

제 3 교 시

2020학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 먼저 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- **문제지**의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- **답안지**의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

권
말

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$ 에 대하여 집합 $A^C \cap B^C$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

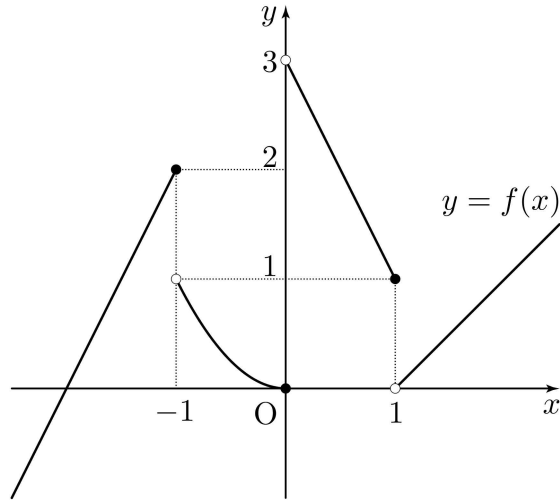
2. $\sqrt[3]{36} \times \left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right)^2 = 2^a$ 일 때, a 의 값은? [2점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

3. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

4. 4개의 수 6, a , 15, b 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$

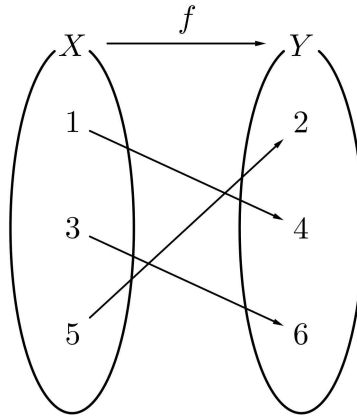
② 3

③ $\frac{5}{2}$

④ 4

⑤ $\frac{7}{2}$

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



함수 $g: Y \rightarrow X$ 에 대하여 함수 $g \circ f: X \rightarrow X$ 가 항등함수일 때, $g(6) + (f \circ g)(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

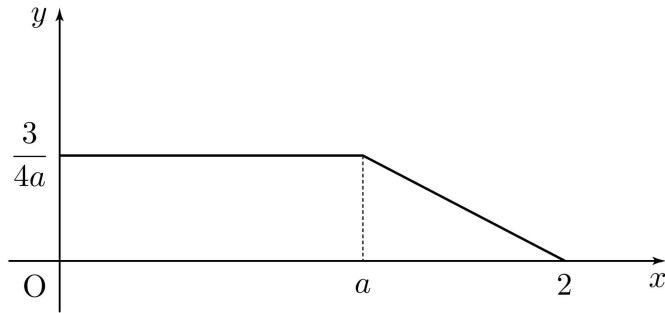
6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(A^c \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 연속확률변수 X 가 가지는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고 X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같이 두 점 $(0, \frac{3}{4a})$, $(a, \frac{3}{4a})$ 을 이은 선분과 두 점 $(a, \frac{3}{4a})$, $(2, 0)$ 을 이은 선분으로 이루어져 있다. $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 2)$ 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [3점]



① $\frac{2}{3}$

② $\frac{11}{16}$

③ $\frac{17}{24}$

④ $\frac{35}{48}$

⑤ $\frac{3}{4}$

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-3}{h} = 2$ 일 때, 함수 $g(x) = (x+2)f(x)$ 에 대하여 $g'(1)$ 의 값은? [3점]

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

9. 두 곡선 $y = x^2$, $y = (x-4)^2$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 곡선 $y = x^2$, $y = (x-4)^2$ 과 직선 $x = 4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? [3점]

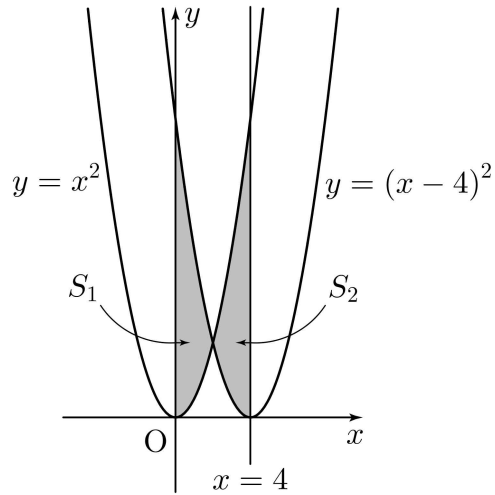
① 30

② 32

③ 34

④ 36

⑤ 38



10. 확률변수 X 가 이항분포 $B(5, p)$ 를 따르고,

$$P(X=3)=P(X=4)$$

일 때, $E(6X)$ 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

11. 함수

$$f(x) = \begin{cases} a & (x < 1) \\ x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(x-a)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

12. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: (x-a+7)(x+2a-18)=0,$$

$$q: x(x-a)\leq 0$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은? [3점]

① 24

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 28

13. 어느 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리는 평균이 m km, 표준편차가 1.5km인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인들 중에서 36명을 임의추출하여 조사한 결과 36명이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균은 \bar{x} km이었다. 이 결과를 이용하여, 이 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq 6.49$ 이다. a 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 5.46 ② 5.51 ③ 5.56 ④ 5.61 ⑤ 5.66

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-a_n} & (a_n > 2) \\ a_n + 2 & (a_n \leq 2) \end{cases}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k = 12$ 를 만족시키는 자연수 m 의 최솟값은? [4점]

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

15. 두 양수 a, b ($a > b$)에 대하여

$$9^a = 2^{\frac{1}{b}}, (a+b)^2 = \log_3 64$$

일 때, $\frac{a-b}{a+b}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{30}}{6}$

16. 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 서로 이웃하는 두 카드에 적힌 수를 곱하여 만들어지는 5개의 수가 모두 짝수인 경우의 수는? [4점]

① 120

② 126

③ 132

④ 138

⑤ 144

17. 집합 $X = \{x \mid x > 0\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 1 & (0 < x \leq 3) \\ -\frac{1}{x-a} + b & (x > 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 일대일 대응일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{41}{12}$

④ $\frac{7}{2}$

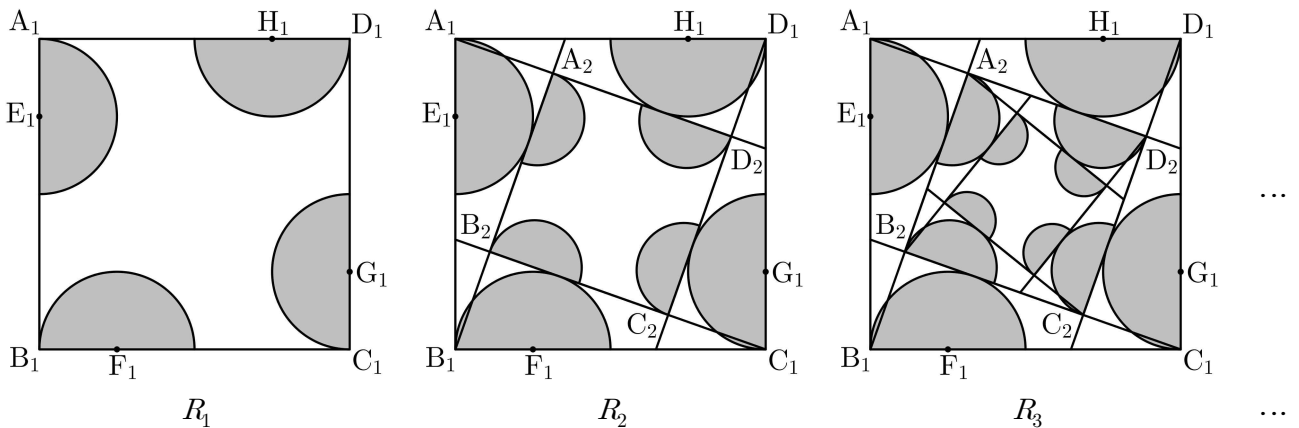
⑤ $\frac{43}{12}$

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 4개의 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 1:3으로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 점 E_1, F_1, G_1, H_1 각각을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}A_1B_1$ 인 4개의 반원을 그린 후 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 A_1 을 지나고 중심이 H_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 B_1 을 지나고 중심이 E_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 A_2 , 점 B_1 을 지나고 중심이 E_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 C_1 을 지나고 중심이 F_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 B_2 , 점 C_1 을 지나고 중심이 F_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 D_1 을 지나고 중심이 G_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 C_2 , 점 D_1 을 지나고 중심이 G_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 A_1 을 지나고 중심이 H_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 D_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 4개의 반원을 그리고 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$
- ② $\frac{19\sqrt{2}\pi}{8}$
- ③ $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$
- ④ $\frac{21\sqrt{2}\pi}{8}$
- ⑤ $\frac{11\sqrt{2}\pi}{4}$

19. 다음은 자연수 n 에 대하여 방정식 $a+b+c=3n$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c) 가

$$a > b \text{ 또는 } a > c$$

를 만족시킬 확률을 구하는 과정이다.

