

2020학년도 중앙대학교

## 편입학 시험 수학 문제지[A형]

<2020. 1. 12(일) 11:30 ~ 12:30>

대 학		모집단위	
수험번호		성 명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 8면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하여야 합니다.



2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[1] (2.5점)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta - \sin \theta}{\theta^3}$  의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$                       ②  $-\frac{1}{6}$                       ③  $\frac{1}{6}$                       ④  $\frac{1}{2}$

[2] (2.5점) 곡선  $e^{x/y} = x - y$  위의 점  $(0, a)$  에서의 접선이 직선  $y = x + 3$  과 점  $(b, c)$  에서 만날 때,  $a + b + c$  의 값은?

- ① 5                              ② 10                              ③ 20                              ④ 40

[3] (3점)  $\mathbb{R}^3$  의 두 점  $A(1, 1, 1), B(1, 1, 2)$  와 평면  $2x - y + z = 0$  위의 점  $P$  에 대하여  $\overline{PA} + \overline{PB}$  의 최솟값은?  
(단,  $\overline{XY}$  는  $X, Y$  사이의 거리를 나타낸다.)

- ①  $\sqrt{5}$                       ②  $\sqrt{6}$                       ③  $\sqrt{7}$                       ④  $\sqrt{8}$

[4] (3.5점) 세 점  $(1, 0), (1, 2), (4, 1)$  을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 내부를  $T$  라 할 때,  $\iint_T y^2 dx dy$  의 값은?

- ①  $\frac{3}{2}$                       ②  $\frac{5}{2}$                       ③  $\frac{7}{2}$                       ④  $\frac{9}{2}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[5] (3점)  $2 \times 2$  행렬  $A$ 가  $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  을 만족할 때,  $A^{17} \begin{pmatrix} 11 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  라 놓으면  $x - y$  의 값은?

- ①  $2^{19}$                       ②  $2^{21}$                       ③  $3^{19}$                       ④  $3^{21}$

[6] (3.5점)  $I(E) = \iiint_E (1 - x^2 - 2y^2 - 3z^2) dx dy dz$  의 값이 최대가 되도록  $\mathbb{R}^3$  의 영역  $E$  를 정할 때,  $I(E)$  의 값은?

- ①  $\frac{2\pi}{15\sqrt{6}}$                       ②  $\frac{8\pi}{15\sqrt{6}}$                       ③  $\frac{4\pi}{5\sqrt{6}}$                       ④  $\frac{2\pi}{5\sqrt{6}}$

[7] (3점)  $\mathbb{R}^3$  의 순서기저(ordered basis)  $\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$  에 관한 선형변환  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  의 행렬표현이  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

으로 주어진다.  $w_1 = v_1 + 2v_2 + 4v_3$ ,  $w_2 = v_2 + 2v_3$ ,  $w_3 = v_3$  에 대하여  $T(w_1 + w_2 + w_3) = \alpha w_1 + \beta w_2 + \gamma w_3$  라 할 때,  $\alpha + \beta + \gamma$  의 값은?

- ①  $-2$                       ②  $-1$                       ③  $0$                       ④  $3$

[8] (3점) 타원  $x^2 + 4y^2 = 8$  위의 점  $(2, 1)$  에서 곡률의 값은?

- ①  $\frac{2}{25}\sqrt{5}$                       ②  $\frac{4}{25}\sqrt{5}$                       ③  $\frac{1}{5}\sqrt{5}$                       ④  $\frac{8}{5}\sqrt{5}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[9] (4점)  $3 \times 3$  행렬  $A$ 의 특성다항식이  $\det(A-tI) = -t^3 + 2t^2 + 6t - 1$ 로 주어질 때, 행렬  $A^2$ 의 특성다항식을  $p(t) = \det(A^2 - tI)$ 라 하면 미분계수  $p'(1)$ 의 값은? (단,  $I$ 는  $3 \times 3$  단위행렬이다.)

