선 $y = 2x^2 + 1$ 의 접축원의 반지름을 β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha\beta}$ 의 값은?
 [3.3점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

11. 꼭짓점을 $(0, 3)$, $(0, 0)$, $(6, 0)$ 으로 하는 폐삼각형 영역 D 에서의 함수 $f(x, y) = 2x + 3y - xy$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 α , β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [5점]

- ① 9 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 15

12. 사이클로이드 $x = r(\theta - \sin\theta)$, $y = r(1 - \cos\theta)$ 의 한 아치 아래의 넓이를 α , $\theta = \frac{\pi}{2}$ 에서 접선의 기울기를 β , θ 의 구간 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ 에서 수평접선과 수직접선의 개수를 각각 γ , δ 라 할 때 $\alpha\beta(\gamma + \delta)$ 의 값은? [3.3점]

- ① $2\pi r^2$
- ② $3\pi r^2$
- ③ $4\pi r^2$
- ④ $5\pi r^2$
- ⑤ $6\pi r^2$

13. 곡선 $x^2 + y^2 = 1$ 에서 정의된 함수 $f(x, y) = 2xe^y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 αe^β , γe^δ 라 할 때, $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값은? [4.5점]

- ① $\sqrt{5} - 1$
- ② $\sqrt{5} + 1$
- ③ $2\sqrt{5} - 1$
- ④ $2\sqrt{5} + 1$
- ⑤ $-2\sqrt{5} + 1$

14. 변환 $u = 2x + y$, $v = 2x - y$ 에 의해 $\int_0^3 \int_0^{2x} 4e^{4x^2 - y^2} dy dx$
 $= \int_0^\alpha \int_v^\beta \gamma e^{uv} du dv$ 일 때, $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은? [5점]

- ① $9 + v$
- ② $9 - 2v$
- ③ $12 - 3v$
- ④ $17 + 2v$
- ⑤ $19 - v$

15. 미분방정식 $y' + 2xy = 3xy^2$ 의 해가 $y(0) = 1$ 을 만족할 때, $y(\sqrt{\ln 2})$ 의 값은? [4.5점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

16. 미분방정식 $y' = \frac{x}{\cos y}$ 의 해가 $y(0) = 0$ 을 만족할 때, $\sin y(\sqrt{2})$ 의 값은? [2점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

17. 미분방정식 $yy'' + (y')^2 = 0$ 의 해가 $y(0) = 1, y'(0) = 1$ 을 만족할 때, $y(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 0
- ② 1
- ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ 2

18. 미분방정식 $y' = \frac{2xy}{1+x^2} + 1$ 의 해가 $y(0) = 1$ 을 만족할 때, $y(1)$ 의 값은? [3.3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$
- ② $1 + \frac{\pi}{3}$
- ③ $2 + \frac{\pi}{2}$
- ④ $3 + \pi$
- ⑤ 4

19. 미분방정식 $y^{(3)} - 4y' = 2x + 4\sin x + e^{-x}$ 의 특수해를 $y_p(x)$ 라 할 때, $y_p(0) = \frac{b}{a}$ 를 만족하는 $a+b$ 의 값은? [5점]

- ① -2
- ② 2
- ③ 32
- ④ -32
- ⑤ 0

20. $y = x^b [a \cos(c \ln x) + b \sin(c \ln x)]$ 가 $y(1) = 1, y'(1) = 5$ 를 만족하고, 미분방정식 $x^2 y'' - 5xy' + 12y = 0$ 의 해일 때, abc 의 값은? [3.3점]

- ① 1
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 3
- ④ $\sqrt{6}$
- ⑤ 6

21. 함수 $f(t) = 5e^{-2t} - 3\sin 4t (t \geq 0)$ 의 라플라스변환이 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{b}{s-a} - \frac{d}{s^2+c}$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 35
- ③ -1
- ④ 31
- ⑤ -31

22. 라플라스변환이 $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{5s^2}{s^4 + 3s^2 - 4}$ 인 함수 $f(t)$ 에 대하여 $f(0)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 1
- ② 2
- ③ -1
- ④ -2
- ⑤ 0

23. 다음 명제 중 거짓인 것은? [3.3점]

- ㄱ. 변수의 개수가 방정식의 개수보다 많은 동차방정식은 반드시 비자명해를 갖는다.
- ㄴ. 세 개의 벡터가 일차종속이면 그중 한 벡터는 나머지 두 벡터의 일차결합이다.
- ㄷ. 행동치인 두 행렬의 행공간은 항상 같다.
- ㄹ. 행동치인 두 행렬의 열공간은 항상 같다.
- ㅁ. 행공간, 열공간, 영공간의 차원이 모두 같고 2022개의 열을 갖는 행렬이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

24. 행렬 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 11 & 12 & 13 \end{bmatrix}$ 의 계수는? [3.3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

25. 집합 $S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$ 가 \mathbb{R}^3 의 기저일 때, 벡터

$\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 9 \end{bmatrix}$ 의 S 에 관한 좌표벡터의 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

26. 행렬 $A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 1 & 6 & 4 \\ 5 & 6 & 0 & 5 & 9 \\ 6 & 4 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & 7 \\ 4 & 0 & 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 1행 2열 성분은?

(단, $|A|$ 는 A 의 행렬식) [2점]

- ① $\frac{\begin{vmatrix} 5 & 0 & 5 & 9 \\ 6 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|}$ ② $\frac{\begin{vmatrix} 5 & 0 & 5 & 9 \\ 6 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-|A|}$ ③ $\frac{\begin{vmatrix} 6 & 1 & 6 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|}$
- ④ $\frac{\begin{vmatrix} 6 & 1 & 6 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 7 \\ 3 & 5 & 0 & 7 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-|A|}$ ⑤ $\frac{\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 & 9 \\ 4 & 4 & 1 & 7 \\ 3 & 5 & 0 & 7 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|}$

27. 3×3 대칭행렬 A 의 고윳값이 2, 2, 8이고, 이 순서대로

고유벡터 $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 가 대응될 때, 스펙트럼분해를

이용하여 구한 A 의 모든 성분의 합은? [5점]

- ① 24 ② 26 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

28. 행렬 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & a & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ b & \frac{-2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & c \end{bmatrix}$ 가 직교행렬일 때,

$a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ ② $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$
- ④ $\frac{1+\sqrt{2}}{-\sqrt{6}}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

29. 네 점 $(1, 0), (2, 1), (4, 2), (5, 2)$ 에 대하여 최소제곱오차를 갖는 직선은? [3.3점]

- ① $y = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3}x$ ② $y = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x$ ③ $y = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2}x$
- ④ $y = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x$ ⑤ $y = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x$

30. $n \times n$ 행렬 A 와 $m \times n$ 행렬 B 에 관한 다음 명제 중 항상 참인 것은? [4.5점]

- ㄱ. 실수 r 에 대하여 $|rA| = |r||A|$.
- ㄴ. λ 가 A 의 특성방정식의 k 중근이면, λ 에 대응되는 k 개의 일차독립인 고유벡터가 존재한다. (단, k 는 자연수)
- ㄷ. A 가 대각화 가능일 필요충분조건은 A 가 n 개의 서로 다른 고윳값을 갖는 것이다.
- ㄹ. B 의 행공간의 직교여공간은 B 의 영공간과 같다.
- ㅁ. 임의의 벡터 $\vec{c} \in \mathbb{R}^m$ 에 대하여 방정식 $B\vec{x} = \vec{c}$ 는 유일한 최소제곱해 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ 를 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