▶ $A \subset B$의 의미

① $A \cap B = A$

② $A \cup B = B$

③ $A - B = \varnothing$

▶대칭차집합 $A \circ B = (A-B) \cup (B-A)$

① $A \circ B = B \circ A$(교환법칙)

② $(A \circ B) \circ C = A \circ (B \circ C)$(결합법칙)

③ $A \circ \varnothing = \varnothing \circ A = A$(항등원)

④ $A \circ A = \varnothing$(역원)

⑤ $A \circ B = \varnothing$ 이면 $A = B$

▶ $n(A \cap B)$의 최대, 최소

$n(A) + n(B) - n(U) \le n(A \cap B) \le \min\{n(A), n(B)\}$

▶멱집합 $2^A = P(A) = \{X | X \subset A\}$

① $2^A \neq \varnothing$, $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$

② $n(A) = m$ 일 때, $n(2^A) = 2^m$

▶ $p \Rightarrow q$: $P \subset Q$

① p는 q이기 위한 충분조건

② q는 p이기 위한 필요조건

▶증명법

①연역법 : 일반법칙에서 특수한 경우를 도출.

②귀납법 : 특수한 몇 가지 경우에서 일반성을 도출.

▶인수분해 공식

① $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \pm b^2 \mp ab)$

② $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

특히, $a+b+c=0$ 이면 $a^3+b^3+c^3 = 3abc$

③ $a^n - b^n$
$= (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

(단, n은 양의 정수)

④ $a^n + b^n$
$= (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots - ab^{n-2} + b^{n-1})$

(단, n은 홀수)

▶식의 변형

① $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
$= \frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

② $(a^2+b^2)(x^2+y^2)$
$= (ax-by)^2 + (ay+bx)^2$
$= (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$

▶나머지정리

$f(x)$를 $x-a$로 나눈 나머지는 $f(a)$

▶조립제법

① $f(x)$를 일차식 $(x-a)$의 내림차순으로 정리한 계수를 찾을 때 …연조립제법 활용

② n진법의 수를 10진법으로 고칠 때

▶최대공약수,최소공배수

① $AB = LG$

② $L = Gab$

③ $A+B$, $A-B$의 최대공약수 $= G$

▶ $N = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma}$

①양의 약수의 개수 : $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

②양의 약수의 총합 :

$\frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1} \frac{b^{\beta+1}-1}{b-1} \frac{c^{\gamma+1}-1}{c-1}$

▶부분분수

① $\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$

② $\frac{1}{ABC} = \frac{1}{C-A}\left(\frac{1}{AB} - \frac{1}{BC}\right)$

▶유리식의 값

①변수의 종류가 등호의 개수보다 많을 때는 준식 $= k$라 둔다.

②무한번분수의 값: $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} a_{n+1} = C$임을 활용

▶가비의 리

$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{px+qy+rz}{pa+qb+rc}$

(단,분모 $\neq 0$)

▶ $\sqrt[n]{a^n}$ 의 계산
①n이 짝수 : $|a|$
②n이 홀수 : a

▶주의를 요하는 제곱근의 성질
① $\sqrt[n]{a^m}=-a^{\frac{m}{n}} \leftarrow a<0,\ m,n:even,\ \frac{m}{n}:odd$

② $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab} \leftarrow a<0, b<0$

③ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}} \leftarrow a>0, b<0$

▶이중근호의 변형
$a>b>0,\ \sqrt{a+b\pm 2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$

▶허계수 이차방정식의 판별식
①중근조건 $\Leftrightarrow$ $D=0$
②실근조건 $\Leftrightarrow$ 복소수 상등이용

▶판별식의 응용
①이차방정식의 근의 판별, 근의 개수
②완전제곱식에의 응용 $D=0$
③실수조건에의 응용 $\Rightarrow$ 부정방정식
④이차식 $f(x)$가 일차식의 곱으로
인수분해되기 위한 조건 D_1의 $D_2=0$
이차식 $f(x,y)=0$ 이 두 직선을 나타내기 위한
조건 D_1의 $D_2=0$
⑤절대부등식이 되기 위한 조건
⑥이차곡선과 직선의 위치관계

