

제2교시

수학 영역(나형)



5지선다형

1. $8^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

2. 두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 a_k = 3, \sum_{k=1}^5 b_k = 7$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 (2a_k + 3b_k + 5)$ 의 값은? [2점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

4. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

7. 양수 a 에 대하여 $2a + \frac{4}{a}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

6. 서로 독립인 두 사건 A, B 가

$$P(A \cap B) = \frac{1}{20}, P(A \cup B) = \frac{11}{20}$$

을 만족시킬 때, $|P(A) - P(B)|$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4} & (|x| < 2) \\ 0 & (|x| = 2) \\ -|x| + 4 & (|x| > 2) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 2$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq \frac{5}{2}$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x + m & (0 \leq x \leq 2) \\ 4x + m - \frac{17}{2} & (2 \leq x \leq \frac{5}{2}) \end{cases}$$

일 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

10. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{33} \frac{3}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$$

의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 어느 모집단의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	b	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $P(\bar{X}=2)=\frac{1}{9}$ 일 때, $P(\bar{X}=3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

12. 함수 $f(x)=\int_2^x(t^2-3t+2)dt$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|f'(x)|}{x-1}$$

의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

13. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 곡선 $y=\sqrt{ax-a+1}$ 과 직선 $y=ax-a$ 의 교점의 개수를 $f(a)$ 라 하자. $f(-1)+f(2017)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

14. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 임의로 한 개의 집합을 택할 때, 택한 집합의 원소 중에서 가장 큰 원소와 가장 작은 원소의 합이 7일 확률은? [4점]

- ① $\frac{19}{63}$ ② $\frac{20}{63}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{22}{63}$ ⑤ $\frac{23}{63}$

15. 함수 $f(x) = \int_0^x (-6t^2 + 6t) dt$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

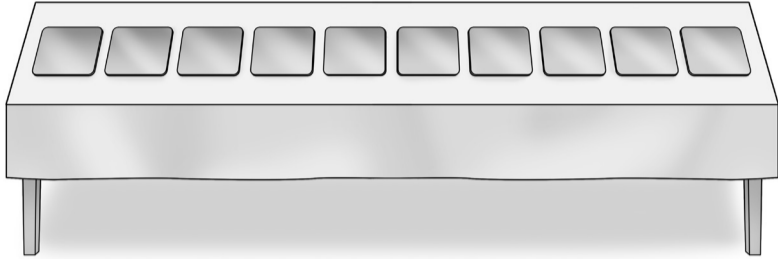
- ① $\frac{21}{32}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{25}{32}$ ④ $\frac{27}{32}$ ⑤ $\frac{29}{32}$

16. 어느 회사에서 생산하는 제품 1개의 무게는 평균이 500 g, 표준편차가 40 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 제품 중에서 크기가 100인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $P(\bar{X} \geq 494) = P(Z \leq k)$ 를 만족시키는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

17. 어느 전시회장에 그림과 같이 일렬로 같은 종류의 설치대 10개가 놓여 있다. 이 10개의 설치대 중 3개의 설치대에 서로 다른 조형물을 설치하려고 한다. 조형물 사이에는 2개 이상의 빈 설치대가 있도록 조형물을 설치하는 방법의 수는? [4점]

- ① 100 ② 120 ③ 140 ④ 160 ⑤ 180



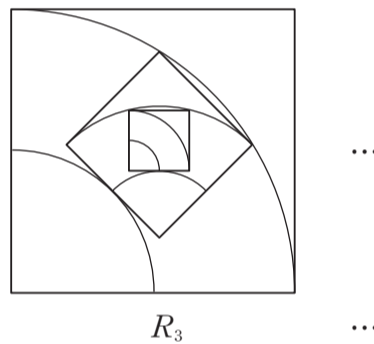
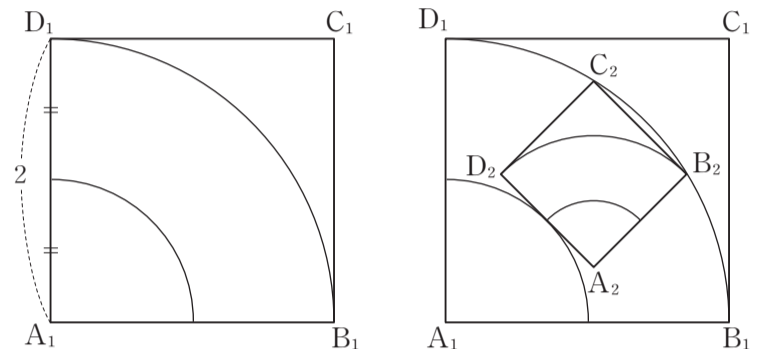
18. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 중심이 점 A_1 이고 반지름의 길이가 각각

