2020학년도 신입학 수시모집
논술고사 문제지 (자연계열-오후)

지원학과(부)			
수 험 번 호		성 명	

※ 답안 작성 시 유의 사항

■ 시험시간은 2시간(120분)입니다.

■ 답안지 상의 모집단위, 성명, 수험번호, 주민등록번호 앞자리를 "**검정색 볼펜**"으로 정확히 기재 및 마킹(진하게)바랍니다.

■ 답안 작성란은 "**검정색 볼펜**" 또는 "**검정색 연필(샤프)**"로 작성하십시오.
※ 검정색 이외(빨간색, 파란색 등) 사용 금지
※ **지우개, 수정액, 수정테이프 사용 가능**

■ 답안지에는 제목을 쓰지 마십시오.

■ 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 하지 마십시오.

■ 답안지 1장 이내에 답안을 작성해야 합니다.

광운대학교
KwangWoon University

[문제 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

1. 모든 정수들의 집합을 $\mathbb{Z}$, 모든 실수들의 집합을 $\mathbb{R}$로 나타낸다.

2. 다항식 A를 다항식 $B\,(B \neq 0)$로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라고 하면 $A = BQ + R$로 나타낼 수 있다. 이때, R의 차수는 B의 차수보다 낮다. 특히, $R = 0$일 때, A는 B로 나누어떨어진다고 한다.

3. 원소가 유한개인 집합을 유한집합이라 하고, 원소가 무한히 많은 집합을 무한집합이라고 한다.
자연수의 집합 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\}$은 무한집합이다.

4. 두 집합 A, B에 대하여 A에는 속하지만 B에는 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합을 A에 대한 B의 차집합이라 하고, 기호 $A - B$로 나타낸다.

5. 함수 $f : X \to Y$가 일대일함수이고 치역과 공역이 같으면 함수 f를 일대일 대응이라고 한다.

6. 두 함수 $f : X \to W$, $g : W \to Y$의 합성함수 $g \circ f$는 $g \circ f : X \to Y$, $(g \circ f)(x) = g(f(x))$이다.

7. 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 결론을 부정하면 가정에 모순되거나 이미 참이라고 알려진 사실에 모순됨을 유도하여 주어진 명제가 참임을 증명하는 증명방법을 귀류법이라고 한다.

[1] 다항식 $f(x) = \sum_{n=1}^{100} a_n x^n$에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, a_n은 실수)

(1) 다항식 $g(x) = \sum_{n=1}^{5} x^n$에 대하여 $f(x) = \{g(x)\}^{20}$일 때, $\sum_{n=1}^{50} a_{2n}$을 구하시오. [8점]

(2) 다항식 $f(x)$가 $x^2 + x + 1$로 나누어떨어지고, 다음을 만족할 때, a_{100}을 구하시오. [10점]

$$\sum_{n=1}^{33} a_{3n} = \sum_{n=1}^{33} a_{3n-2} = \sum_{n=1}^{33} a_{3n-1}$$

[2] 두 집합 X, Y에 대하여 $X \subset \mathbb{R}$, $Y = \{\, t \mid -t^2 \leq t \leq t^2,\ t \text{ 는 실수} \,\} \cap \{\, t \mid 0 < t \leq 2,\ t \text{ 는 실수} \,\}$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 집합 X가 유한집합이면 집합 $\mathbb{R} - X$는 무한집합임을 증명하시오. [6점]

(2) (1)을 이용하여 집합 $(\mathbb{R} - Y) \cup (\mathbb{R} - \mathbb{Z})$가 유한집합 또는 무한집합인지 판정하고 그 이유를 설명하시오. [8점]

<다음 장 계속>

[3] 집합 $X = \{\, t \mid -5 \le t < 8,\ t$ 는 정수$\}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 함수 $f : X \to X$ 와 $g : X \to X$ 는 일대일함수이고, $g \circ f = g \circ f \circ g$ 를 만족한다. 이때 함수 g 의 역함수 g^{-1} 가 존재함을 증명하고, $g^{-1}(7)$ 을 구하시오. [10점]

