

제2교시

수학 영역 (A형)



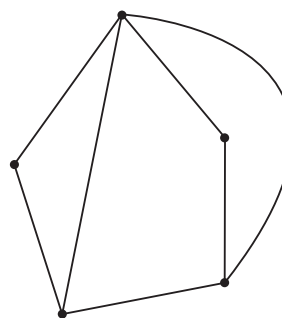
5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_4 36 - \log_2 24$ 의 값은? [2점]
- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수를 a , 0의 개수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은? [3점]



- ① -5 ② -1 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

5. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(5, \frac{1}{3}\right)$ 을 따를 때, $\frac{P(X=3)}{P(X=2)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

7. 확률변수 X 에 대하여 $E(X)=5$, $E(X^2)=30$ 일 때, $E(2X-1)+V(2X-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

6. $a^5=8$, $b^3=32$ 를 만족시키는 두 실수 a , b 에 대하여 $\frac{b}{a}=2^k$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{13}{15}$ ③ $\frac{14}{15}$ ④ 1 ⑤ $\frac{16}{15}$

8. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 (a_k+1)^2 - \sum_{k=1}^8 (a_k-1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+2x-3)^3}{(x^2-1)^m} = n$ 을 만족시키는 두 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 65세 이상의 노인이 A 독감예방 백신주사를 맞았을 때 그해 독감에 걸리지 않을 확률은 0.9이고, A 독감예방 백신주사를 맞지 않았을 때 그해 독감에 걸릴 확률은 0.8이라고 한다. A 독감예방 백신주사를 맞은 사람과 맞지 않은 사람이 각각 50명인 65세 이상의 노인 100명 중에서 임의로 선택한 한 사람이 그해 독감에 걸린 사람이었을 때, 이 사람이 A 독감예방 백신주사를 맞지 않았을 확률이 p_1 , A 독감예방 백신주사를 맞았을 확률이 p_2 이다. $p_1 - p_2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

11. 반지름의 길이가 $r(\text{cm})$ 이고, 높이가 $h(\text{cm})$ 인 원기둥 모양의 안테나를 지면에 수직으로 세웠을 때의 인덕턴스를 $L(H)$ 이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$L=2\left(k\log\frac{h}{r}-1\right)\times 10^{-6} \text{ (단, } k \text{는 상수이다.)}$$

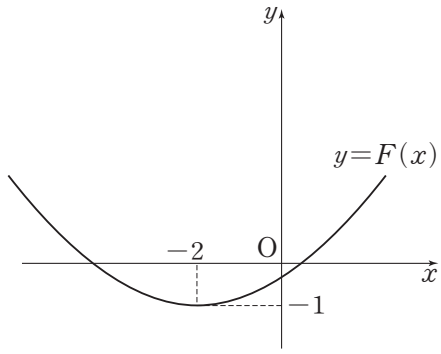
반지름의 길이가 8 cm 이고 높이가 $a(\text{cm})$ 인 원기둥 모양의 안테나를 지면에 수직으로 세웠을 때의 인덕턴스를 $L_1(H)$ 이라 하고, 반지름의 길이가 2 cm 이고 높이가 $\sqrt{a}(\text{cm})$ 인 원기둥 모양의 안테나를 지면에 수직으로 세웠을 때의 인덕턴스를 $L_2(H)$ 라 하자. $L_1=2L_2$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{\log 5}$ ② $\frac{1}{\log 2}$ ③ $\log 2$ ④ $2\log 2$ ⑤ $\log 5$

12. 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 $A^2=E$ 를 만족시킬 때, bc 의 최댓값은?
(단, E 는 단위행렬이고, a, b, c, d 는 실수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[13~14] 이차함수 $F(x)$ 는 $x=-2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, 그 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 다항함수 $f(x)$ 가 등식

$$F(x) = \int f(x) dx$$

를 만족시킨다. $f(3)=2$ 일 때, $f(-7)$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

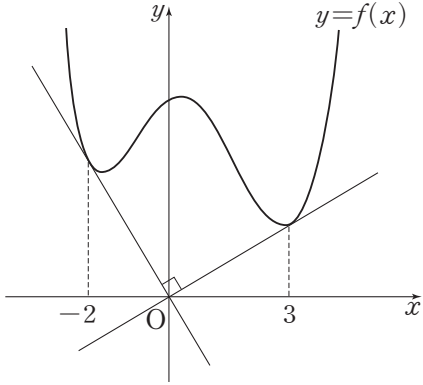
14. $F(0)=-\frac{1}{3}$ 일 때, 이차함수 $F(x)$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = F(n+1) - F(n-1) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

