

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

5지선다형

1.  $\log_6 4 + \frac{2}{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

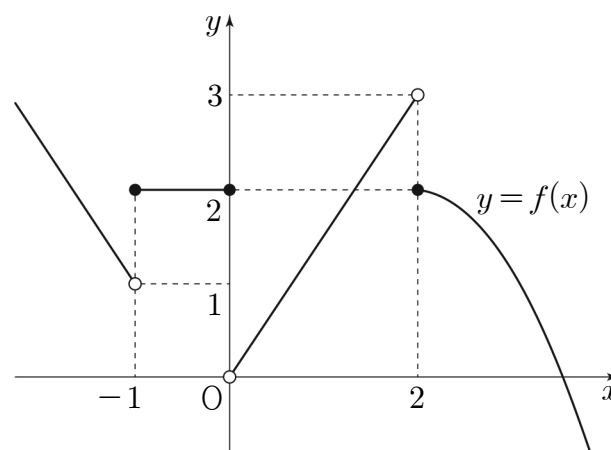
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 3$ ,  $\frac{a_5}{a_3} = 4$ 일 때,

$a_4$ 의 값은? [2점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

3. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수  $f(x) = 2x^3 - 6x + a$ 의 극솟값이 2일 때, 상수  $a$ 의 값은?

[3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

5. 0이 아닌 모든 실수  $h$ 에 대하여 다항함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이 1에서  $1+h$ 까지 변할 때의 평균변화율이  $h^2+2h+3$ 일 때,  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

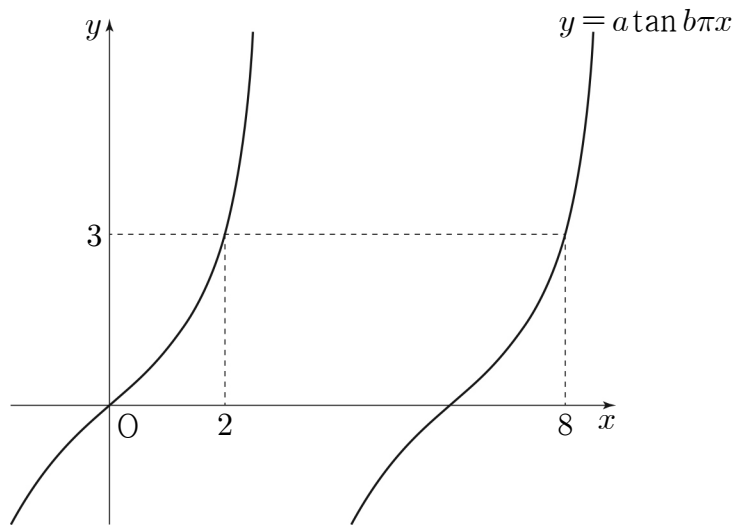
6. 함수  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a)+b$ 가 닫힌구간  $[2, 5]$ 에서 최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다.  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이  $y=3x-1$ 이다. 함수  $g(x)=(x+2)f(x)$ 에 대하여  $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

8. 그림과 같이 함수  $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가 두 점  $(2, 3)$ ,  $(8, 3)$ 을 지날 때,  $a^2 \times b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 양수이다.) [3점]



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

9. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 1$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

10. 상수  $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선  $y = a^x - 1$ 과 곡선  $y = \log_a(x+1)$ 이 원점  $O$ 를 포함한 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 중  $O$ 가 아닌 점을  $P$ 라 하고, 점  $P$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자. 삼각형  $OHP$ 의 넓이가 2일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $\sqrt{5}$     ⑤  $\sqrt{6}$

11.  $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식  $2\sin^2 x - 3\cos x = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중 가장 큰 실근을  $\alpha$ 라 할 때,  $k \times \alpha$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

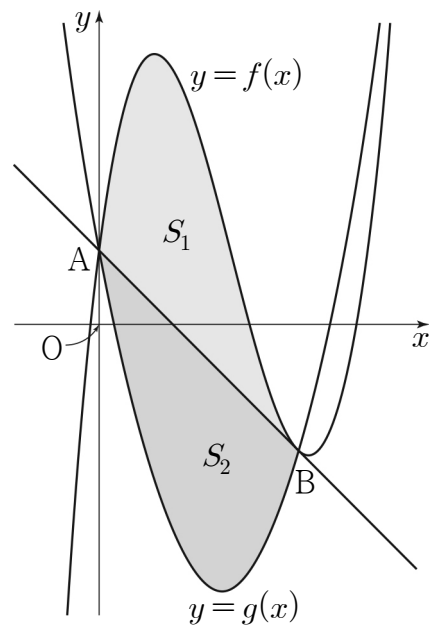
- ①  $\frac{7}{2}\pi$     ②  $4\pi$     ③  $\frac{9}{2}\pi$     ④  $5\pi$     ⑤  $\frac{11}{2}\pi$

12. 그림과 같이 삼차함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 1$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $y = g(x)$ 의 그래프가 점  $A(0, 1)$ , 점  $B(k, f(k))$ 에서 만나고, 곡선  $y = f(x)$  위의 점 B에서의 접선이 점 A를 지난다.