▶이차방정식의 실근의 부호
①두 근이 모두 양 $\Leftrightarrow$ $\alpha+\beta>0,\ \alpha\beta>0,\ D\geq 0$
두 근이 모두 음 $\Leftrightarrow$ $\alpha+\beta<0,\ \alpha\beta>0,\ D\geq 0$
②두 근이 서로 다른 부호 $\Leftrightarrow$ $\alpha\beta<0$
ⅰ. |양근|>|음근| $\Leftrightarrow$ $\alpha+\beta>0,\ \alpha\beta<0$
ⅱ. |양근|<|음근| $\Leftrightarrow$ $\alpha+\beta<0,\ \alpha\beta<0$
ⅲ. |양근| =|음근| $\Leftrightarrow$ $\alpha+\beta=0,\ \alpha\beta<0$

▶근의 분리
그래프를 그려서 생각한다. $y=ax^2+bx+c\ (a>0)$
①한계값의 부호
②판별식 (①에서 $f(p)<0$ 이면 판별식 생략한다.)
③대칭축($x=-\frac{b}{2a}$)
④결정 : ①$\cap$②$\cap$③

▶짝수차 상반방정식의 해법
①양변을 x^2으로 나눈다.
② $x+\frac{1}{x}=t$, $x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$ 치환한다.

▶홀수차 상반방정식의 해법
① $f(-1)=0$ 이므로 조립제법을 사용하여
몫(짝수차 상반방정식)을 구한다.
②짝수차 상반방정식을 푼다.

▶삼차방정식의 근과 계수와의 관계
$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}$,
$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a},\ \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$

▶ ω 의 성질 ($x^3=1$ 의 한 허근)
①ω는 $x^2+x+1=0$ 의 근
② $\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$
③ $\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1,\ \omega^2=\overline{\omega}$
④ $a+b\omega=0 \Leftrightarrow a=0,\ b=0$ (단, a, b는 실수)

▶이차연립방정식의 해법
① $\begin{cases}\text{일차식}\\ \text{이차식}\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ 일차식을 이차식에 대입

② $\begin{cases}\text{이차식}\\ \text{이차식}\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ 인수분해, 이차항 소거, 상수항 소거
$\Leftrightarrow$ 일차식 유도
③ x, y에 관한 대칭형 $\Leftrightarrow$ $x+y=u,\ xy=v$로 치환
$\Leftrightarrow$ $t^2-ut+v=0$ 의 두 근

▶부정방정식
①정수조건 ⅰ.( )×( ) = 정수
ⅱ. $D\geq 0,\ D=$ 완전제곱식

②실수조건 ⅰ.한 문자에 관하여 내림차순 $\Rightarrow D\ge 0$

ⅱ. $f(x)^2+g(y)^2=0$ $\Leftrightarrow f(x)=0,\ g(y)=0$

▶절대값 기호가 있는 부등식

① $|f(x)|<a \Leftrightarrow -a<f(x)<a$

(cf) $x^2<a \Leftrightarrow -\sqrt{a}<x<\sqrt{a}$

② $|f(x)|>a \Leftrightarrow f(x)<-a,\ f(x)>a$

(cf) $x^2>a \Leftrightarrow x<-\sqrt{a}, x>\sqrt{a}$

▶절대부등식

① $ax+b>0 \Leftrightarrow a=0,\ b>0$

$ax+b<0 \Leftrightarrow a=0,\ b<0$

② $ax^2+bx+c>0$

$\Leftrightarrow a>0,\ D<0$ 또는 $a=b=0, c>0$

$ax^2+bx+c\le 0$

$\Leftrightarrow a<0,\ D\le 0$ 또는 $a=b=0,\ c\le 0$

③ $a>0,\ b>0$ 일 때, $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ (단, 등호는 $a=b$)

④Cauchy-Schwarz부등식

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)\ge(ax+by)^2$ (단,등호는 $\dfrac{a}{x}=\dfrac{b}{y}$)

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)\ge(ax+by+cz)^2$

(단,등호는 $\dfrac{a}{x}=\dfrac{b}{y}=\dfrac{c}{z}$)

⑤ $a>0,\ b>0,\ c>0$ 일 때, $a^3+b^3+c^3\ge 3abc$

▶두 그래프의 교점을 지나는 그래프

①두 직선의 교점을 지나는 직선

$\Leftrightarrow ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$

②두 원의 교점을 지나는 원

$(x^2+y^2+ax+by+c)+k(x^2+y^2+a'x+b'y+c')=0$

특히 $k=-1$일 때는 공통현의 방정식이다.