15. 그림과 같이 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 대하여 원점에서 이 그래프에 그은 두 접선이 서로 수직이고, 두 접점의 x 좌표는 각각 $-2, 3$ 이다. $f(-2)=4$ 일 때, $f(3)+f'(3)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

16. 모든 실수 x 에 대하여 지수부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2} \leq 2^{t(1-2x)}$$

이 성립하도록 하는 모든 실수 t 의 집합을 A 라 하자. 집합 A 에서 정의된 함수 $f(t)=3^{t+a}$ 의 최솟값이 3일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고,

$$a_{n+1}-1 = \frac{(n+1)a_n-1}{n+2} \quad (n \geq 1) \quad \dots\dots (*)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

(*)의 양변에 $n+2$ 를 각각 곱하면

$$(n+2)a_{n+1} - (n+2) = (n+1)a_n - 1$$

$$(n+2)a_{n+1} = (n+1)a_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = (n+1)a_n$ 이라 하면 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, $b_1 = 4$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(9)+g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

18. 세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \frac{3}{n^2+1} + \dots + \frac{n}{n^2+1}$$

$$b_n = \frac{1}{n^2+n} + \frac{2}{n^2+n} + \frac{3}{n^2+n} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$$

$$c_n = \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \frac{3}{n^2+3} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n + c_n)$ 의 값은? [4점]

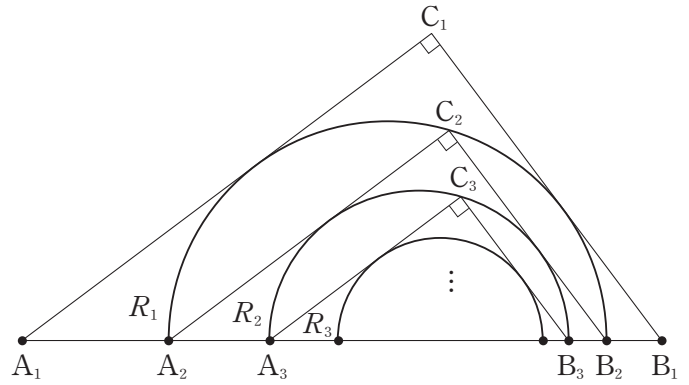
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

19. $\sum_{k=0}^6 {}_6C_k \left(x + \frac{1}{x}\right)^k$ 의 전개식에서 x^3 항의 계수는? [4점]

- ① 44 ② 46 ③ 48 ④ 50 ⑤ 52

20. $\overline{A_1B_1}=5$, $\overline{B_1C_1}=3$, $\overline{A_1C_1}=4$ 인 직각삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.

지름이 선분 A_1B_1 위에 있고 두 선분 A_1C_1 , B_1C_1 에 모두 접하는 반원을 R_1 이라 하자. 반원 R_1 의 지름의 양 끝점을 점 A_1 에 가까운 순서대로 각각 A_2 , B_2 라 하고 점 A_2 를 지나고 선분 A_1C_1 에 평행한 직선과 반원 R_1 이 만나는 점을 C_2 라 할 때, 직각삼각형 $A_2B_2C_2$ 에서 지름이 선분 A_2B_2 위에 있고 두 선분 A_2C_2 , B_2C_2 에 모두 접하는 반원을 R_2 라 하자. 반원 R_2 의 지름의 양 끝점을 점 A_2 에 가까운 순서대로 각각 A_3 , B_3 이라 하고 점 A_3 을 지나고 선분 A_2C_2 에 평행한 직선과 반원 R_2 가 만나는 점을 C_3 이라 할 때, 직각삼각형 $A_3B_3C_3$ 에서 지름이 선분 A_3B_3 위에 있고 두 선분 A_3C_3 , B_3C_3 에 모두 접하는 반원을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 반원 R_n 의 호의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{40}{11}\pi$ ② $\frac{45}{11}\pi$ ③ $\frac{50}{11}\pi$ ④ 5π ⑤ $\frac{60}{11}\pi$

21. 함수 $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 5$ 에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시킨 것이다.
 (나) 함수 $y=h(x)$ 의 그래프는 함수 $y=g(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이다.

두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 에 대하여 함수 $k(x)$ 를

$$k(x) = \begin{cases} g(x) & (x \geq 0) \\ h(x) & (x < 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $k(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 상수 m 의 값의 합은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

단답형

22. $\int_1^2 (3x^2 - 2x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{2} - 4\right) = 8$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n - 4}{n+3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 확률변수 X, Y 의 확률분포를 각각 표로 나타내면 다음과 같다.