(2) 집합 X 에서 $\mathbb{Z}$ 로의 일대일 대응인 함수가 존재하지 않는 이유를 설명하시오. [8점]

<끝>

[문제 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

1. 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든 x에 대하여
   ㉠ $f'(x) > 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 증가한다.
   ㉡ $f'(x) < 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

2. 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서
   ㉠ $f''(x) > 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록하다.
   ㉡ $f''(x) < 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 위로 볼록하다.
   곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에 대하여 $x = a$의 좌우에서 곡선의 볼록 상태가 바뀔 때, 이 점을 곡선 $y = f(x)$의 변곡점이라고 한다.

3. 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$가 미분가능할 때, 합성함수 $y = f(g(x))$는 미분가능하며, 그 도함수는
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \quad \text{또는} \quad y' = f'(g(x))g'(x)$$

4. (평균값 정리) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린 구간 (a, b)에서 미분가능할 때,
   $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \quad (a < c < b)$ 인 c가 적어도 하나 존재한다.

5. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고, $f'(x)$, $g'(x)$가 연속일 때
$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

6. 구간 $[a, b]$의 임의의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체 도형의 부피 V는
$$V = \int_a^b S(x)\,dx \quad (\text{단, } S(x)\text{는 구간 } [a, b]\text{에서 연속})$$

[1] 함수 $f(x) = \sin x - x\cos x \quad (-2\pi \le x \le 2\pi)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값을 구하시오. [8점]

(2) 구간 $\left(\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right)$에서 곡선 $y = f(x)$의 변곡점이 존재하는지를 판정하고 그 이유를 설명하시오. [6점]

<다음 장 계속>

(3) 함수 $g(x)=(f \circ f)(x)$ 에 대하여 $g'(x)=1$ 을 만족하는 x가 구간 $(\pi, 2\pi)$에 적어도 하나 존재함을 보이시오. [7점]

[2] 자연수 n에 대하여 곡선 $y=(\ln x)^n$ 과 x축 및 직선 $x=e$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) S_1 을 구하시오. [5점]

(2) $S_{n+1}+(n+1)S_n$ 을 구하시오. [7점]

(3) 곡선 $y=\ln x$ 와 x축 및 직선 $x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 반원일 때, 이 입체의 부피 V를 구하시오. [8점]

[3] 다음 두 조건을 모두 만족하는 미분가능한 함수 $f(x)$와 $g(x)$를 구하시오. [9점]

(가) $e^x(f(x)+f'(x))=g(x)$
(나) $\int_0^x g(t)dt=e^{x^2}-f(0)$

<끝>

2020학년도 광운대학교 논술고사 문제 해설
[자연계열-오후1번]

▣ 출제의도

[1] (1) 다항식을 구성하는 각 항들의 계수간의 관계를 이해하는 능력 및 계산력을 평가한다.
(2) 다항식의 나눗셈정리를 이해하고 다항식간의 계산력을 평가한다.

[2] (1) 유한집합과 무한집합에 대한 명제의 참, 거짓을 판단할 수 있는 능력과 이를 증명할 수 있는 논리력을 평가한다.
(2) 주어진 집합의 원소를 구체적으로 구하는 계산력과 이 집합이 무한집합임을 증명하기 위해서 주어진 명제를 활용할 수 있는 응용력 및 논리력을 평가한다.

[3] (1) 합성함수의 이해력 및 계산능력과 역함수의 존재성을 증명할 수 있는 논리력을 평가한다.
(2) 두 집합 사이에 일대일대응이 존재하는지를 판단하는 능력과 이를 증명할 수 있는 논리력을 평가한다.

