03-

[4점-21년모의평가 6월]

두 곡선 $y = 2^x$과 $y = -2x^2 + 2$가 만나는 두 점을 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$라 하자. $x_1 < x_2$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보 기〉

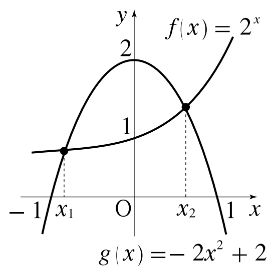
ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

풀이03-



편의상

$$\begin{cases} f(x)=2^x \\ g(x)=-2x^2+2 \end{cases}$$

라 하고

$x_1 < x_2$라고 하니

두 교점은 오른쪽 그림과 같습니다.

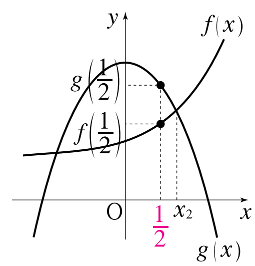
ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

잘 모를 땐, 일단 대입!

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right)=-2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2=\frac{3}{2}=1.5$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) < g\left(\frac{1}{2}\right)$$



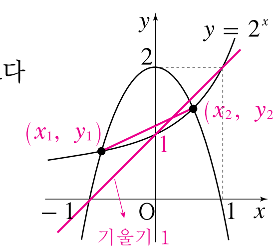
오른쪽 그림에서 보듯

$f\left(\frac{1}{2}\right) < g\left(\frac{1}{2}\right)$이 되려면 $\frac{1}{2} < x_2$이어야 합니다. (참!)

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

문제 많이 풀어본 학생이라면 '기울기' 생각이 나야죠.

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} < 1$$



두 교점을 이은 직선의 기울기가 1보다 작다는 소린데..

우선, $y=2^x$의 그래프를 아주 자알 그려야 합니다.

그 다음, 점 $(0,\ 1)$을 지나는 기울기 1인 직선을 그리고 나면

$(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$을 이은 기울기가 1보다 작다는 걸 시각적으로 알 수 있지요. (참!)

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

왜 하필 $\frac{\sqrt{2}}{2}$일까요?

이건 $\frac{\sqrt{2}}{2}=2^{-\frac{1}{2}}$, $1=2^0$로 바꾸라는 힌트죠.

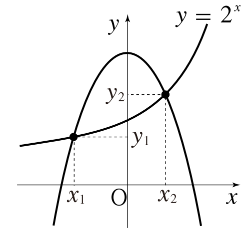
$$2^{-\frac{1}{2}} < y_1 y_2 < 2^0$$

$y_1=2^{x_1}$, $y_2=2^{x_2}$이므로

$$2^{-\frac{1}{2}} < 2^{x_1}\cdot 2^{x_2} < 2^0$$

$$2^{-\frac{1}{2}} < 2^{x_1+x_2} < 2^0$$

$$-\frac{1}{2} < x_1+x_2 < 0 \quad \cdots(\text{i})$$



이 식이 참인지 거짓인지 밝히면 됩니다.

ㄴ.의 결과를 이용합시다.

$$y_2-y_1 < x_2-x_1$$

그래프에서 $y_2 > y_1$이니까

$$0 < y_2-y_1 < x_2-x_1 \quad \cdots(\text{ii})$$

$y=-2x^2+2$이므로

$$0 < \{-2(x_2)^2+2\}-\{-2(x_1)^2+2\} < x_2-x_1$$

$$0 < -2(x_2)^2+2(x_1)^2 < x_2-x_1$$

$$0 < -2\{(x_2)^2-(x_1)^2\} < x_2-x_1$$

$$0 < -2(x_2+x_1)(x_2-x_1) < x_2-x_1$$

그래프에서 $x_2-x_1 > 0$이므로 세 변을 (x_2-x_1)으로 나누면

$$0 < -2(x_2+x_1) < 1$$

$$0 > x_2+x_1 > -\frac{1}{2}$$

(i)이 참이군요. (참!)

답 ⑤

※(ii)는 생각 못 해도 풀 수 있습니다. 나중에 그래프를 보고 $x_2+x_1 < 0$일 것 같다고 넘겨짚으면 되니까요.

01-

[4점-21년모의평가 6월]

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은?

① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

풀이01-

풀이

$\sum_{k=1}^{m} a_k$가 100 이하 자연수인 자연수 m의 합은?

1.