X	a	b	c	계
$P(X=x)$	a	b	c	1

Y	a	b	c	계
$P(Y=x)$	c	a	b	1

$E(X) = \frac{7}{18}$ 일 때, $E(72Y)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & b-10 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 ab 의 최댓값을 구하시오. [3점]

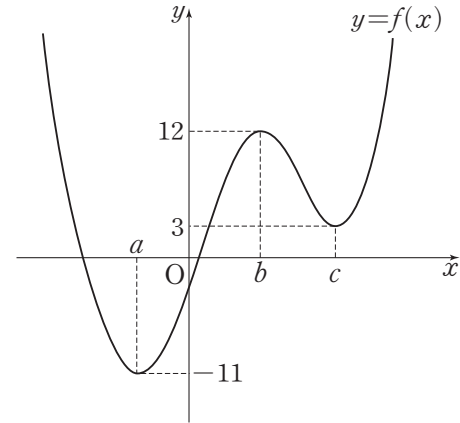
26. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $y=f(x)$ 가

$$f'(a)=f'(b)=f'(c)=0$$

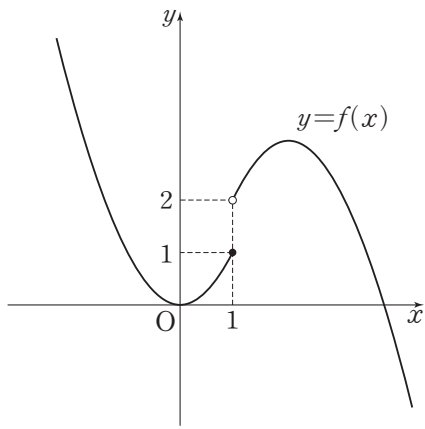
$$f(a)=-11, f(b)=12, f(c)=3$$

을 만족시킬 때, $\int_a^c |f'(x)| dx$ 의 값을 구하시오.

(단, $a < b < c$) [4점]



27. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = |f(x) + k| |f(x) - k|$$

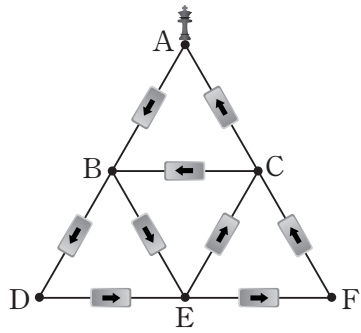
라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때, $100k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항이 모두 2015이고 공차가 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 d 이면 수열 $\{b_n\}$ 의 공차는 $d+6$ 이다.
- (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $b_n = a_m$ 을 만족시키는 자연수 m 이 존재한다.

수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 될 수 있는 모든 값들의 합을 구하시오. [4점]

29. 오른쪽 그림과 같이 6개의 점 A, B, C, D, E, F와 9개의 변으로 이루어진 도형이 있다. 한 점에서 이웃한 점으로 말이 이동할 때, 화살표가 나타내는 방향으로 변을 따라 이동하는 것을 순방향으로 이동하는 것이라 하고, 화살표가



나타내는 방향의 반대 방향으로 변을 따라 이동하는 것을 역방향으로 이동하는 것이라 하자. 예를 들어, 점 B에서 순방향으로 이동하면 점 D 또는 점 E로 이동할 수 있고, 역방향으로 이동하면 점 A 또는 점 C로 이동할 수 있다. 말은 주사위를 한 번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 움직인다.

- (가) 주사위를 한 번 던져 3의 배수의 눈이 나오면 이웃한 점으로 순방향으로 이동하고, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 이웃한 점으로 역방향으로 이동한다.
- (나) 어느 한 점에서 화살표가 나타내는 방향(순방향 또는 역방향)이 같은 변 중에서 하나를 선택할 확률은 서로 같다.

한 개의 주사위를 3번 던졌을 때, 점 A 위에 있던 말이 이동하여 점 E 위에 있게 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. a 가 양수일 때, 함수 $f(x)=ax^2$ 에 대하여 이차함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 의 이차항의 계수는 $-a$ 이다.
- (나) $f(t)=g(t), f'(t)=g'(t)$ 를 만족시키는 실수 t 가 존재한다.

좌표평면에서 곡선 $y=g(x)$ 의 꼭짓점이 나타내는 도형을 곡선 $y=h(x)$ 라 할 때, $\frac{h'(10)}{f'(20)} = \frac{n}{m}$ 이다. m^2+n^2 의 값을 구하시오. (단, m 과 n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.