- ① -5                      ② 7                      ③ -11                      ④ 13

[10] (3점) 선형변환  $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$Tv = Av, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & -4 & 13 \\ 2 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}^4.$$

$T$ 의 계수(rank)를  $r$ 이라 하고  $T$ 의 영공간(null space)의 차원을  $n$ 이라 할 때  $r-n$ 의 값은?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3

[11] (3.5점) 행렬  $M$ 의 기약행사다리꼴(row-reduced echelon form)이  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ 으로 주어진다고 하자.

$M$ 의 첫째, 둘째, 넷째 열이 각각  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 일 때,  $M$ 의 다섯째 열의 성분을 모두 합하면?

- ① 29                      ② 34                      ③ 42                      ④ 47

[12] (4점) 곡면  $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \frac{1}{2}y^2, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \right\}$ 에 대하여 곡면적분  $\iint_S \sqrt{1+y^2} dS$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1                      ④  $\frac{4}{3}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[13] (2.5점)  $T(1, 0) = (1, 2)$  와  $T(0, 1) = (1, -3)$  을 만족하는 선형변환  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  가 세 점  $P(1, 1), Q(2, 3), R(3, 2)$  를 각각  $P', Q', R'$  으로 옮긴다고 할 때, 세 점  $P', Q', R'$  을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?

- ①  $\frac{9}{2}$                       ②  $\frac{11}{2}$                       ③  $\frac{13}{2}$                       ④  $\frac{15}{2}$

[14] (4점) 곡선  $\gamma(t) = \left( \frac{t+1}{t^2+1}, \frac{t(t+1)}{t^2+1} \right), 0 \leq t \leq 1$ , 의 길이는?

- ①  $\pi$                               ②  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$                       ③  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$                       ④  $\frac{\pi}{4}$

[15] (3점)  $c > 0$  일 때, 멱급수  $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2)_n (-3)_n}{n! (c)_n} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n}$  의 수렴반경을 구하면?  
(단, 임의의 실수  $\alpha$  에 대하여  $(\alpha)_n = \alpha(\alpha+1)\cdots(\alpha+n-1)$  으로 정의한다.)

- ① 2                              ②  $3c$                               ③  $6c$                               ④  $+\infty$

[16] (3점)  $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$  의 값은?

- ①  $-1 - \frac{\pi}{2}$                       ②  $-1 + \frac{\pi}{2}$                       ③  $1 - \frac{\pi}{2}$                       ④  $1 + \frac{\pi}{2}$

[17] (3.5점)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin^3 x dx$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{12}$                       ②  $\frac{1}{6}$                       ③  $\frac{1}{3}$                       ④  $\frac{1}{2}$

[18] (3점)  $\int_0^1 x^5 e^{-x^3} dx$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{2}{e}\right)$                       ②  $-\frac{1}{3e}$                       ③  $\frac{1}{3e}$                       ④  $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{2}{e}\right)$

[19] (4점)  $a > 0$  일 때, 특이적분  $\int_0^{\infty} e^{-at} \cos t dt$  을 계산하면?

- ①  $\frac{1}{1+a^2}$                       ②  $\frac{a}{1+a^2}$                       ③  $\frac{1+a}{1+a^2}$                       ④  $\frac{1}{a}$

[20] (3점)  $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$  일 때,  $\int_0^1 \frac{g(x)g'(x)}{\sqrt{1+[g(x)]^2}} dx$  의 값은?

- ①  $-\sqrt{2}$                       ②  $-1$                       ③  $1-\sqrt{2}$                       ④  $\sqrt{2}-1$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[21] (4점) 구간  $[0, 1]$  에서 연속인 함수  $R$  에 대하여 정적분  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} R(\cos x) dx$  를 새로운 변수  $u = \tan(x/2)$  로 치환하여 올바르게 나타낸 것은?

①  $I = 2 \int_0^1 R\left(\frac{2u}{1+u^2}\right) \frac{du}{1+u^2}$

②  $I = 2 \int_0^1 R\left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right) \frac{du}{1+u^2}$

③  $I = 2 \int_0^1 R\left(\frac{2u}{1+u^2}\right) \frac{du}{\sqrt{1+u^2}}$

④  $I = 2 \int_0^1 R\left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right) \frac{du}{\sqrt{1+u^2}}$

[22] (4점)  $t > 0$  일 때, 함수  $A(t) = \frac{1}{2} \cosh t \sinh t - \int_1^{\cosh t} \sqrt{\theta^2 - 1} d\theta$  의 도함수  $A'(t)$  를 구하면?