▣ 문항별 배점

[1] (1) 8점 (2) 10점
[2] (1) 6점 (2) 8점
[3] (1) 10점 (2) 8점

▣ 참고자료

[1] 수학 I, 이준열 외, 천재교육, 2016
[2] 수학 II, 이준열 외, 천재교육, 2016
[3] 수학 II, 이강섭 외, 미래엔, 2014

▣ 채점기준

하위문항	채점 기준	배점
1-1	$g(1)=5$, $g(-1)=-1$ 을 구했으면	2
	$f(1)=5^{20}$, $f(-1)=1$ 을 구했으면	2
	$\sum_{n=1}^{50} a_{2n} = \frac{1}{2}(5^{20}+1)$ 을 구했으면	4
1-2	$f(x)=(x^2+x+1)Q$ 인 다항식 Q가 존재함을 언급했으면	2
	$w^3=1$ 을 구했으면	2
	$f(w)=\sum_{n=1}^{33} a_{3n} + \sum_{n=1}^{33} a_{3n-2}w + \sum_{n=1}^{33} a_{3n-1}w^2 + a_{100}w$ 를 구했으면	2
	$f(w)=a_{100}w=0$ 을 구했으면	2
	$a_{100}=0$ 을 구했으면	2
2-1	$\mathbb{R}$ 이 무한집합임을 설명했으면	2
	$\mathbb{R}-X$ 가 유한집합이라 가정했으면	2
	$\mathbb{R}=X\cup(\mathbb{R}-X)$ 이고 X 가 유한집합이므로 $\mathbb{R}$ 은 유한집합임을 유도함으로써 모순을 이끌어 냈으면	2
2-2	$Y\cap\mathbb{Z}=\{1,2\}$ 을 구했으면	2
	(1)의 결과에 의하여 $\mathbb{R}-(Y\cap\mathbb{Z})$ 가 무한집합임을 이끌어냈으면	2
	$(\mathbb{R}-Y)\cup(\mathbb{R}-\mathbb{Z})=\mathbb{R}-(Y\cap\mathbb{Z})$ 임을 설명했으면	2
	$(\mathbb{R}-Y)\cup(\mathbb{R}-\mathbb{Z})$ 가 무한집합임을 언급했으면	2
3-1	$f(a)=f(g(a))$을 구했으면	2
	$g(a)=a$을 구했으면	2
	$g(X)=X$ 이므로 g 는 일대일 대응이고 g 의 역함수 g^{-1} 가 존재함을 보였으면	3
	$g^{-1}(7)=7$ 를 구했으면	3
3-2	X 에서 $\mathbb{Z}$ 로의 일대일 대응 $h:X\to\mathbb{Z}$ 가 존재한다고 가정하고 $h(X)=\mathbb{Z}$ 를 언급했으면	3
	$n(X)=13$ 을 구했으면	2
	$h(X)$ 는 유한집합이고 $\mathbb{Z}$ 는 무한집합이므로 모순을 유도했으면	3

▣ 모범답안

[1] (1) $g(1)=\sum_{n=1}^{5}1^n=5$ 이고 $f(1)=\sum_{n=1}^{100}a_n 1^n=\sum_{n=1}^{100}a_n$ 이다.

$f(1)=\{g(1)\}^{20}=5^{20}$ 이므로 $\sum_{n=1}^{100}a_n=5^{20}$ 이다.

한편 $g(-1)=\sum_{n=1}^{5}(-1)^n=-1$ 이고 $f(-1)=\sum_{n=1}^{100}a_n(-1)^n$ 이다.

$f(-1)=\{g(-1)\}^{20}=1$ 이므로 $\sum_{n=1}^{100}a_n(-1)^n=1$ 이다.

그런데 $2\sum_{n=1}^{50}a_{2n}=\sum_{n=1}^{100}a_n+\sum_{n=1}^{100}a_n(-1)^n=5^{20}+1$ 이므로 $\sum_{n=1}^{50}a_{2n}=\frac{1}{2}(5^{20}+1)$ 이다.