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m} a_k &= \sum_{k=1}^{m} \log_2 \sqrt{\frac{2(k+1)}{k+2}} \\ &= \log_2 \sqrt{\frac{2(2)}{3}} + \log_2 \sqrt{\frac{2(3)}{4}} + \cdots + \log_2 \sqrt{\frac{2(m+1)}{m+2}} \\ &= \log_2 \sqrt{\frac{2\cdot 2}{\cancel{3}} \times \frac{2\cdot \cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{2\cdot \cancel{4}}{\cancel{5}} \times \cdots \times \frac{2\cancel{(m+1)}}{m+2}} \\ &= \log_2 \sqrt{\frac{2^m \cdot 2}{m+2}} \\ &= \frac{1}{2}\log_2 \frac{2^m \cdot 2}{m+2} \\ &= \frac{1}{2}\{\log_2 2^{m+1} - \log_2 (m+2)\} \\ &= \frac{1}{2}\{m+1 \quad - \log_2 (m+2)\}\end{aligned}$$

2. 그렇다면 문제에서 요구하는 m은

$\frac{1}{2}\{m+1-\log_2(m+2)\}$는 100 이하의 자연수

$\{m+1-\log_2(m+2)\}$는 200 이하의 2배수 (짝수)

$m \quad -\log_2(m+2)$는 199 이하의 홀수

m에 자연수를 넣어서 199 이하의 홀수가 되는 경우를 찾는 겁니다. 아무 숫자나 넣는 게 아니라 $\log_2(m+2)$가 정수가 되는 경우, 즉, $(m+2)$가 2^a꼴인 경우만 찾으면 되지요.

$m+2=2^2$일 때 (즉, $m=2^2-2=2$)

$2-\log_2(2^2)=2-2=0$

$m+2=2^3$일 때 (즉, $m=2^3-2=6$)

$6-\log_2(2^3)=6-3=\boxed{3}$ ⇠ 199 이하의 홀수

$m+2=2^4$일 때 (즉, $m=2^4-2=14$)

$14-\log_2(2^4)=14-4=10$

$m+2=2^5$일 때 (즉, $m=2^5-2=30$)

$30-\log_2(2^5)=30-5=\boxed{25}$ ⇠ 199 이하의 홀수

짝,홀이 반복되는 규칙이 있군요. 그렇다면

$m+2=2^7$일 때 (즉, $m=2^7-2=126$)

$126-\log_2(2^7)=126-7=\boxed{119}$

$m+2=2^9$일 때 (즉, $m=2^9-2=254$)

$254-\log_2(2^9)=254-9=245$ ⇠ 199 이상이므로 안 됨.

199 이하의 홀수가 되는 m값은 3개입니다. 그 합은

$6+30+126=162$

답 ④

11-

[4점-21년모의평가 6월]

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

풀이 11-

풀이

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

이걸 주고는 $a_5 \times a_7 \times a_9$를 구하라고 하네요.
잠깐 생각을 해 봤는데.. 의지할 식은 하나뿐입니다.

$$a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$$
$$a_1 = S_1$$

윗 식을 뜻으로 이해하면 쉽지요.
수열 $\left\{\frac{4k-3}{a_k}\right\}$의 n번째 항까지의 합에서 $n-1$번째 항까지의 합을 빼면
n번째 항 $\frac{4n-3}{a_n}$이 된다는 것이죠.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k-3}{a_k} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{4k-3}{a_k} = \frac{4n-3}{a_n}$$

$$(2n^2+7n) - \{2(n-1)^2 + 7(n-1)\} = \frac{4n-3}{a_n}$$

$$(\cancel{2n^2} + \cancel{7n}) - (\cancel{2n^2} - 4n + 2 + \cancel{7n} - 7) = \frac{4n-3}{a_n}$$

$$4n + 5 = \frac{4n-3}{a_n}$$

$$\therefore a_n = \frac{4n-3}{4n+5} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$a_5 \times a_7 \times a_9$$
$$= \frac{4(5)-3}{4(5)+5} \times \frac{4(7)-3}{4(7)+5} \times \frac{4(9)-3}{4(9)+5}$$
$$= \frac{17}{\cancel{25}} \times \frac{\cancel{25}}{\cancel{33}} \times \frac{\cancel{33}}{41} = \frac{17}{41}$$

$$\therefore p + q = 41 + 17 = 58$$

답 58

08-

[4점-21년모의평가 9월]

닫힌구간 $[-2\pi,\ 2\pi]$에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는?

> 실수 a가 두 곡선 $y = f(x),\ y = g(x)$의 교점의 y좌표이면
>
> $$\{x \mid f(x) = a\} \subset \{x \mid g(x) = a\}$$
>
> 이다.