▶각의 이등분선

두 직선에서 같은 거리에 있는 점의 자취로 구한다.

▶원의 방정식

①지름의 양 끝점 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$

$\Leftrightarrow (x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

② x축에 접하는 원 $\Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=b^2$

③ y축에 접하는 원 $\Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=a^2$

④ $x,\ y$축에 접하는 원

ⅰ.중심이 1,3사분면 $\Leftrightarrow (x-a)^2+(y-a)^2=a^2$

ⅱ.중심이 2,4사분면 $\Leftrightarrow (x+a)^2+(y-a)^2=a^2$

▶원과 접선 ($d=r$사용)

①위의 점이 주어질 때 :

$x^2\to xx_1,\ y^2\to yy_1,\ (x-a)^2\to(x-a)(x_1-a)$

②원 밖의 점

ⅰ. $y-y_1=m(x-x_1)$

$\Rightarrow$ 일반형($ax+by+c=0$)으로 고친다.

ⅱ. $d=r$ 사용하여 m결정

ⅲ.접선은 반드시 2개 $\Rightarrow$ 접선이 하나 나오면 그림에 의해 다시 확인할 것.

③기울기가 주어질 때

ⅰ. $y=mx+b \Rightarrow$ 일반형($ax+by+c=0$)으로.

ⅱ. $d=r$ 사용하여 m결정

▶포물선과 접선 ($D=0$ 사용)

①위의 점이 주어질 때 :

$x\to\dfrac{x+x_1}{2},\ x^2\to xx_1,\ y^2\to yy_1$

②기울기가 주어질 때

ⅰ. $y=mx+b$ 또는 $x=m'y+b$ (단, $m'=\dfrac{1}{m}$)

ⅱ. $D=0$ 사용하여 m결정

▶준선의 성질

포물선의 준선 위의 임의의 점에서 그은 두 접선은 반드시 직교한다.

▶평행이동

ⅰ.도형의 평행이동

$f(x,y)=0$ [x축 p , y축 q]

$\Rightarrow f(x-p,y-q)=0$

ⅱ.좌표축의 평행이동

$f(x,y)=0$ [x축 p , y축 q]

$\Rightarrow f(x+p,y+q)=0$

좌표축의 평행이동은 도형의 평행이동으로 생각하면 혼란이 없다.

▶대칭이동

① $y=x$대칭 : $f(x,y)=0 \rightarrow f(y,x)=0$

② $y=-x$대칭 : $f(x,y)=0 \rightarrow f(-y,-x)=0$

③ $x=a$대칭 : $f(x,y)=0 \rightarrow f(2a-x,y)=0$

④ $y=b$대칭 : $f(x,y)=0 \rightarrow f(x,2b-y)=0$

⑤ (a,b) 대칭 : $f(x,y)=0 \rightarrow f(2a-x,2b-y)=0$

⑥ 직선 $y=ax+b$대칭 : ⅰ.중점조건 ⅱ.수직조건

▶부등식영역의 최대,최소

①조건식의 영역을 도시한다.

② $f(x,y)=k$로 두고, 영역내에서 이동

③ k의 최대값, 최소값

(접할 때 :, $D=0$ 지날 때 : 점 대입)

▶함수의 종류

①일대일 함수 : $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

②일대일 대응 : ⅰ. $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

ⅱ.치역=공역

▶함수의 개수

$f: X \rightarrow Y,\ n(X)=r,\ n(Y)=n$

①함수의 총수 : ${}_n\Pi_r = n^r$

②일대일 함수의 총수 :

${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

③일대일 대응의 총수 : $n! = n(n-1)(n-1)\cdots 2\cdot 1$

▶함수의 고유성질

① $f(x+y)=f(x)+f(y)$,

$f(ax+by)=af(x)+bf(y) \Leftrightarrow y=ax$

② $f(x+y)=f(x)f(y) \Leftrightarrow y=a^x$

③ $f(xy)=f(x)+f(y) \Leftrightarrow y=\log_a x$

④ $f(x+p)=f(x) \Leftrightarrow y=\sin x$

▶역함수

① $(f^{-1})^{-1}=f$

② $(g\circ f)^{-1}=f^{-1}\circ g^{-1}$

③ $f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

④ $y=f(x)$의 그래프와 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 $y=x$에 대하여 대칭

▶절대값그래프

① $y=f(|x|)$: ⅰ. $y=f(x)$ ($x\geq 0$)을 그린다.

