2024학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사

자연계열 I 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

시 험 시 간	100분	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		印
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열I 문제지와 자연계열I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 포함하여 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 3쪽으로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 직선 $y = mx + n$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하면 $\tan\theta$는 직선의 기울기 m과 같다.

(나) 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $n=1$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

(다) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가 두 함수 $x = f(t)$, $y = g(t)$로 나타내어질 때, 시각 t에서의 점 P의 속력은 $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$이고, 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는

$$s = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$

이다.

(라) 삼각형 ABC에서

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

이다.

(마) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x\to a} g(x) = \beta$ (단, α, β는 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에서 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x) \le h(x) \le g(x)$이고 $\alpha = \beta$이면, $\lim_{x\to a} h(x) = \alpha$이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

실수 전체의 집합에서 미분가능인 두 함수 $y = V_{\mathrm{A}}(x)$, $y = V_{\mathrm{B}}(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(Ⅰ) 모든 자연수 n에 대하여 두 수열 $\{V_{\mathrm{A}}(n)\}$와 $\{V_{\mathrm{B}}(n)\}$는 각각 $V_{\mathrm{A}}(n+1) = 2V_{\mathrm{A}}(n) - 1$과 $V_{\mathrm{B}}(n+1) = 3V_{\mathrm{B}}(n)$을 만족시키며, $V_{\mathrm{A}}(1) = 2$ 이고 $V_{\mathrm{B}}(1) = 1$ 이다.

(Ⅱ) 함수 $y = V_{\mathrm{A}}(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 α_A만큼, y축의 방향으로 β_A만큼 평행이동 하였더니 지수함수 $y = a^x$의 그래프가 되었고, 함수 $y = V_{\mathrm{B}}(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 α_B만큼, y축의 방향으로 β_B만큼 평행이동 하였더니 지수함수 $y = b^x$의 그래프가 되었다.

(Ⅲ) 좌표평면 위의 두 점 A와 B는 각각 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$와 $y = \sqrt{3}x$위를 움직인다. A와 B는 시각 $t=0$일 때 원점 O에서 만난 후 제 1사분면 위를 움직이며, 시각 $t(\ge 0)$에서의 위치는 각각 A_t와 B_t이며 그때의 속력은 각각 $V_{\mathrm{A}}(t)$와 $V_{\mathrm{B}}(t)$이다.

다음 물음에 답하시오.

【1-1】 모든 자연수 n에 대하여 $V_{\mathrm{A}}(n) = 2^{n-1} + 1$이고 $V_{\mathrm{B}}(n) = 3^{n-1}$임을 보이시오. (30점)

【1-2】 $a + b + \alpha_{\mathrm{A}} + \alpha_{\mathrm{B}} + \beta_{\mathrm{A}} + \beta_{\mathrm{B}}$의 값을 구하시오. (20점)

【1-3】 시각 $t=4$에서의 두 점 A와 B 사이의 거리 $d(A_4, B_4)$를 구하시오. (단, 근삿값 $\frac{1}{2\ln 2} \approx 0.72$, $\frac{1}{3\ln 3} \approx 0.3$, $\sqrt{3} \approx 1.73$을 이용하여 소수점 3번째 자리에서 반올림을 해서 2자리까지의 값을 구하시오) (40점)

【1-4】

(1) 제시문 (마)를 이용하여, 극한값 $\lim_{t\to\infty} \frac{t+1}{2^t}$을 구하시오. (10점)

(2) 삼각형 $\mathrm{OA}_t\mathrm{B}_{t+1}$과 삼각형 $\mathrm{OA}_{t+1}\mathrm{B}_t$의 넓이를 각각 S_t와 T_t라 할 때, $\lim_{t\to\infty} \frac{S_t}{T_t}$의 값을 구하시오. (30점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

(i) $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

(나) 함수 $f(x)$에 대하여 극한값

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

가 존재하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(다) $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고, 그 값이 모두 L이면 $\lim_{x \to a} f(x) = L$이다.

