

[문제 1] 다음 물음에 답하십시오. (50점)

1. 집합 $A = \{k \mid k \text{는 } 4n+2 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 $n+1$ 개 이상의 짝수를 포함하고 n 개 이하의 홀수를 포함하는 부분집합의 개수는? 단, n 은 자연수이다.

2. 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(i) 임의의 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 이다.

(ii) $f(3) = 6$ 이다.

정적분 $\int_0^2 \{f(x)\}^9 \{f(2-x)\}^{10} f'(x) dx$ 의 값을 k 라 할 때, ${}_{20}C_{10} \times k$ 의 값을 구하십시오.

3. 좌표평면에서 선분 AB 를 아랫변으로 하는 사다리꼴 $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

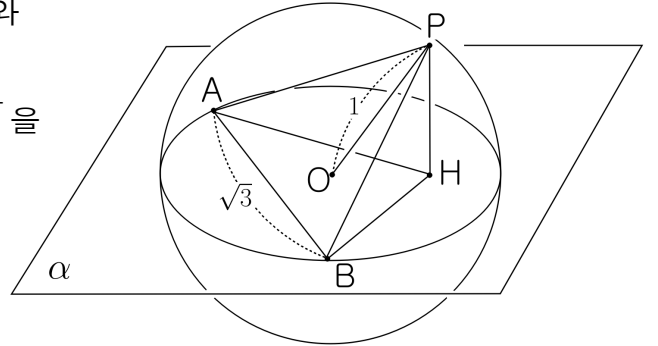
(i) $\overline{CD} = 1, \overline{DA} = 5$

(ii) $\cos \angle DAB = \frac{3}{5}, \cos \angle BCD = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

점 P 가 $(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) \cdot (2\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{DP}) = \frac{67}{8}$ 을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{AP}|$ 의 최댓값을 구하십시오.

[문제 2번] 다음 물음에 답하십시오. (50점)

1. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 구와 구의 중심 O 를 지나는 평면 α 가 있다. 구와 평면이 만나서 생기는 원 위에 $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 을 만족시키는 두 점 A, B 가 있다. 구면 위의 한 점 P 에 대하여, 삼각형 ABP 의 평면 α 위로의 정사영을 삼각형 ABH 라 하자. 사면체 $ABHP$ 의 부피가 최대일 때, 삼각형 ABH 의 넓이를 구하십시오.



2. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 두 함수 $f(x) = \frac{1}{m}x^m$ 과 $g(x) = 1 - \sqrt{1-x^2}$ 이 주어져 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 오직 한 개의 점에서만 만나기 위한 양의 실수 m 의 범위를 구하십시오.

3. 각 면에 1, 2, 3, 4 네 개의 수가 각각 하나씩 적혀있는 정사면체 주사위 A와 각 면에 1, 2, 3, 4, 5, 6 여섯 개의 수가 각각 하나씩 적혀있는 정육면체 주사위 B를 한 번씩 던질 때마다, 다음과 같은 규칙으로 수직선 위의 점 P 를 이동시킨다.

- (i) 주사위 A를 던져 바닥에 닿는 면에 적혀있는 수를 3으로 나눈 나머지가 1이면 양의 방향으로 1만큼 이동하고, 3으로 나눈 나머지가 2이면 음의 방향으로 2만큼 이동하고, 적혀있는 수가 3의 배수이면 양의 방향으로 3만큼 이동한다.
- (ii) 주사위 B를 던져 바닥에 닿는 면에 적혀있는 수가 3의 배수이면 양의 방향으로 1만큼 이동하고, 3의 배수가 아니면 음의 방향으로 2만큼 이동한다.

주사위 A와 주사위 B를 함께 던지는 시행을 세 번 반복한 후, 수직선의 원점에서 출발한 점 P 가 규칙대로 이동하여 도착한 점이 나타내는 수의 기댓값을 구하십시오.