ⅱ. y축 대칭

② $|y|=f(x)$: ⅰ. $y=f(x)$ ($y\geq 0$)을 그린다.

ⅱ. x축 대칭

③ $|y|=f(|x|)$: ⅰ. $y=f(x)$ ($x\geq 0, y\geq 0$)을 그린다.

ⅱ. x, y축, 원점대칭

④ $y=|f(x)|$: ⅰ. $y=f(x)$ 을 그린다.

ⅱ. x축 밑의 그래프를 꺽어 올린다.

▶꺽인선의 그래프

①대칭형 : ·꺽인점을 전후해서 양 끝 두직선의 기울기의 절대값이 같다.

· x(또는 y)가 모두 절대값기호안에 있다.

ⅰ. $y=A|x-a|+B \Rightarrow$ 꺽인 점 (a,B)

ⅱ. $y=A|x-a|+B|x-b|+C$

$\Rightarrow$ 꺽인 점 $(a,f(a)),(b,f(b))$

ⅲ. $x=A|y-a|+B|y-b|+C$

$\Rightarrow$ 꺽인 점 $(f(a),a),(f(b),b)$

②비대칭형 : ·꺽인점을 전후해서 양 끝 두직선의 기울기의 절대값이 다르다.

·절대값 밖에 x(또는 y)가 있다.

ⅰ. $y=A|x-a|+Bx+C \Rightarrow$ 꺽인 점 $(a,f(a))$

ⅱ. $y=A|x-a|+B|x-b|+Cx+D$

$\Rightarrow$ 꺽인 점 $(a,f(a)),(b,f(b))$

ⅲ. $x=A|y-a|+By+C \Rightarrow$ 꺽인 점 $(f(a),a)$

▶실근의 개수

$f(x)=g(x)$의 실근의 개수

$\Leftrightarrow y=f(x),\ y=g(x)$의 교점의 개수

▶함수의 최대,최소

그래프를 그려서 정의역에 따라 그래프로 확인하는 것이 기본

①판별식을 이용

ⅰ.이차식 $f(x,y)=0$에서 x또는 y의 최대, 최소

ⓐ y의 최대,최소 : x에 관해 정리한 후 $D(y)\geq 0$ 에서 구한다.

ⓑ x의 최대,최소 : x에 관해 정리한 후 $D(x)\geq 0$ 에서 구한다.

ⅱ.분수함수 $y=\dfrac{g(x)}{f(x)}$ 의 최대, 최소

ⓐ $yf(x)-g(x)=0$ 가 x의 이차식일 때는 $D\geq 0$ 에서 y범위를 구한다.

ⓑ $yf(x)-g(x)=0$ 가 x의 일차식일 때는 그래프를 그려 y범위를 구한다.

②절대부등식의 이용

ⅰ.양수 조건 :

두수의 합 $\geq 2\sqrt{곱}$, 세 수의 합 $\geq 3\sqrt[3]{곱}$

ⅱ.제곱항 : $(a^2+b^2)(x^2+y^2)\geq(ax+by)^2$

③지수・로그함수의 최대, 최소

ⅰ.적당히 치환하여 다항함수의 최대, 최소문제로 바꾼다. (특히 $x+x^{-1}=t,\ x^2+x^{-2}=t^2-2$)

ⅱ.변역에 유의한다. (특히 $a^x>0, x+x^{-1}\geq 2(x>0)$)

ⅲ.지수에 로그가 있으면 양변에 로그를 취한다.

④삼각함수의 최대,최소

ⅰ. $-1\leq\sin x\leq 1,\quad -1\leq\cos x\leq 1$

ⅱ. sin , cos 을 하나로 통일 $\Leftarrow$ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

ⅲ.적당히 치환하여 다항함수의 최대, 최소문제로 바꾼다.

▶분수함수

① $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (일반형)

ⅰ. $y=\dfrac{k}{x-m}+n$ (표준형)으로 고친다.

ⅱ. $k>0$ 이면 1,3사분면, $k<0$ 이면 2,4분면

ⅲ.점근선 : $y=\dfrac{a}{c}$, $cx+d=0$

② $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$

ⅰ. $y=px+q+\dfrac{s}{x-r}$ 로 변형한다.