(라) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$$

이다.

(마) 미분가능한 함수 $t=g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[\alpha, \beta]$에서 연속이고, 함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, $g(\alpha)=a$, $g(\beta)=b$이면

$$\int_a^b f(t)\,dt = \int_\alpha^\beta f(g(x))\,g'(x)\,dx$$

이다.

(바) 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(Ⅰ) 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 $f(x) = \lvert x \rvert - 1$이다.
(Ⅱ) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(x+4)$이다.
(Ⅲ) 모든 실수 x에 대하여 $\{e^{g(x)} - f(x)\}\{e^{g(x)} - f(x+1)\}\{g(x) - \ln(x^2+x+1)\}g(x) = 0$ 이다.
(Ⅳ) $g(-2024)=0$, $g\left(-\frac{1}{2}\right)g\left(\frac{3}{2}\right) > 0$이다.

다음 물음에 답하시오.

【2-1】 $g(0)$의 값과 $g\left(\frac{3}{2}\right)$의 값을 각각 구하시오. (30점)

【2-2】 열린구간 $(-2, 2)$에서 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값을 구하시오. (40점)

【2-3】 0이 아닌 실수 t에 대하여, x에 대한 방정식 $g(x)=t$ $(-8 \le x \le 2)$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. $h\left(\ln\frac{3}{4}\right) = 5$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $\lim_{t \to 0-} h(t)$의 값을 구하시오. (30점)

(2) $\int_{-8}^{2} \left\{f(x) + \frac{1}{2}\right\} g(x)\,dx$의 값을 구하시오. (50점)

교과목 통합(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 비활성 기체를 제외한 비금속 원소들은 가장 바깥 전자 껍질에 있는 전자들을 이용하여 다른 원자와 전자를 공유함으로써 안정한 분자를 형성하려고 한다. 비금속 원자들이 전자를 내놓아 전자쌍을 두 원자 사이에 공유하며 안정한 전자 배치를 갖는 화합물을 생성하고 이때 두 원자 사이에 공유된 전자를 공유 결합이라 한다. 원자 간의 공유 결합을 간단하게 표현하는 방법 중 **원자가 전자**를 점으로 표시하는 방법을 **루이스 전자점식**이라고 한다. 루이스 전자점식에서 두 원자가 공유하는 전자쌍을 **공유 전자쌍**이라고 하며, 공유 결합에 참여하지 않고 한 원자에만 속해 있는 전자쌍을 **비공유 전자쌍**이라고 한다. 공유 전자쌍을 점 2개 (혹은 선), 비공유 전자쌍을 점 2개로 나타내 분자의 구조를 표현한 것을 **루이스 구조식**이라고 한다. 루이스 구조식으로는 분자의 3차원 구조를 정확히 알 수 없으므로 전자쌍 반발이론을 사용하여 3차원 구조를 예측할 수 있다. 전자쌍 반발이론은 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍끼리는 서로 정전기적 반발력이 작용하여 가능한 한 멀리 떨어져 있으려고 한다는 이론이다. 중심 원자의 주위에 **2개의 전자쌍이 있으면 선형, 3개의 전자쌍이 있으면 평면 삼각형, 4개의 전자쌍이 있으면 정사면체형으로 배치되며 각각 180도, 120도, 109.5도의 결합각**을 이룬다. 공유 결합 분자에서 전자쌍 사이의 반발력은 **비공유 전자쌍 사이의 반발력 > 비공유 전자쌍과 공유 전자쌍 사이의 반발력 > 공유 전자쌍 사이의 반발력**의 순서이다. 그리고 분자의 3차원 구조에서 원자들이 전자를 끌어당기는 힘이 모든 방향으로 균형을 이루게 되면 분자 내에 전자가 골고루 분포하는 무극성 분자가 되며, **전자를 끌어당기는 힘이 균형을 이루지 않아 전자가 한쪽으로 치우치면 한 분자 내에 부분 (+) 전하와 (-) 전하를 갖는 극성분자**가 될 수 있다.