$\overline{A_1B_1}$, $\frac{1}{2}\overline{A_1B_1}$ 인 두 개의 사분원의 호를 그려 얻은 그림을

R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 있는 두 사분원의 호에 대하여 작은 호에 접하고 두 꼭짓점이 큰 호 위에 있는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그 내부에 중심이

점 A_2 이고 반지름의 길이가 각각 $\overline{A_2B_2}$, $\frac{1}{2}\overline{A_2B_2}$ 인 두 개의

사분원의 호를 그려 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 정사각형의 둘레의 길이의 합을 L_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2(5+\sqrt{19})}{3}$ ② $\frac{2(7+\sqrt{19})}{3}$ ③ $\frac{4(5+\sqrt{19})}{3}$
 ④ $\frac{4(7+\sqrt{19})}{3}$ ⑤ $\frac{4(9+\sqrt{19})}{3}$

19. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 공이 n 개 들어있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼내 적힌 숫자를 확인하고 다시 주머니에 넣는 시행을 4회 반복하여 얻은 숫자를 차례로 a, b, c, d 라 하자. 다음은 세 수 a, b, c 의 최댓값을 M 이라 할 때, $d > M$ 인 경우의 수를 구하는 과정이다.

- (i) 세 수 a, b, c 가 모두 같을 때,
서로 다른 n 개의 수에서 2개를 선택하는 경우와 같으므로 $d > M$ 인 경우의 수는 ${}_n C_2$ 이다.
- (ii) 세 수 a, b, c 중 두 개만 같을 때,
 $d > M$ 인 경우는 서로 다른 n 개의 수에서 3개를 선택하여 a, b, c, d 의 값을 정하는 경우와 같으므로 $d > M$ 인 경우의 수는 \square (가) $\times {}_n C_3$ 이다.
- (iii) 세 수 a, b, c 가 모두 다를 때,
 $d > M$ 인 경우의 수는 \square (나) 이다.
따라서 구하는 경우의 수는 \square (다) 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 k 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(k) + g(k)$ 의 값은?

(단, $n \geq 4$ 이다.) [4점]

- ① 300 ② 305 ③ 310 ④ 315 ⑤ 320

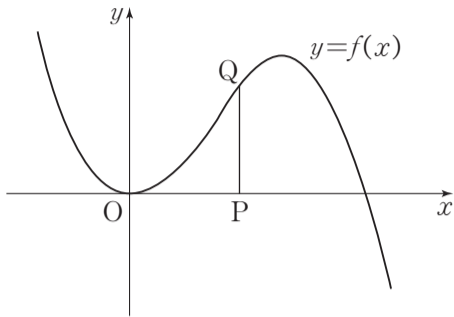
20. 정수 k 에 대하여 곡선 $y = \frac{kx+1}{|x-k|}$ 과 직선 $y=n$ 이 한 점에서 만나도록 하는 정수 n 의 개수를 $f(k)$ 라 하자. 예를 들어, $f(0)=0$ 이다. $f(k)=10$ 을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱은? [4점]

- ① -64 ② -49 ③ -36 ④ -25 ⑤ -9

21. 양수 a 에 대하여 점 $P(a, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 함수 $f(x) = -x^3 + 3x^2$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 할 때, $S(a)$ 를

$$S(a) = \overline{OP} + \overline{PQ}$$

로 정의하자.



〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O 는 원점이고, 두 점 P, Q 가 일치하면 $\overline{PQ} = 0$ 이다.) [4점]

〈보기〉

- ㄱ. $S'(a) = 1$ 을 만족시키는 a 의 개수는 1이다.
- ㄴ. 함수 $S(a)$ 가 극값을 갖는 a 의 개수는 2이다.
- ㄷ. 함수 $S(a)$ 는 $a = 3$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_4P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + 6x + 1$ 에 대하여 $\int_{-1}^1 \{f'(x) + 2x\} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+2} + 6}{x^n + 2}$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 명제 ' $|x| < 10$ 이면 $|x-1| < a$ 이다.'가 참이 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

25. 두 함수

$$f(x) = 2x, g(x) = x + 1$$

에 대하여 함수 h 가 $f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f$ 를 만족시킬 때, $h(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_n = 2 + (-1)^n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이다. $\sum_{k=1}^{10} (a_{2k} - a_{2k+1})$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 빨간색 공 1개, 노란색 공 2개, 파란색 공 3개가 들어 있는 주머니에서 A, B를 포함하여 여섯 사람이 동시에 공을 한 개씩 임의로 뽑을 때, 두 사람 A, B가 같은 색의 공을 뽑을 확률은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인

자연수이다.) [4점]

29. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{x^2-4} = -1$ 을 만족시킬 때, 곡선 $y=(x+1)f(x)$ 위의 점 $(2, a)$ 에서의 접선의 y 절편은 b 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. a 가 양수일 때, 실수 t 에 대하여 곡선 $y=|ax^2-3x|$ 와 직선 $y=ax+t$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 함수 $f(t)$ 가 불연속인 실수 t 의 개수가 1이 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.