

2019학년도 논술고사 (자연계열)

01 출제문제

※ <문제 1>에서부터 <문제 4>까지 총 4개의 문제가 있고, 각 문제 마다 몇 개의 세부문항이 있습니다. 답안지의 지정된 양식 안에 각 세부문항 별로 해당 문항번호를 쓰고 답을 작성하십시오. 수식과 논리를 명확히 전개하고 근거와 과정을 제시하십시오. (시험 시간: 100분)

문제 1

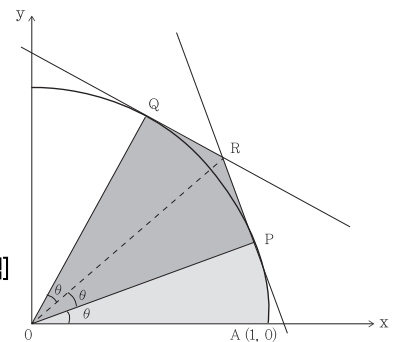
다항함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이고 이차항의 계수는 0이며, $f(0) = 0$ 이다. $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 $\{f'(x)\}^2 - 8f'(x) = kF(x)$ 가 성립하는 0이 아닌 실수 k 가 존재한다. 다음 물음에 답하십시오. [총 30점]

- (1) $f(x)$ 의 차수를 구하십시오. [5점]
- (2) $f(x)$ 를 x 에 대한 식으로 나타내시오. [15점]
- (3) $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하십시오. [10점]

문제 2

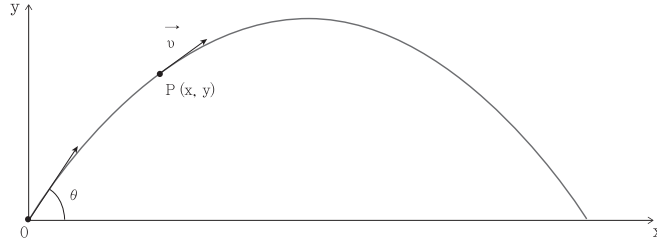
좌표평면에서 $O(0,0)$ 이고 $A(1,0)$ 이다. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위에서 움직이는 점 P 에 대하여 $\angle POA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)라고 하자. 이때 원점 O 를 중심으로 점 P 를 2θ 만큼 회전시킨 점을 Q 라 하고, 점 P 와 Q 에서 각각 원에 그은 접선의 교점을 R 라고 하자. 다음 물음에 답하십시오. [총 25점]

- (1) 선분 OR 의 길이와 점 R 의 x 좌표를 구하십시오. [10점]
- (2) 사각형 $OPRQ$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라고 할 때, $f(\theta)$ 를 θ 에 대한 식으로 나타내시오. [5점]
- (3) 부채꼴 POA 의 넓이를 $g(\theta)$ 라고 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 를 구하십시오. [10점]



문제 3

아래 그림과 같이 지면을 x 축, 지면에 수직인 방향을 y 축으로 하는 좌표평면을 설정하고, 시각 $t=0$ 일 때 원점 O 로 부터 발사된 공의 위치를 점 $P(x, y)$ 로 나타내었다. 공을 원점 O 에서 속력 v_0 로 x 축의 양의 방향과 예각 θ 를 이루는 방향으로 발사했다고 하면 시각 t 일 때 공의 속도는 $\vec{v} = (v_0 \cos \theta, -10t + v_0 \sin \theta)$ 로 주어진다. 공이 x 축으로부터 높이 36 인 한 지점을 지날 때 관측된 속도가 $\vec{v} = (15, 24)$ 라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. [총 30점]



- (1) 점 P 의 y 좌표의 최댓값을 구하시오. [10점]
- (2) 원점 O 에서 발사된 공이 다시 지면에 닿는 지점의 x 좌표를 구하시오. [10점]
- (3) 이번에는 공을 원점 O 에서 속력 v_0 로 x 축의 양의 방향과 예각 $\frac{\theta}{2}$ 를 이루는 방향으로 발사했다. 이때 발사된 공이 다시 지면에 닿는 지점의 x 좌표를 구하시오. [10점]

문제 4

자연수 n 에 대하여 $p \times q \times r = 5^n$ 을 만족시키는 1 보다 큰 자연수 p, q, r 의 순서쌍 (p, q, r) 의 개수를 a_n 이라고 하자. 예를 들어, $a_1 = 0$ 이다. 다음 물음에 답하시오. [총 15점]

- (1) $a_n \neq 0$ 인 자연수 n 의 최솟값을 k 라 할 때, k 의 값을 구하시오. [5점]
- (2) $\sum_{n=k}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [10점]

02 출제개요

가. 출제의도

문제 1

미적분 I 에서 다루는 다항함수의 미적분은 도함수를 구하고 이를 활용하며, 부정적분과 정적분을 구하고 이를 이용하여 도형의 넓이와 부피 등을 구하는 과정으로 되어 있다. 본 문제의 출제 의도는 이러한 과정 전반을 이해하고 활용할 줄 알아야 풀 수 있도록 함으로써 미적분 전반에 관한 종합적 사고력을 측정하기 위한 것이다.

문제 2

미적분 II 에서 다루는 호도법과 부채꼴의 넓이에 대한 이해를 바탕으로 삼각함수를 활용하여 도형의 넓이 문제를 정확히 분석하고 논리적 과정을 통하여 해결할 수 있는 지 평가하고자 한다. 또한 삼각함수의 극한에 대한 이해와 적용을 스스로 전개해 나가며 그에 대한 설명을 논리적으로 서술할 수 있는 지도 평가하고자 한다.