(나) 이산화 탄소는 지구온난화를 일으키는 온실기체이다. 기후변화에 대응하기 위하여 전 세계는 이산화탄소의 배출량을 줄여야 하는 문제에 직면해 있다. 이산화탄소를 제거하는 방법으로는 비금속 산화물인 산성의 이산화탄소(CO_2)를 염기성 화합물과 반응시켜 제거하는 방법이 있으며 이는 산과 염기의 반응이므로 중화반응으로 설명할 수 있다. 특히, **이산화탄소가 물에 녹으면 탄산 (H_2CO_3)을 형성하여 염기성 화합물과 쉽게 반응한다.**

(다) 모든 생물은 수명에 한계가 있다. 종족을 유지하기 위해 생물은 죽기 전에 생식을 통해 자손의 수를 늘려야 한다. 대장균이나 짚신벌레 등의 단세포 생물은 이분법과 같은 **무성 생식**으로 새로운 개체를 만들어 내지만, 많은 다세포 생물은 **유성 생식**을 통해 정자와 난자 같은 생식세포를 만들어 수정란을 생성하는 방법으로 자신과 닮은 새로운 자손을 만들어 낸다. 이 과정에서 **어버이의 형질이 자손에게 전달되는 것을 유전**이라고 한다. 유전은 생식 과정에서 어버이의 유전 정보가 자손에게 전달되는 것으로, 그 결과 자손은 어버이의 형질을 닮게 된다. 무성 생식은 영양 생식처럼 몸의 일부분이 새로운 개체가 되거나 난자가 수정을 거치지 않고 발생한다. 무성 생식의 장점은 한번 형성된 좋은 염색체 조합을 흐트러뜨리지 않고 안정적으로 자손에게 전달되게 해 준다. 또한, 생식 과정이 진행될 때 유성 생식에 비해 더 경제적이고 에너지 소모도 적다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【3-1】 다음은 공유결합화합물과 그 분자식을 나타낸 것이다.

이산화 탄소 (CO_2), 삼염화 인 (PCl_3), 사염화 규소 ($SiCl_4$)

(1) 제시문 (가)를 참고하여 앞에 제시한 분자의 루이스 구조식을 그리고 전자쌍 반발이론을 사용하여 루이스 구조식의 3차원 구조를 결정하고 결합각을 예측하시오. (12점)

(2) 앞에서 제시된 세 가지 분자의 극성을 예측하고 끓는점이 가장 높은 분자를 예측하시오. (12점)

【3-2】

이산화 탄소 (CO_2)를 포함하는 공기를 석회수 (수산화 칼슘: $Ca(OH)_2$)에 통과시켜 (반응시켜) 공기 중의 이산화탄소를 제거했다. (단, C의 원자량: 12, O의 원자량: 16, Ca의 원자량: 40, H의 원자량: 1)

(1) 위 화학 반응에 대한 화학 반응식을 완성하시오. (6점)

(2) 이산화탄소 220g을 제거하는 데 필요한 수산화칼슘의 최소량은 몇 g인가? (10점)

【3-3】 제시문 (다)의 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 무성 생식의 여러 장점에도 불구하고 지구상의 상당수의 생물, 특히 동물의 경우에는 거의 보편적으로 유성 생식이 이루어지고 있다. 유성 생식이 생물에 미치는 장점을 설명하시오. (20점)

(2) 유성 생식의 수정 과정에서 정자와 난자가 무작위적으로 결합하여 유전적 다양성은 더욱 증가한다. 사람의 경우 남자와 여자는 22쌍의 상염색체와 1쌍의 성염색체를 가지고 있다. 1쌍의 부부에서 생긴 정자와 난자의 수정을 통해 태어나는 자손의 염색체 조합은 최대 몇 가지인가? (10점)

2024학년도 논술(AAT) 모의고사 예시답안 및 채점 기준(자연계열Ⅰ)

[문제 1]

1. 예시 답안

【1-1】

$V_{\mathrm{A}}(1) = 2^0 + 1 = 2$ 이므로 $n=1$일 때 성립한다.

