

제2교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_2 3 - \log_2 12$ 의 값은? [2점]

- ① -4 ② -2 ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{(2n - 1)^2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. 함수 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 함수 $f(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(f \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

5. 자연수 8의 분할 중 숫자 4를 포함하는 서로 다른 분할의 수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\log_{\alpha+\beta}(\alpha+1) + \log_{\alpha+\beta}(\beta+1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

8. 두 사건 A, B 는 서로 독립이고,

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

일 때, $P(A^c \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 자연수 n 에 대하여 두 집합 A, B 가

$$A = \{x \mid x^2 - n^2 \geq 0\}$$

$$B = \{x \mid |x - 1| < 5\}$$

일 때, $A \cap B = \emptyset$ 이 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 일대일 대응인 두 함수 f, g 가

$$f(1) = 3, g(2) = 1, (g \circ f)(2) = 3$$

을 만족시킨다. $2f(2) + f(3) + g(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 함수 $y = |x^2 - 4x + 3|$ 의 그래프와 직선 $y = 8$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{92}{3}$ ② $\frac{95}{3}$ ③ $\frac{98}{3}$ ④ $\frac{100}{3}$ ⑤ 34

12. 한 개의 주사위를 네 번 던지는 시행에서 짝수의 눈이 나온 횟수가 홀수의 눈이 나온 횟수보다 클 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \sum_{k=1}^{n-1} k(a_k + 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식으로부터 $a_2 = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

자연수 n ($n \geq 3$)에 대하여

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{(n-1)n}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} ka_k \\ &= \frac{(n-1)n}{2} + \sum_{k=1}^{n-2} ka_k + (n-1)a_{n-1} \end{aligned}$$

이때 $a_{n-1} = \sum_{k=1}^{n-2} k(a_k + 1) = \sum_{k=1}^{n-2} ka_k + \sum_{k=1}^{n-2} k$ 이므로

$$a_n = \frac{(n-1)n}{2} + a_{n-1} - \boxed{\text{(나)}} + (n-1)a_{n-1}$$

이므로

$$a_n + 1 = n(a_{n-1} + 1) \quad (n \geq 3)$$

따라서,

$$a_n + 1 = \frac{9}{2} \times n! \quad (n \geq 3)$$

즉,

$$a_n = \frac{9}{2} \times n! - 1 \quad (n \geq 2)$$

이다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p + f(6)$ 의 값은? [3점]

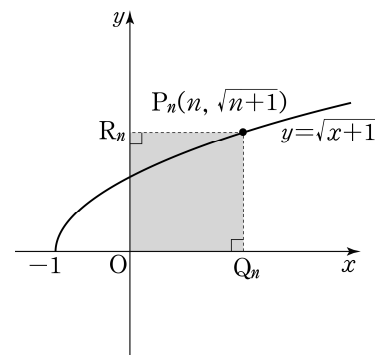
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

14. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 위의 점 $P_n(n, \sqrt{n+1})$

에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q_n, R_n 이라 할 때, 사

각형 $OQ_nP_nR_n$ 의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1} - S_n}{\sqrt{n}}$ 의 값은?

(단, O 는 원점이다.) [4점]

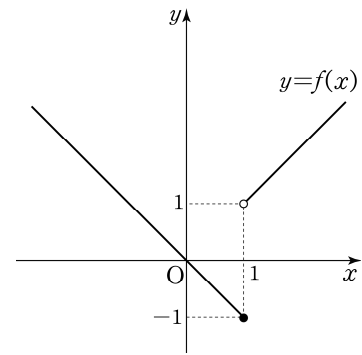


- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 집합 $A = \{2n-1 | n \text{은 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 집합 $X = \{2p+q | p \in A, q \in A\}$ 라 할 때, 집합 X 의 모든 원소의 합은? [4점]

- ① 840 ② 850 ③ 860 ④ 870 ⑤ 880

16. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-5)$ 의 값은?
[4점]

(가) $g(1) = 2$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(2x+1)$ 의 값이 존재한다.

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

17. 유리함수 $y = \frac{-x+7}{x-2}$ ($x > 2$)의 그래프 위의 점 P와 직선 $y = -2x+3$ 사이의 거리의 최솟값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

18. 어느 고등학교 전체 학생의 일주일 동안의 휴대폰 사용 시간은 평균 8시간, 표준편차 3시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 전체 학생 중 임의추출한 36명의 일주일 동안의 휴대폰 사용 시간의 평균이 7시간 45분 이상이고 8시간 30분 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

〈표준정규분포표〉

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 직선 $y=4$ 와 서로 다른 세 점 $P(x_1, 4), Q(x_2, 4), R(x_3, 4)$ 에서 만날 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_1 + x_2 + x_3 = -a$

ㄴ. $f'(x_1) > 0$ 이면 $f'(x_2)f'(x_3) < 0$ 이다.