ⅱ. $s>0$ 이면 1,3사분면, $s<0$ 이면 2,4분면

ⅲ.점근선 : $y=px+q$, $x-r=0$

③ $f(x)=\dfrac{cx+d}{ax+b}$ 의 역함수 $f^{-1}(x)=\dfrac{-bx+d}{ax-c}$

▶지수식의 값

① $\dfrac{a^{nx}\pm a^{-nx}}{a^{mx}\pm a^{mx}}$ 의 값 : 분모,분자에 a^x를 곱한다.

② $x^a=y^b$ 이면 $x=y^{\frac{b}{a}}$

③ $(\dfrac{b}{a})^n=(\dfrac{a}{b})^{-n}$

▶로그의 성질

① $\log_a M+\log_a N=\log_a MN$

② $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$

③ $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$

④ $a^{\log_a b}=b$

▶지표와 가수

① $\log N$의 지표가 n

$\Rightarrow$ ⅰ. N은 $n+1$자리수 ⅱ. $n\leq\log N<n+1$

②가수가 같다. $\Rightarrow$ $\log M-\log N=$ 정수

③지표가 같다. $\Rightarrow$ 가수의 범위($0\leq$가수<1)에 의하여 경우나누기 실시

▶지수, 로그함수

① $y=a^x$, $y=\log_a x$

ⅰ. $0<a<1$ 이면 단조감소 ⅱ. $a>1$ 이면 단조증가

②지수함수의 고유성질

$f(x+y)=f(x)f(y)$
$f(x-y)=f(x)\div f(y)$
$f(nx)=\{f(x)\}^n$

③로그함수의 고유성질

$f(xy)=f(x)+f(y)$
$f(\dfrac{x}{y})=f(x)-f(y)$
$f(x^n)=nf(x)$

▶양변에 로그를 취하는 경우

①밑이 다른 지수방정식 :

$a^{f(x)}=b^{g(x)}$ $\Rightarrow$ $\log a^{f(x)}=\log b^{g(x)}$를 푼다.

②지수에 로그가 있을 때 : $a^{\log f(x)}=b^{\log g(x)}$

▶삼각함수에서의 각의 변환

①360°로 나눈 나머지 각으로 몇사분면의 각인지 확인한다.

②원래의 삼각함수로 부호를 결정한다.

③ y축에서 ±Θ이면

sin → cos , cos → sin , tan → cot 로 바꾼다.

④ x축에서 ±Θ이면

sin → sin , cos → cos , tan → tan 그대로.

▶삼각함수의 상호관계

①역수관계 :

$$\csc x = \frac{1}{\sin x},\quad \sec x = \frac{1}{\cos x},\quad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

②상제관계 : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

③제곱관계 :

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$,
$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$, $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

▶삼각함수의 최대,최소

① $y = a\sin(\omega x + b) + c$:

$M = |a| + c$, $m = -|a| + c$, 주기(T) $= \frac{2\pi}{|\omega|}$

② $y = a\cos(\omega x + b) + c$:

$M = |a| + c$, $m = -|a| + c$, 주기(T) $= \frac{2\pi}{|\omega|}$

③ $y = a\tan(\omega x + b) + c$:

$M =$ 없다, $m =$ 없다, 주기(T) $= \frac{\pi}{|\omega|}$

④ $y = a\sin^2 x + b\cos x + c$ 꼴 :

한 종류의 삼각함수로 고친다.(변역 주의)

⑤ $y = \frac{c\sin x + d}{a\sin x + b}$ 꼴 :

$\sin x = t\,(-1 \le t \le 1)$로 두고 분수함수의 최대, 최소를 구한다.

▶사인법칙

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(R : 외접원의 반지름)

① $\sin A = \frac{a}{2R}$, $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\sin C = \frac{c}{2R}$

② $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$

▶코사인법칙

①제1코사인법칙 : $a = b\cos C + c\cos B$

②제2코사인법칙 :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

(변에서 각을 알 수 있다.)

▶삼각형의 면적

① $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ ⇔

$$S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

②Heron의 공식

⇔ $s = \frac{a + b + c}{2}$, $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

③ $S = \frac{1}{2}ab\sin\theta$

④외접원의 반지름 R

⇔ $S = \frac{abc}{4R} = 2R^2\sin A\sin B\sin C$

⑤내접원의 반지름 r ⇔ $S = \frac{r}{2}(a + b + c)$