(2) 다항식 $f(x)$가 x^2+x+1 로 나누어떨어지므로 $f(x)=(x^2+x+1)Q$ 인 다항식 Q가 존재한다.
$x^2+x+1=0$ 을 만족하는 한 허근을 w 라 하면 $w^2+w+1=0$ 이고 $f(w)=0$ 이다.
한편 $w^3-1=(w-1)(w^2+w+1)=0$ 이므로 $w^3=1$ 이다. 따라서

$$f(w)=\sum_{n=1}^{100}a_n w^n=(a_3+a_1w+a_2w^2)+(a_6+a_4w+a_5w^2)+\cdots+(a_{99}+a_{97}w+a_{98}w^2)+a_{100}w$$

$$=\sum_{n=1}^{33}a_{3n}+\sum_{n=1}^{33}a_{3n-2}w+\sum_{n=1}^{33}a_{3n-1}w^2+a_{100}w$$

이고 가정에 의하여 $\sum_{n=1}^{33}a_{3n}=\sum_{n=1}^{33}a_{3n-2}=\sum_{n=1}^{33}a_{3n-1}$ 이므로

$f(w)=\sum_{n=1}^{33}a_{3n}(1+w+w^2)+a_{100}w=a_{100}w$ 이다.

$f(w)=0$ 이므로 $a_{100}w=0$ 이고 $w\neq 0$ 이므로 $a_{100}=0$ 이다.

[2] (1) 제시문 3 으로부터 $\mathbb{N}=\{1,2,3,\cdots\}$ 은 무한집합이고 $\mathbb{N}\subset\mathbb{R}$ 이므로 $\mathbb{R}$ 은 무한집합이다.
만일 $\mathbb{R}-X$ 가 유한집합이라 가정하면 $\mathbb{R}=X\cup(\mathbb{R}-X)$ 이고 X 가 유한집합이므로 $\mathbb{R}$ 은 유한집합이다.
그런데 이것은 $\mathbb{R}$ 이 무한집합이라는 사실에 모순이다. 따라서 $\mathbb{R}-X$ 는 무한집합이다.

(2) $Y=\{\,t\mid -t^2\le t\le t^2,\ t$ 는 실수$\,\}\cap\{\,t\mid 0<t\le 2,\ t$ 는 실수$\,\}=\{\,t\mid 1\le t\le 2,\ t$ 는 실수$\,\}$ 이다.
따라서 $Y\cap\mathbb{Z}=\{1,2\}$ 이다.
그러므로 $Y\cap\mathbb{Z}$ 는 유한집합이고 (1)의 결과에 의하여 $\mathbb{R}-(Y\cap\mathbb{Z})$ 는 무한집합이다.
그런데 $(\mathbb{R}-Y)\cup(\mathbb{R}-\mathbb{Z})=\mathbb{R}-(Y\cap\mathbb{Z})$ 이므로 $(\mathbb{R}-Y)\cup(\mathbb{R}-\mathbb{Z})$ 는 무한집합이다.

[3] (1) 모든 $a\in X$ 에 대하여 $(g\circ f)(a)=(g\circ f\circ g)(a)$ 이므로 $g(f(a))=g(f(g(a)))$ 이다.
그런데 g 가 일대일함수이므로 $f(a)=f(g(a))$ 이다.
또한 f 가 일대일함수이므로 $g(a)=a$ 이고 $g(X)=X$ 이므로 g 는 일대일 대응이고 g 의 역함수 g^{-1} 가 존재한다.
모든 $a\in X$ 에 대하여 $g(a)=a$ 이므로 $g^{-1}(a)=a$ 이다.
따라서 $g^{-1}(7)=7$ 이다.

(2) 집합 X에서 $\mathbb{Z}$로의 일대일 대응 $h:X \to \mathbb{Z}$ 가 존재한다고 가정하자. 그러면 $h(X)=\mathbb{Z}$ 이다.
그런데 $n(X)=13$ 이므로 $h(X)$ 는 유한집합이고 $\mathbb{Z}$는 무한집합이므로 모순이다.
따라서 $h(X) \neq \mathbb{Z}$ 이므로 h는 일대일 대응이 아니다.
즉, X에서 $\mathbb{Z}$로의 일대일 대응인 함수가 존재하지 않는다.

