

2022학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1

상수 $p(1 < p < 2)$ 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - px^2 + px$ 가 있다. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = f(a_n)$$

을 만족시킨다. $0 < a_1 < 1$ 일 때, 아래 물음에 답하시오. [40점]

- (1) $0 < x < \beta$ 에서 부등식 $f(x) > x$ 가 성립하고, $\beta < x < 1$ 에서 부등식 $f(x) < x$ 가 성립하는 β 를 구하시오.
- (2) 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $0 < a_n < 1$ 이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 보이시오.
- (3) 문항 (1)에서 정해진 β 에 대하여 $a_1 \neq \beta$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $0 < a_n < \beta$ 가 성립하거나, 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $\beta < a_n < 1$ 이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 보이시오.
- (4) 문항 (1)에서 정해진 β 에 대하여 $a_1 \neq \beta$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $a_{n+1} > a_n$ 이 성립하거나, 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $a_{n+1} < a_n$ 이 성립함을 보이시오.

2 아래 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 좌표평면에서 타원 $x^2 + 3y^2 = 3$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.
- (2) 타원 $x^2 + 3y^2 = 3$ 위의 점 P에서의 접선의 기울기는 1이고, 점 P의 x 좌표는 양수이다. 타원 $x^2 + 3y^2 = 3$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 Q, R에서 만날 때, 삼각형 PQR의 넓이를 $f(k)$ 라 하자. $f(k)$ 를 구하시오.
- (3) 문항 (1)에 해당하는 실수 k 에 대하여 $\{f(k)\}^2$ 의 최댓값을 구하시오.

3

다음과 같이 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(s)$ 에 대하여 아래 물음에 답하시오. [30점]

좌표평면에서 실수 s 에 대하여 원 $(x-s)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 과 함수 $y = \frac{4}{3}|x| + 8$ 의 그래프가 한 점에서 만날 때 원의 반지름의 길이를 $f(s)$ 라 하자.

- (1) 점 $(4,5)$ 에서 직선 $y = \frac{4}{3}x + 8$ 에 내린 수선의 발을 구하시오.
- (2) $s \geq 4$ 일 때, 함수 $f(s)$ 를 구하시오.
- (3) $-4 < s < 4$ 일 때, 함수 $f(s)$ 를 구하시오.