$n=k$일 때, $V_{\mathrm{A}}(k) = 2^{k-1}+1$이라 가정하면,

$V_{\mathrm{A}}(k+1) = 2V_{\mathrm{A}}(k) - 1 = 2(2^{k-1}+1) - 1 = 2^k + 1$이므로 $n=k+1$일 때도 성립하여

수학적 귀납법에 의하여 $V_{\mathrm{A}}(n) = 2^{n-1}+1$이다.

$V_{\mathrm{B}}(n+1) = 3V_{\mathrm{B}}(n)$이므로 $V_{\mathrm{B}}(n)$은 공비가 3인 등비수열이다. 즉, $V_{\mathrm{B}}(n) = 3^{n-1}$이다.

【1-2】

$y = a^x$의 그래프를 x축으로 $-\alpha_{\mathrm{A}}$만큼, y축으로 $-\beta_{\mathrm{A}}$만큼 평행이동하면

$y = V_{\mathrm{A}}(x)$의 그래프이므로, $V_{\mathrm{A}}(x) = a^{x+m_{\mathrm{A}}} - n_{\mathrm{A}}$이다.

$V_{\mathrm{A}}(1) = 2$, $V_{\mathrm{A}}(2) = 3$, $V_{\mathrm{A}}(3) = 5$이므로

$a^{1+\alpha_{\mathrm{A}}} - \beta_{\mathrm{A}} = 2$, $a^{2+\alpha_{\mathrm{A}}} - \beta_{\mathrm{A}} = 3$, $a^{3+m_{\mathrm{A}}} - n_{\mathrm{A}} = 5$이다.

연립하면, $\alpha_{\mathrm{A}} = -1$, $a=2$, $\beta_{\mathrm{A}} = -1$임을 알 수 있다.

비슷하게, $\alpha_{\mathrm{B}} = -1$, $b=3$, $\beta_{\mathrm{B}} = 0$을 구할 수 있으므로,

$a + b + \alpha_{\mathrm{A}} + \alpha_{\mathrm{B}} + \beta_{\mathrm{A}} + \beta_{\mathrm{B}} = 2$이다.

【1-3】

원점에서 만난 후 시각 t까지 점 A, B가 움직인 거리를 각각 $\ell_{\mathrm{A}}(t), \ell_{\mathrm{B}}(t)$라 하면,

$$\ell_{\mathrm{A}}(t) = \int_0^t V_{\mathrm{A}}(x)dx = \frac{2^t - 1}{2\ln 2} + t \approx (0.72)(2^t - 1) + t,$$

$$\ell_{\mathrm{B}}(t) = \int_0^t V_{\mathrm{B}}(x)dx = \frac{3^t - 1}{3\ln 3} \approx (0.3)(3^t - 1)$$이다.

시각 $t=4$에서 두 점 A와 B사이의 거리 $d(\mathrm{A}_4, \mathrm{B}_4)$는, 제시문 (라)에 의하여,

$[d(\mathrm{A}_4, \mathrm{B}_4)]^2 = [\ell_{\mathrm{A}}(4)]^2 + [\ell_{\mathrm{B}}(4)]^2 - \sqrt{3}\,\ell_{\mathrm{A}}(4)\ell_{\mathrm{B}}(4)$이다.

$\ell_{\mathrm{A}}(4) \approx (0.72)(15) + 4 = 14.8$, $\ell_{\mathrm{B}}(4) \approx (0.3)(80) = 24$이므로,

$[d(\mathrm{A}_4, \mathrm{B}_4)]^2 \approx (14.8)^2 + (24)^2 - (1.73)(14.8)(24) = 180.544$ 이다.

$13.436 < \sqrt{180.544} < 13.437$이므로, $d(\mathrm{A}_4, \mathrm{B}_4)$을 소수점 3번째 자리에서 반올림을 해서 2자리까지의 값을 구하면 13.44이다.