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

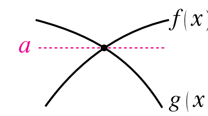
08-

1. $f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3\cos 12x$

당연히 그래프 그릴 생각이 먼저 들었겠죠?
그런데 그 전에 주어진 조건을 좀 보자구요.

> a는 $f(x)$와 $g(x)$의 교점의 y좌표이고
>
> $\{x \mid f(x) = a\} \subset \{x \mid g(x) = a\}$

오른쪽 그림같은 상황인 건데..
풀어 쓰면 이런 소리입니다.



> $\{x \mid y = a$와 $y = f(x)$의 교점의 x좌표 $\}$
>
> $\subset \{x \mid y = a$와 $y = g(x)$의 교점의 x좌표 $\}$

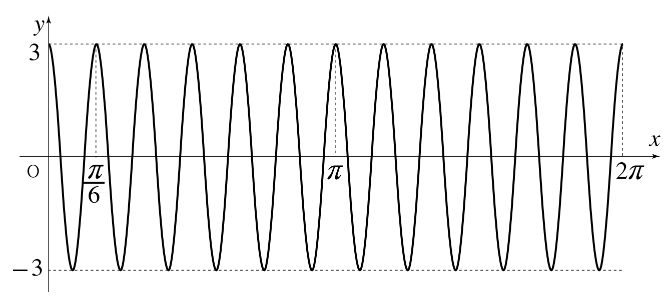
한 번 더 풀어 쓰면

> '$y = a$와 $y = f(x)$의 교점의 x좌표'는 전부 몽땅 모두
>
> '$y = a$와 $y = g(x)$의 교점의 x좌표'가 되어야 한다.

주어진 조건을 이렇게 이해했다면 한 고비 넘은 겁니다.

2. 이제 그래프를 그립시다.

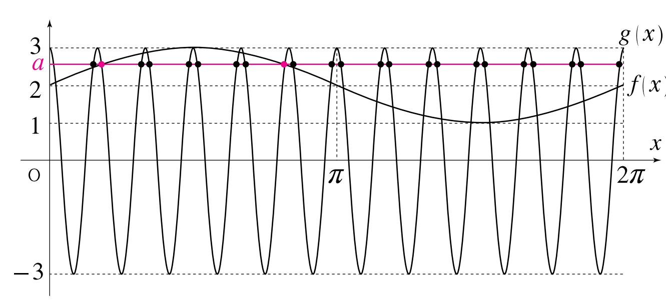
$g(x) = 3\cos 12x$를 먼저 그리겠습니다. 주기는 $\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$이니



여기에 $y = f(x)$를 겹쳐 그리겠습니다.

$f(x) = \sin kx + 2$는 k값 따라 그래프가 달라지죠.

① $k = 1$일 때 : $f(x) = \sin x + 2$, 주기는 2π이므로



$f(x)$와 $g(x)$의 교점은 여러 개이고
그 교점의 y좌표인 a값도 여러 개이지요.

위 그림은 그 중 한 a값인 경우를 그린 것입니다.

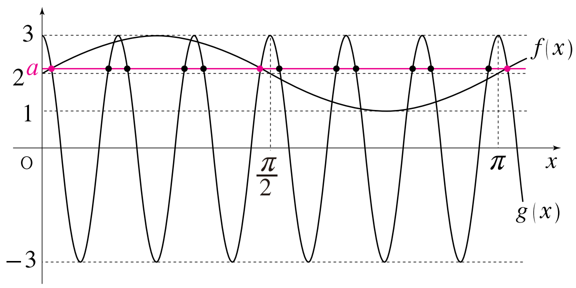
● 는 ' $y = a$와 $y = f(x)$의 교점'이고

● 는 ' $y = a$와 $y = g(x)$의 교점'을 표시한 겁니다.

어떤가요? ● 는 모두 ● 와 겹쳐지지요?

$\boxed{k=1}$일 때는 조건을 만족하는 겁니다.

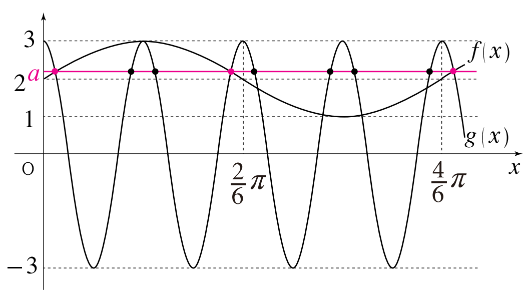
② $k = 2$일 때 : $f(x) = \sin 2x + 2$, 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$



삼각함수는 주기성이 있으니 구간 $[0,\ \pi]$만 봐도 됩니다.