방정식 $a+b+c=3n \dots\dots (*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

방정식 $(*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 가 $a > b$ 또는 $a > c$ 를 만족시키는 사건을 A 라 하면 사건 A 의 여사건 A^C 은 방정식 $(*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 가 $a \leq b$ 와 $a \leq c$ 를 만족시키는 사건이다.

이제 $n(A^C)$ 의 값을 구하자.

자연수 $k(1 \leq k \leq n)$ 에 대하여 $a=k$ 인 경우, $b \geq k, c \geq k$ 이고 방정식 $(*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$n(A^C) = \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

따라서 구하는 확률은 $P(A) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $n=2$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $n=7, k=2$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 식에 $n=4$ 를 대입한 값을 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① 88
- ② 92
- ③ 96
- ④ 100
- ⑤ 104

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq a) \\ 2a - f(x) & (f(x) < a) \end{cases} \quad (a \text{는 상수})$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=4$ 에서만 미분가능하지 않다.

(나) 함수 $g(x) - f(x)$ 는 $x = \frac{7}{2}$ 에서 최댓값 $2a$ 를 가진다.

$f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{7}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{9}{4}$

21. 함수 $f(x) = (x-2)^3$ 과 두 실수 m, n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|x| < a) \\ mx+n & (|x| \geq a) \end{cases} \quad (a > 0)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $a=1$ 일 때, $m=13$ 이다.

ㄴ. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능할 때, $m=48$ 이다.

ㄷ. $f(a) - 2af'(a) > n - ma$ 를 만족시키는 자연수 a 의 개수는 5 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \times 3^{n+2} - 2^n}{3^n - 3 \times 2^n} = 207$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 직선 $x=n$ 이 곡선 $y=x^2$ 과 만나는 점을 A_n , 직선 $x=n$ 이 직선 $y=-2x$ 와 만나는 점을 B_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^9 \overline{A_n B_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$ 가 점 $(2, 3)$ 에서 만날 때, $f(-6)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

25. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$ 이고

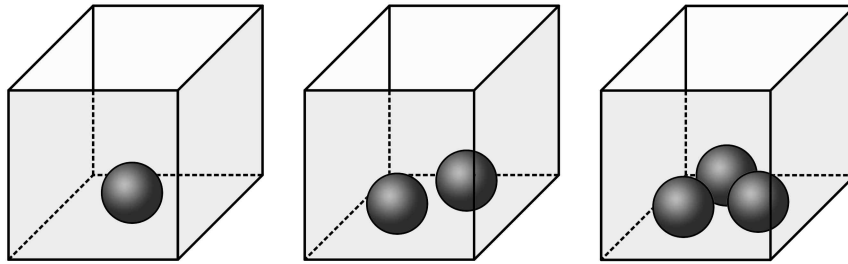
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x}{x - 1}$$

- 일 때, $60 \times f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 눈의 수의 최대공약수가 1일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 8일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\int_1^x (2x-1)f(t)dt = x^3 + ax + b$ 일 때, $40 \times f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 같은 종류의 검은 공이 각각 1개, 2개, 3개가 들어 있는 상자 3개가 있다. 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 6개의 흰 공을 3개의 상자에 남김없이 나누어 넣으려고 한다. 각각의 상자에 들어 있는 공의 개수가 모두 3의 배수가 되도록 6개의 흰 공을 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 흰 공이 하나도 들어 있지 않은 상자가 있을 수 있고, 공을 넣는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]



① ② ③ ④ ⑤ ⑥

29. 수열 $\{a_n\}$ 은 a_1 이 자연수이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - d & (a_n \geq 0) \\ a_n + d & (a_n < 0) \end{cases} \quad (d \text{는 자연수})$$

이다. $a_n < 0$ 인 자연수 n 의 최솟값을 m 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{m-2} + a_{m-1} + a_m = 3$

(나) $a_1 + a_{m-1} = -9(a_m + a_{m+1})$

(다) $\sum_{k=1}^{m-1} a_k = 45$

a_1 의 값을 구하시오. (단, $m \geq 3$) [4점]

30. 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 가 $0 \leq x < 4$ 에서

$$h(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 2) \\ f(x) & (2 \leq x < 3) \\ g(x) & (3 \leq x < 4) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $h(x) = h(x-4) + k$ (k 는 상수)이다.

(나) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(다) $\int_0^4 h(x) dx = 6$

$h\left(\frac{13}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

권
말