【1-4】

(1) 4 이상인 모든 자연수 t에 대하여 $2^t \geq t^2$을 먼저 증명하자,

$2^4 = 4^2$이므로 $t = 4$일 때, $2^t \geq t^2$은 성립한다.

$t = k(k \geq 4)$일 때, $2^k \geq k^2$이 성립한다고 가정하자.

4 이상인 모든 자연수 k에 대하여 $k^2 \geq 2k+1$은 쉽게 보일 수 있고

$2^{k+1} = 2 \times 2^k \geq 2k^2 = k^2 + k^2 \geq k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2$이므로 $t = k+1$일 때도

$2^t \geq t^2$은 성립한다.

수학적 귀납법에 의하여 4 이상인 모든 자연수 t에 대하여 $2^t \geq t^2$은 성립한다.

4 이상인 모든 자연수 t에 대하여 $2^t \geq t^2 (> 0)$이므로,

$0 \leq \frac{t+1}{2^t} \leq \frac{t+1}{t^2}$이 4 이상인 모든 자연수 t에 대하여 성립한다.

$\lim_{t \to \infty} \frac{t+1}{t^2} = 0$이므로 제시문 (마)에 의하여 $\lim_{t \to \infty} \frac{t+1}{2^t} = 0$이다.

(2) $S_t = \frac{1}{2} \ell_{\mathrm{A}}(t) \ell_{\mathrm{B}}(t+1) \sin\frac{\pi}{6}$, $T_t = \frac{1}{2} \ell_{\mathrm{A}}(t+1) \ell_{\mathrm{B}}(t) \sin\frac{\pi}{6}$이므로,

$$\frac{S_t}{T_t} = \frac{\ell_{\mathrm{A}}(t)\ell_{\mathrm{B}}(t+1)}{\ell_{\mathrm{A}}(t+1)\ell_{\mathrm{B}}(t)} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2^t} + 2\ln 2 \frac{t}{2^t}\right)(3 - \frac{1}{3^t})}{\left(2 - \frac{1}{2^t} + 2\ln 2 \frac{t+1}{2^t}\right)(1 - \frac{1}{3^t})}$$ 이고,

$\lim_{t \to \infty} \frac{S_t}{T_t} = \frac{3}{2}$이다.

2. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[1-1]	수학적 귀납법에 의하여 $V_{\mathrm{A}}(n) = 2^{n-1} + 1$임을 보이면	15
	$V_{\mathrm{B}}(n) = 3^{n-1}$를 구하면	15
[1-2]	$\alpha_{\mathrm{A}} = -1$, $a = 2$, $\beta_{\mathrm{A}} = -1$, $\alpha_{\mathrm{B}} = -1$, $b = 3$, $\beta_{\mathrm{B}} = 0$임을 보이면	18
	$a + b + \alpha_{\mathrm{A}} + \alpha_{\mathrm{B}} + \beta_{\mathrm{A}} + \beta_{\mathrm{B}} = 2$임을 보이면	2