이때도 모든 ● 는 ● 중에서 나오지요. $\boxed{k=2}$일 때도 조건을 만족합니다.

③ $k = 3$일 때 : $f(x) = \sin 3x + 2$, 주기는 $\frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{6}$

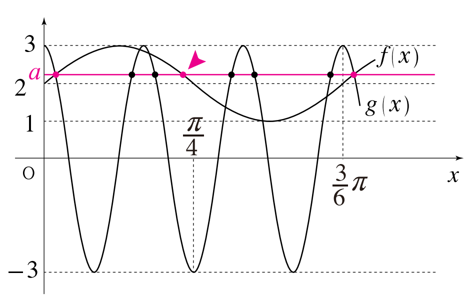


이때도 $f(x)$의 한 주기만 보면 되는데요. (어차피 반복되니까)

어떤 a값을 선택하든 모든 ● 는 ● 와 겹쳐지지요.

$\boxed{k=3}$일 때도 주어진 조건을 만족합니다.

④ $k = 4$일 때 : $f(x) = \sin 4x + 2$, 주기는 $\frac{2\pi}{4} = \frac{3\pi}{6}$



이번엔 그림을 그리다 보면 뭔가 어긋나는 느낌이 들죠.

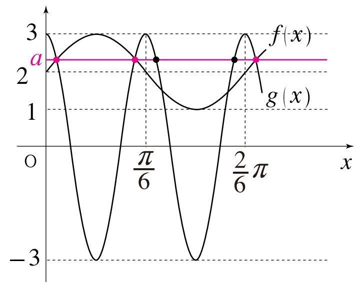
● 와 겹쳐지지 않는 ● 가 나오기 시작합니다.

$k = 4$일 때는 조건을 만족시키지 않습니다.

⑤ $k = 5$일 때 : $f(x) = \sin 5x + 2$, 주기는 $\frac{2\pi}{5}$

이건 주기가 $\frac{2\pi}{5}$이니.. 주기가 $\frac{\pi}{6}$인 $g(x)$의 그래프와 완전히 따로 놉니다. 도저히 $y = a$와의 교점이 겹칠 수가 없어요.

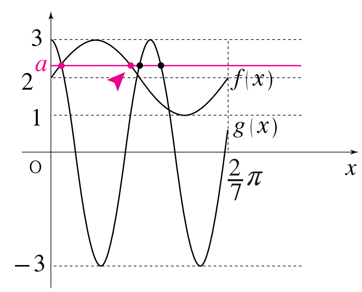
⑥ $k = 6$일 때 : $f(x) = \sin 6x + 2$, 주기는 $\frac{2\pi}{6}$



다시 모든 ● 가 ● 과 겹치기 시작했지요.

$\boxed{k=6}$일 때도 조건을 만족!

⑦ $k = 7$일 때 : $f(x) = \sin 7x + 2$, 주기는 $\frac{2\pi}{7}$



$k = 7$부터는 $f(x)$의 주기가 짧아지면서 ● 의 앞에 ● 가 꼭 하나씩 먼저 나오게 됩니다. 이 후로는 쭈욱 조건을 만족시키는 k값은 없게 되지요.

따라서 조건을 만족시키는 자연수 k는

$k = 1,\ 2,\ 3,\ 6$ 총 4개

답 ②

[4점-21년모의평가 9월]

수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases}2a_n+a_{n+1} & (a_n \le a_{n+1})\\ a_n+a_{n+1} & (a_n > a_{n+1})\end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{4}$　③ 0　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{2}$

풀이 12-

나왔으니까 풀긴 하는데.. 우리가 왜 이런 문제를 풀어야 하는지는 모르겠습니다.

$$a_{n+2}=\begin{cases}2a_n+a_{n+1} & (a_n\le a_{n+1})\\ a_n+a_{n+1} & (a_n>a_{n+1})\end{cases}$$

a_n, a_{n+1}, a_{n+2}의 관계식입니다.
이런 문제는 $n=1,2,3,\cdots$을 대입해서 일반항 a_n을 추정하여 푸는 것이 교과서적인 방법입니다... 만,
이 문제는 a_1, a_2를 알려주지 않아 그게 안 됩니다.
그럼 어떻게 푸느냐? 풀이법을 새로 만들어야 합니다. (그래서 선생님들마다 풀이법이 죄다 다르지요.)