2020학년도 광운대학교 논술고사 문제 해설
[자연계열-오후2번]

▣ 출제의도

[1] (1) 삼각함수의 합과 몫의 미분에 대한 이해력과 도함수를 활용한 함수의 최댓값과 최솟값의 계산능력을 평가한다.
(2) 이계도함수의 계산능력과 삼각함수의 부호 및 변곡점에 대한 이해력과 논리력을 평가한다.
(3) 함수에 대한 평균값 정리와 합성함수의 미분가능성에 대한 이해력과 삼각함수의 계산능력을 평가한다.

[2] (1) 정적분을 이용한 도형의 넓이의 계산능력과 로그함수의 미분과 정적분에 대한 계산능력을 평가한다.
(2) 합성함수의 미분과 부분적분법을 이용한 정적분에 대한 이해력과 계산능력을 평가한다.
(3) 정적분을 이용한 입체도형의 부피의 계산능력을 평가한다.

[3] 부정적분과 정적분의 관계 및 함수의 몫의 미분에 대한 이해력과 지수함수의 미분의 계산능력을 평가한다.

▣ 문항별 배점

[1] (1) 8점 (2) 6점 (3) 7점
[2] (1) 5점 (2) 7점 (3) 8점
[3] 9점

▣ 참고자료

[1] 미적분 Ⅰ, 황선욱 외, 좋은책신사고, 2019
[2] 미적분 Ⅰ, 류희찬 외, 천재교과서, 2019
[3] 미적분 Ⅱ, 황선욱 외, 좋은책신사고, 2018
[4] 미적분 Ⅱ, 류희찬 외, 천재교과서, 2018
[5] 미적분 Ⅱ, 우정호 외, 동아출판, 2016

▣ 채점기준

하위문항	채점 기준	배점
1-1	$f'(x)=x\sin x=0$ 의 해 $x=0$, $\pm\pi$, $\pm 2\pi$를 구했으면	2
	함숫값을 비교해서 최대, 최소가 되는 점을 찾았으면	4
	최댓값 2π, 최솟값 -2π를 구했으면	2
1-2	$f''(x)=\sin x+x\cos x$ 를 구했으면	1
	$\pi<x<\frac{3\pi}{2}$ 에서 $f''(x)<0$ 임을 보였으면	3
	변곡점은 존재하지 않는다고 판정했으면	2
1-3	$g(2\pi)=2\pi$, $g(\pi)=\pi$를 구했으면	2
	평균값 정리를 올바르게 적용했으면	3
	$g'(x)=1$ 을 만족하는 x가 $(\pi, 2\pi)$에 존재한다는 것을 보였으면	2
2-1	도형의 넓이 $S_1=\int_1^e \ln x\,dx$ 임을 설명했으면	2
	$S_1=1$ 을 구했으면	3
2-2	$S_{n+1}=\int_1^e (\ln x)^{n+1}dx$ 임을 설명했으면	2
	부분적분법으로 $\int_1^e (\ln x)^{n+1}dx$ 를 구했으면	3
	$S_{n+1}+(n+1)S_n=e$ 를 구했으면	2
2-3	단면의 넓이 $S(x)=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\ln x}{2}\right)^2$ 을 구했으면	2
	정적분 $\int_1^e (\ln x)^2 dx$ 를 구했으면	3
	부피 $V=\frac{\pi}{8}(e-2)$ 를 구했으면	3
3	$\int_0^x \{e^t f(t)\}' dt=\int_0^x g(t)dt$ 임을 설명했으면	3
	$f(x)=e^{x^2-x}$ 을 구했으면	4
	$g(x)=2xe^{x^2}$ 을 구했으면	2

▣ 모범답안

[1] (1) 함수 $f(x)$는 $(-2\pi, 2\pi)$에서 미분가능하며 $f'(x) = x\sin x$ 이다.
따라서 $f'(x)=0$ 의 해는 $x=0$, $\pm\pi$, $\pm 2\pi$ 이다.
제시문 1에 의하여 구간 $[-2\pi, 2\pi]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2π	$\cdots$	$-\pi$	$\cdots$	0	$\cdots$	π	$\cdots$	2π
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	2π	↘	$-\pi$	↗	0	↗	π	↘	-2π

위의 표로부터 $f(x)$는 $x=-2\pi$일 때 최대이고 최댓값은 2π, $x=2\pi$일 때 최소이고 최솟값은 -2π이다.