[1-3]	$\ell_{\mathrm{A}}(t)=\int_0^t V_{\mathrm{A}}(x)dx = \dfrac{2^t-1}{2\ln 2}+t \approx (0.72)(2^t-1)+t$, $\ell_{\mathrm{B}}(t)=\int_0^t V_{\mathrm{B}}(x)dx = \dfrac{3^t-1}{3\ln 3} \approx (0.3)(3^t-1)$임을 보이면	10
	$[d(\mathrm{A}_4,\mathrm{B}_4)]^2=[\ell_{\mathrm{A}}(4)]^2+[\ell_{\mathrm{B}}(4)]^2-\sqrt{3}\,\ell_{\mathrm{A}}(4)\ell_{\mathrm{B}}(4)$, $\ell_{\mathrm{A}}(4)\approx(0.72)(15)+4=14.8$, $\ell_{\mathrm{B}}(4)\approx(0.3)(80)=24$을 구하면	10
	$[d(\mathrm{A}_4,\mathrm{B}_4)]^2 \approx (14.8)^2+(24)^2-(1.73)(14.8)(24)=180.544$을 구하면	5
	$13.436<\sqrt{180.544}<13.437$을 보이면	10
	$d(\mathrm{A}_4,\mathrm{B}_4)$을 소수점 3번째 자리에서 반올림을 해서 2자리까지의 값을 구하면 13.44을 찾으면	5
[1-4] (1)	4 이상인 모든 자연수 t에 대하여 $2^t \geq t^2$을 보이면	5
	$0 \leq \dfrac{t+1}{2^t} \leq \dfrac{t+1}{t^2}$이 4 이상인 모든 자연수 t에 대하여 성립함을 찾고 $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t+1}{t^2}=0$이므로 제시문 (마)에 의하여 $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t+1}{2^t}=0$임을 보이면	5
[1-4] (2)	$S_t=\dfrac{1}{2}\ell_{\mathrm{A}}(t)\ell_{\mathrm{B}}(t+1)\sin\dfrac{\pi}{6}$, $T_t=\dfrac{1}{2}\ell_{\mathrm{A}}(t+1)\ell_{\mathrm{B}}(t)\sin\dfrac{\pi}{6}$를 구하면	20
	$\dfrac{S_t}{T_t}=\dfrac{\ell_{\mathrm{A}}(t)\ell_{\mathrm{B}}(t+1)}{\ell_{\mathrm{A}}(t+1)\ell_{\mathrm{B}}(t)}=\dfrac{\left(1-\dfrac{1}{2^t}+2\ln 2\,\dfrac{t}{2^t}\right)(3-\dfrac{1}{3^t})}{\left(2-\dfrac{1}{2^t}+2\ln 2\,\dfrac{t+1}{2^t}\right)(1-\dfrac{1}{3^t})}$ 를 찾으면	5
	$\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{S_t}{T_t}=\dfrac{3}{2}$를 찾으면	5

[문제 2]

1. 예시 답안

【2-1】 조건 (Ⅲ)에 의해 $\{e^{g(0)}-f(0)\}\{e^{g(0)}-f(1)\}\{g(0)\}^2=0$이다. 한편, $e^{g(0)}>0$, $f(0)=-1<0$, $f(1)=0$이므로 $e^{g(0)}\neq f(0)$, $e^{g(0)}\neq f(1)$이다. 따라서, $g(0)=0$을 얻는다.

조건 (Ⅳ)에 의해 $g\left(-\frac{1}{2}\right)\neq 0$이고, $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$로 부터 조건 (Ⅲ)에서 $g\left(-\frac{1}{2}\right)=\ln\frac{3}{4}<0$임을 알 수 있고, 따라서 조건 (Ⅳ)에 의해 $g\left(\frac{3}{2}\right)<0$이다. 또한, $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}$, $f\left(\frac{5}{2}\right)=f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}$, $\ln\left(\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}+1\right)>0$로 부터 조건 (Ⅲ)에서 $g\left(\frac{3}{2}\right)=\ln\frac{1}{2}=-\ln 2$를 얻는다.