곡선  $y = f(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ ,

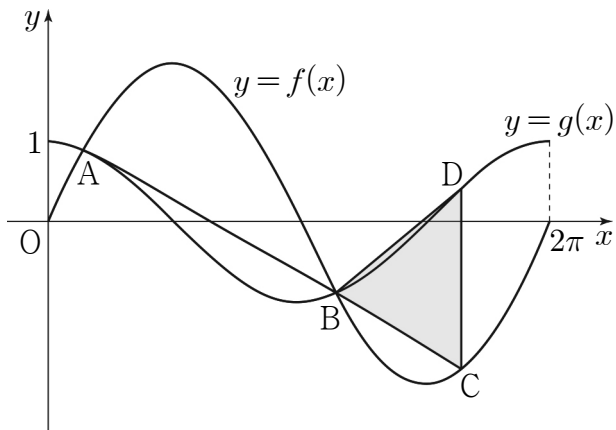
곡선  $y = g(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

$S_1 = S_2$ 일 때,  $\int_0^k g(x)dx$ 의 값은? (단,  $k$ 는 양수이다.) [4점]



- ①  $-\frac{17}{2}$     ②  $-\frac{33}{4}$     ③  $-8$     ④  $-\frac{31}{4}$     ⑤  $-\frac{15}{2}$

13. 그림과 같이 닫힌구간  $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수  $f(x)=k\sin x$ ,  $g(x)=\cos x$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와 곡선  $y=g(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB를 3:1로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는 곡선  $y=f(x)$  위에 있다. 점 C를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y=g(x)$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는? (단,  $k$ 는 양수이고, 점 B의  $x$ 좌표는 점 A의  $x$ 좌표보다 크다.) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$       ②  $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$   
 ④  $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$       ⑤  $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

14. 양의 실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 3t^2x$$

라 할 때, 닫힌구간  $[-2, 1]$ 에서 두 함수  $f(x)$ ,  $|f(x)|$ 의 최댓값을 각각  $M_1(t)$ ,  $M_2(t)$ 라 하자. 함수

$$g(t) = M_1(t) + M_2(t)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $g(2) = 32$   
 ㄴ.  $g(t) = 2f(-t)$ 를 만족시키는  $t$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 3이다.  
 ㄷ.  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} = 5$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $\log_2 \frac{M}{m}$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이다.

(나)  $a_5 + a_6 = 1$

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

단답형

16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $y = 4^x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동한 그래프가 점  $(\frac{3}{2}, 5)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x) - 2x^3 + 1}{x^2} = 5, f(0) = 1$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $x(t)$ 가

$$x(t) = \frac{3}{2}t^4 - 8t^3 + 15t^2 - 12t$$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

20. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$S_n$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{13}$ 의 값을 구하시오. [4점]

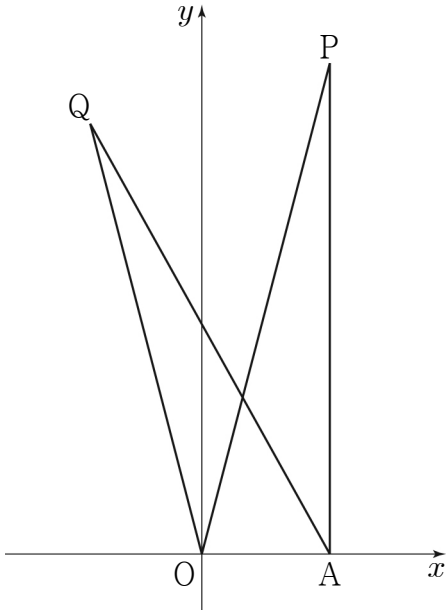
(가)  $S_n$ 은  $n = 7, n = 8$ 에서 최솟값을 갖는다.

(나)  $|S_m| = |S_{2m}| = 162$ 인 자연수  $m(m > 8)$ 이 존재한다.

21. 좌표평면 위의 두 점  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ 과  $y$ 좌표가 양수인 서로 다른 두 점  $P, Q$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AP} = \overline{AQ} = 2\sqrt{15}$  이고  $\overline{OP} > \overline{OQ}$ 이다.  
 (나)  $\cos(\angle OPA) = \cos(\angle OQA) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

사각형  $OAPQ$ 의 넓이가  $\frac{q}{p}\sqrt{15}$ 일 때,  $p \times q$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 두 상수  $a, b (b \neq 1)$ 과 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 도함수  $g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 (나)  $|x| < 2$ 일 때,  $g(x) = \int_0^x (-t + a) dt$ 이고  
 $|x| \geq 2$ 일 때,  $|g'(x)| = f(x)$ 이다.  
 (다) 함수  $g(x)$ 는  $x = 1, x = b$ 에서 극값을 갖는다.

$g(k) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 값의 합이  $p + q\sqrt{3}$ 일 때,  $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.