1. 의식의 흐름대로 $n=1$을 대입합니다.

$$2=\begin{cases}2a_1+a_2 & (a_1\le a_2)\\ a_1+a_2 & (a_1>a_2)\end{cases}\quad (\because a_3=2)$$

구해야 하는 건 a_1이니까.. 이 식에서

$$\begin{cases}a_1=\dfrac{2-a_2}{2} & (a_1\le a_2)\\ a_1=2-a_2 & (a_1>a_2)\end{cases}\quad \cdots\text{(i)}$$

음.. a_2를 알면 a_1을 구할 수 있군요.
$n=2$를 대입해서 a_2가 나오는지 봅시다.

$$a_4=\begin{cases}2a_2+2 & (a_1\le 2)\\ a_2+2 & (a_1>2)\end{cases}\quad (\because a_3=2)$$

이 식에서

$$\begin{cases}a_2=\dfrac{a_4-2}{2} & (a_1\le 2)\\ a_2=a_4-2 & (a_1>2)\end{cases}\quad \cdots\text{(ii)}$$

우쒸! a_2를 알려면 a_4를 알아야 해요. $n=3$, 4를 대입하면

$$a_5=\begin{cases}2\cdot 2+a_4 & (2\le a_4)\\ 2+a_4 & (2>a_4)\end{cases}\quad (\because a_3=2)\quad \cdots\text{(iii)}$$

$$19=\begin{cases}2a_4+a_5 & (a_4\le a_5)\\ a_4+a_5 & (a_4>a_5)\end{cases}\quad (\because a_6=19)$$

그런데 (iii)에서 보면 a_4에 4 혹은 2를 더한 게 a_5이지요.
즉, $a_4<a_5$란 뜻입니다. 따라서

$$19=2a_4+a_5\quad (a_4\le a_5)\quad \cdots\text{(iv)}$$

잘 보시면, (iii)과 (iv)는 둘 다 미지수가 a_4, a_5이지요.
연립해서 a_4를 구할 수 있게 된 겁니다.
(iv)를 (iii)의 식과 하나씩 연립하여 풀면

$$\begin{array}{rll} & 2a_4+a_5=19 & (a_4\le a_5)\\ -) & -a_4+a_5=4 & (2\le a_4)\\ \hline & 3a_4\quad =15 & \end{array}\qquad \therefore \boxed{a_4=5}$$

$$\begin{array}{rll} & 2a_4+a_5=19 & (a_4\le a_5)\\ -) & -a_4+a_5=2 & (2>a_4)\\ \hline & 3a_4\quad =17 & \end{array}\qquad a_4=\frac{17}{3}\quad (\times)$$

이건 $2>a_4$란 조건에 어긋나서 꽝!

2. a_4가 나왔으니 (ii)로 갑시다.

$$\begin{cases}a_2=\dfrac{a_4-2}{2}=\dfrac{5-2}{2}=\boxed{\dfrac{3}{2}} & (a_1\le 2)\\ a_2=a_4-2=5-2=\boxed{3} & (a_1>2)\end{cases}$$

두 개의 a_2가 나왔는데, 각각 $(a_2\le 2)$와 $(a_2>2)$인 조건을 만족하죠. 둘 다 유효한 값입니다. (i)로 갑시다.

① $a_2=\dfrac{3}{2}$일 때

$$\begin{cases}a_1=\dfrac{2-a_2}{2}=\dfrac{2-\frac{3}{2}}{2}=\boxed{\dfrac{1}{4}} & (a_1\le a_2)\\ a_1=2-a_2=2-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2} & (a_1>a_2)\ (\times)\end{cases}$$

$a_1=\dfrac{1}{2}$은 $(a_1>a_2)$라는 조건에 어긋나서 안 됩니다.

② $a_2=3$일 때

$$\begin{cases}a_1=\dfrac{2-a_2}{2}=\dfrac{2-3}{2}=\boxed{-\dfrac{1}{2}} & (a_1\le a_2)\\ a_1=2-a_2=2-3=-1 & (a_1>a_2)\ (\times)\end{cases}$$

$a_1=-1$은 $(a_1>a_2)$일 조건에 어긋나서 안 됩니다.

따라서 $a_1=\dfrac{1}{4}, -\dfrac{1}{2}$이므로 a_1의 합은

$$\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}$$

답 ②

12-

[4점-21년수능]

수열$\{a_n\}$은 $0 < a_1 < 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$
(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$일 때, $\dfrac{a_8}{a_1}$의 값은?