(2) $f(x)$의 이계도함수는 $f''(x)=\sin x + x\cos x$ 이고, $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$ 일 때 $\sin x < 0$, $\cos x < 0$ 이다. 따라서 이 구간에서 항상 $f''(x) < 0$ 이므로 제시문 2에 의하여 변곡점은 존재하지 않는다.

(3) 함수 $f(x)$는 미분가능하므로 제시문 3에 의하여 함수 $g(x)$는 미분가능하다.
$g(x)$는 구간 $[\pi, 2\pi]$에서 연속이고 구간 $(\pi, 2\pi)$에서 미분가능하므로 평균값 정리(제시문 4)에 의하여

$$\frac{g(2\pi)-g(\pi)}{2\pi-\pi}=g'(c),\qquad \pi<c<2\pi$$

을 만족하는 c가 적어도 하나 존재한다. 그런데 $g(2\pi)=f(f(2\pi))=f(-2\pi)=2\pi$, $g(\pi)=f(f(\pi))=f(\pi)=\pi$ 이므로 $g'(c)=\dfrac{2\pi-\pi}{\pi}=1$ 을 만족하는 c가 구간 $(\pi, 2\pi)$에 적어도 하나 존재한다. 따라서 $g'(x)=1$ 을 만족하는 x가 구간 $(\pi, 2\pi)$에 적어도 하나 존재한다.

[2] (1) 제시문 5의 부분적분법에 의하여

$$S_1=\int_1^e \ln x\,dx = [x\ln x]_1^e - \int_1^e x\left(\frac{1}{x}\right)dx = e-[x]_1^e = 1$$

(2) 제시문 5의 부분적분법으로 적분을 계산하면

$$S_{n+1}=\int_1^e (\ln x)^{n+1}dx = \left[x(\ln x)^{n+1}\right]_1^e - \int_1^e (n+1)(\ln x)^n dx$$

$$=\left[x(\ln x)^{n+1}\right]_1^e-(n+1)\int_1^e(\ln x)^n dx \;= e-(n+1)S_n$$

따라서 $S_{n+1}+(n+1)S_n=e$ 이다.

(3) 입체도형의 단면의 넓이를 $S(x)$라고 하면, 단면은 지름이 $\ln x$인 반원이므로 $S(x)=\dfrac{1}{2}\pi\left(\dfrac{\ln x}{2}\right)^2$ 이다.
제시문 6에 의하여 입체도형의 부피 V는 다음과 같다.

$$V=\int_1^e S(x)dx = \int_1^e \frac{1}{2}\pi\left(\frac{\ln x}{2}\right)^2 dx = \frac{\pi}{8}\int_1^e(\ln x)^2 dx = \frac{\pi}{8}S_2$$

(1)과 (2)에서 $S_1=1$, $S_2+2S_1=e$ 이므로 $S_2=e-2S_1=e-2$ 이다.

따라서 입체의 부피는 $V=\frac{\pi}{8}(e-2)$ 이다.

[3] 조건 (가)에서 $\{e^x f(x)\}' = g(x)$ 이다.

이 식의 양변을 적분하면 $\int_0^x \{e^t f(t)\}' dt = \int_0^x g(t) dt$ 이다.

위 식의 좌변은 $\int_0^x \{e^t f(t)\}' dt = \left[e^t f(t)\right]_0^x = e^x f(x) - f(0)$ 이므로

조건 (나)에서 $e^x f(x) - f(0) = e^{x^2} - f(0)$ 이다.

이 식을 정리하면 $f(x) = e^{x^2 - x}$ 이다.

조건 (가)로부터 $g(x) = \{e^x f(x)\}' = \left(e^{x^2}\right)' = 2xe^{x^2}$ 이다.