①  $A'(t) = \frac{1}{2} + \sinh^2 t$

②  $A'(t) = \frac{1}{2} + \sinh^2 t - \sinh t$

③  $A'(t) = \frac{1}{2}$

④  $A'(t) = \frac{1}{2} + \sinh^2 t + \sinh t$

[23] (4점)  $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} (\cos t, \sin t, t)$  일 때, 외적  $\mathbf{r}(t) \times \mathbf{r}'(t)$  의 크기(norm)를 구하면? (단,  $t > 0$ )

①  $\sqrt{1 + \frac{2}{t^2}}$

②  $\sqrt{t + \frac{1}{t}}$

③  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{t} + \frac{1}{t^3}}$

④  $\sqrt{1 + \frac{1 + \sin 2t}{t}}$

[24] (3점) 함수  $B(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & (x \neq 0), \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$  의 미분계수  $B'(0)$  의 값은?

①  $-\frac{1}{2}$

②  $-\frac{1}{6}$

③  $\frac{1}{6}$

④  $\frac{1}{2}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[25] (4점) 모든  $|x| < 1$  에 대하여  $-\int_0^x \frac{\log(1-t)}{t} dt = \sum_{n=1}^{\infty} A_n x^n$  이 성립할 때,  $A_{20}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{441}$                       ②  $\frac{1}{420}$                       ③  $\frac{1}{400}$                       ④  $\frac{1}{380}$

[26] (4점) 다음 <보기>의 급수전개에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $|x| < 3/2$ )

<보기>

(가)  $\frac{3}{3-2x} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n x^n$

(나)  $\frac{6x}{(3-2x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3}\right)^n x^n$

(다)  $-\frac{3}{2} \log(3-2x) = -\frac{3}{2} \log 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} x^n$

- ① (가), (나)                      ② (가), (다)                      ③ (나), (다)                      ④ (가), (나), (다)

[27] (3점) 실수전체집합에서 무한히 미분가능한 두 함수  $f(x), g(x)$  의  $x=1$  에서  $n$  차 도함수의 값이 각각  $(-2)^n, (-3)^n$  이라 할 때,  $x=1$  에서  $f(x)g(x)$  의 8차 도함수의 값은?

- ① 1                                  ②  $2^8$                                   ③  $3^8$                                   ④  $5^8$



2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[28] (3점) 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 19$  위에서 함수  $f(x, y, z) = 2x + 3y + 5z$  의 최댓값은?

- ①  $19\sqrt{3}$                       ②  $19\sqrt{2}$                       ③  $38\sqrt{3}$                       ④  $38\sqrt{2}$

[29] (4점) 영역  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq 1\}$  의 경계를  $\partial\Omega$  라 할 때, 다음 선적분의 값은?

$$\int_{\partial\Omega} (x^3 - y^3 + y^2)dx + (x^3 + x + 2xy)dy \quad (\text{단, } \partial\Omega \text{ 의 방향은 시계반대방향이다.})$$

- ①  $\frac{\pi}{4}$                               ②  $\frac{5\pi}{16}$                               ③  $\frac{5\pi}{8}$                               ④  $\frac{5\pi}{2}$

[30] (2.5점) 다음과 같이 행렬식의 방정식이 성립하는 경우를 고르면?

$$\det \begin{pmatrix} a & b & a & b \\ 0 & a & b & a \\ 2a & 3a+2b & 3a+3b & 3a+2b \\ 3a & -a+3b & 3a-b & 3b \end{pmatrix} = 16$$

- ①  $a = -3, b = -\frac{1}{3}$                               ②  $a = -2, b = -\frac{1}{4}$   
 ③  $a = -1, b = \frac{1}{12}$                               ④  $a = 1, b = \frac{1}{3}$