① 91　② 92　③ 93　④ 94　⑤ 95

풀이 12-

$0 < a_1 < 1$이고

(가) $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$

1. 수열을 귀납적으로 정의한 건 좋은데..
나쁜 평가원이 뭔가 출발점이 될만한 항의 값을 안 줬어요.
a_1이든 a_2든 뭔가 값을 줘야 거기서부터 시작해서 다른 항을 구해나가는 건데.. 혹시나 싶어 일단 써 보겠습니다.

$$a_2 = a_2 \cdot a_1 + 1 \quad \cdots (\text{i})$$
$$a_3 = a_2 \cdot a_1 - 2 \quad \cdots (\text{ii})$$
$$a_4 = a_2 \cdot a_2 + 1$$
$$a_5 = a_2 \cdot a_2 - 2$$
$$a_6 = a_2 \cdot a_3 + 1$$
$$a_7 = a_2 \cdot a_3 - 2$$
$$a_8 = a_2 \cdot a_4 + 1$$
$$a_9 = a_2 \cdot a_4 - 2$$
$$\vdots$$
$$a_{15} = a_2 \cdot a_7 - 2$$

내 이랄줄 알았다. 백날 써봤자 아무 것도 안 나와요. 결국 a_1을 알아야 하는 겁니다.

2. 힌트를 딱 하나 줬는데

$$a_8 - a_{15} = 63$$

어찌 할 바를 모를 땐, 대입!

$$(a_2 a_4 + 1) - (a_2 a_7 - 2) = 63$$
$$a_2 (a_4 - a_7) + 3 = 63$$
$$a_2 \{(a_2 a_2 + 1) - (a_2 a_3 - 2)\} = 60$$
$$a_2 (a_2 a_2 - a_2 a_3 + 3) = 60 \quad \cdots (\text{iii})$$

구하려는 건 a_1이니까.. 이 식을 a_1에 관한 식으로 바꿉시다.

(i)에서 $a_2 = \dfrac{1}{1 - a_1}$

(ii)에 대입하면 $a_3 = a_2 a_1 - 2 = \left(\dfrac{1}{1 - a_1}\right) a_1 - 2 = \dfrac{3a_1 - 2}{1 - a_1}$

이걸 (iii)에 대입하면

$$\frac{1}{1-a_1}\left\{\left(\frac{1}{1-a_1}\right)\left(\frac{1}{1-a_1}\right) - \left(\frac{1}{1-a_1}\right)\left(\frac{3a_1-2}{1-a_1}\right) + 3\right\} = 60$$
$$\frac{1}{1-a_1}\left\{\frac{1}{(1-a_1)^2} - \frac{3a_1-2}{(1-a_1)^2} + 3\right\} = 60$$
$$\frac{1}{1-a_1}\left\{\frac{1 - 3a_1 + 2 + 3(1-a_1)^2}{(1-a_1)^2}\right\} = 60$$
$$\frac{1}{1-a_1}\left\{\frac{3\cancel{(1-a_1)} + 3(1-a_1)^{\cancel{2}}}{(1-a_1)^{\cancel{2}}}\right\} = 60$$
$$\frac{3 + 3(1-a_1)}{(1-a_1)^2} = 60$$
$$60(1-a_1)^2 - 3(1-a_1) - 3 = 0$$
$$\{15(1-a_1) + 3\}\{4(1-a_1) - 1\} = 0$$
$$(1-a_1) = -\frac{3}{15},\ \frac{1}{4}$$
$$a_1 - 1 = \frac{3}{15},\ -\frac{1}{4}$$
$$a_1 = \frac{18}{15},\ \frac{3}{4}$$

$$\therefore \boxed{a_1 = \frac{3}{4}} \quad (\because 0 < a_1 < 1)$$

3. a_1이 나왔으니 그 다음은 쉽지요.

$$a_8 = a_2 a_4 + 1$$
$$= a_2 (a_2 a_2 + 1) + 1$$

(i)에서 $\quad a_2 = a_2\left(\dfrac{3}{4}\right) + 1$

$$\frac{1}{4} a_2 = 1$$
$$\therefore a_2 = 4$$

$$= 4(4 \cdot 4 + 1) + 1$$
$$= 4(\quad 17 \quad) + 1 = 69$$

따라서

$$\frac{a_8}{a_1} = \frac{69}{\frac{3}{4}} = 92$$

답 ②