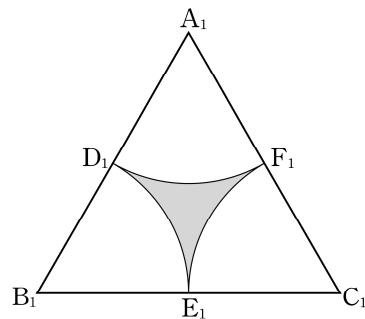
ㄷ. $f'(x_1) < 0$ 이면

$$\int_{x_1}^{x_2} \{f(x) - 4\} dx + \int_{x_1}^{x_3} \{f(x) - 4\} dx < 0 \text{이다.}$$

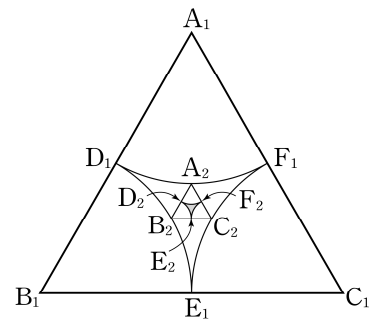
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. [그림 1]과 같이 세 변 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 의 중점을 각각 D_1, E_1, F_1 이라 하고, 세 점 A_1, B_1, C_1 을 각각 중심으로 하는 부채꼴의 세 호 F_1D_1, D_1E_1, E_1F_1 을 각각 그린 후 세 호로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

[그림 2]와 같이 세 호 F_1D_1, D_1E_1, E_1F_1 을 이등분하는 점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 에서 세 변 A_2B_2, B_2C_2, C_2A_2 의 중점을 각각 D_2, E_2, F_2 라 하고, 세 점 A_2, B_2, C_2 를 중심으로 하는 부채꼴의 세 호 F_2D_2, D_2E_2, E_2F_2 를 각각 그린 후 세 호로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형의 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 ∇ 모양의 도형의 넓이를 $S_n (n=1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① $\frac{16 + 4\sqrt{3} - \pi(4\sqrt{3} + 3)}{13}$
 ② $\frac{48 + 12\sqrt{3} - 2\pi(4\sqrt{3} + 3)}{39}$
 ③ $\frac{48 + 12\sqrt{3} - \pi(4\sqrt{3} + 3)}{39}$
 ④ $\frac{48 + 12\sqrt{3} - 3\pi(4\sqrt{3} + 3)}{37}$
 ⑤ $\frac{48 + 12\sqrt{3} - 2\pi(4\sqrt{3} + 3)}{37}$

21. 상자 안에 1부터 n ($n \geq 2$)까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 개의 공이 들어 있다. 1부터 m ($m < n$)까지는 빨간색의 숫자가 적혀 있고, $(m+1)$ 부터 n 까지는 파란색의 숫자가 적혀 있다. 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 2의 배수가 적혀 있는 공이 나오는 사건을 A , 파란색의 숫자가 적혀 있는 공이 나오는 사건을 B 라 하자. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 두 사건 A , B 가 서로 독립이 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 1090 ② 1100 ③ 1110 ④ 1120 ⑤ 1130

단답형

22. ${}_5C_3 + {}_5C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 4$ 이고 공비가 $\sqrt{2}$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = 2x^3 - 2x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{2}$	$2a$	1

$E(X) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = 4$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x-2} = 3$$

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(-2 + \frac{3k}{n}\right) = -\frac{9}{4}$$

28. 어느 고등학교 1학년 학생 400명을 대상으로 선호하는 소규모 테마 여행 장소를 반드시 하나 선택하도록 조사하였더니 조사한 결과가 [표 1]과 같았다.

[단위: 명]

선호도 조사 결과			합계
제주도	경주	설악산	
250	100	50	400

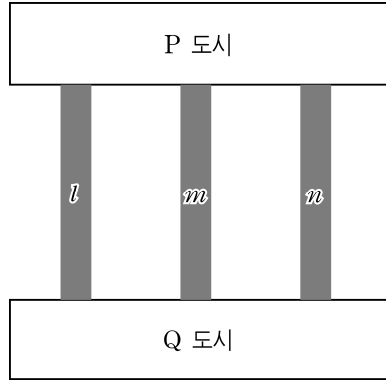
[표 1]

이 고등학교 1학년 학생 중 임의추출한 75명 중에서 경주를 선호하는 학생의 비율이 $m\%$ 이상일 확률이 0.0228일 때, m 의 값을 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

〈표준정규분포표〉

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

29. 그림과 같이 P도시와 Q도시를 연결하는 세 개의 도로 l , m , n 이 있다. 600명의 관광객이 P도시에서 출발하여 Q도시를 구경하고 다시 P도시로 돌아오는 자유 여행을 하였다. 이 여행에서 세 도로 l , m , n 을 적어도 한 번 통과한 관광객 각각 200명, 250명, 344명 일 때, 같은 도로로 왕복한 관광객의 수를 구하시오. (단, 모든 관광객은 P도시와 Q도시를 이동할 때, l , m , n 도로만을 이용한다.) [4점]



30. x 에 대한 방정식 $x^3 - 3x^2 - nx - 5 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 자연수 n 에 대하여 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.