【2-2】 함수 $g(x)$는 연속이고 $-1\leq x\leq 1$일때 $f(x)\leq 0$이므로, 조건 (Ⅲ)과 (Ⅳ)에 의해 $-1\leq x\leq 0$일때 $g(x)=\ln(x^2+x+1)$임을 알 수 있다. 또한, 모든 실수 x에 대하여 $-1\leq f(x)\leq 1$이고, $x<-1$ 또는 $x>0$일때 $\ln(x^2+x+1)>0$이므로 조건 (Ⅲ), (Ⅳ) 및 문제【2-1】에 의해 $x<-1$ 또는 $x>0$일때 $g(x)\neq\ln(x^2+x+1)$이다. 따라서, $x<-1$ 또는 $x>0$일때 $\{e^{g(x)}-f(x)\}\{e^{g(x)}-f(x+1)\}g(x)=0$이 성립한다. 함수 $f(x)$ 및 $f(x+1)$의 부호와 함수 $g(x)$의 연속성을 고려하면, $-2<x<-1$ 또는 $0<x\leq 1$일때 $g(x)=0$임을 알 수 있다. 또한, $1<x\leq\frac{3}{2}$일때 $g(x)=\ln f(x+1)=\ln(2-x)$이고, $\frac{3}{2}<x<2$일때 $g(x)=\ln f(x)=\ln(x-1)$임을 알 수 있다. 이로부터 열린구간 $(-2,2)$에서 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값은 $a=-1,\ 0,\ 1,\ \frac{3}{2}$이다.

【2-3】 문제【2-2】에 의해 $-2\leq x\leq 2$일때

$$g(x)=\begin{cases} 0, & -2\leq x\leq -1, \\ \ln(x^2+x+1), & -1<x<0, \\ 0, & 0\leq x\leq 1, \\ \ln(2-x), & 1<x\leq\frac{3}{2}, \\ \ln(x-1), & \frac{3}{2}<x\leq 2, \end{cases}$$

이다. 또한, $-8\leq x\leq -2$일때 $\{e^{g(x)}-f(x)\}\{e^{g(x)}-f(x+1)\}g(x)=0$이 성립한다.

한편, $-1\leq x\leq 0$일때 $g(x)=\ln(x^2+x+1)$이고, $g\left(-\frac{1}{2}\right)=\ln\frac{3}{4}>\ln\frac{1}{2}=g\left(\frac{3}{2}\right)$이다.

$h\left(\ln\frac{3}{4}\right)=5$이므로, 함수 $f(x)$ 및 $f(x+1)$의 부호와 함수 $g(x)$의 연속성을 고려하면 $-8\leq x\leq -2$일때

$$g(x)=\begin{cases} 0, & -8\leq x\leq -3, \\ \ln(-2-x), & -3<x\leq -\frac{5}{2}, \\ \ln(x+3), & -\frac{5}{2}<x\leq -2, \end{cases} \quad \text{또는} \quad g(x)=\begin{cases} 0, & -8\leq x\leq -7, \\ \ln(-6-x), & -7<x\leq -\frac{13}{2}, \\ \ln(x+7), & -\frac{13}{2}<x\leq -6, \\ 0, & -6<x\leq -2, \end{cases}$$

임을 알 수 있다.

(1) 위에서 구한 $g(x)$로 부터, $\ln\frac{3}{4}<t<0$일때 $h(t)=6$임을 알 수 있다. 따라서, $\lim_{t\to 0-}h(t)=6$이다.

(2) 위에서 구한 $g(x)$ 및 조건 (Ⅱ)에 의해

$$\int_{-8}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=\int_{-1}^{0}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx+2\int_{1}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx$$

임을 알 수 있다. 한편,

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{0}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx&=\int_{-1}^{0}\left(-x-\frac{1}{2}\right)\ln(x^2+x+1)\,dx\\&=-\int_{-1}^{0}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ln\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right)dx=-\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}x\ln\left(x^2+\frac{3}{4}\right)dx=0,\end{aligned}$$

$$\int_{1}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=\int_{1}^{\frac{3}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\ln(2-x)\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)\ln(x-1)\,dx=\ln2-1$$

이므로,

$$\int_{-8}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=\int_{-1}^{0}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx+2\int_{1}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=2\ln2-2$$

이다.

2. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	$g(0)=0$을 구하면 10점	30
	$g\left(\frac{3}{2}\right)<0$ 임을 보이면 10점	
	$g\left(\frac{3}{2}\right)=-\ln2$를 구하면 10점	
2-2	함수 $g(x)$가 $x=-1$에서 미분가능하지 않음을 보이면 10점	40
	함수 $g(x)$가 $x=0$에서 미분가능하지 않음을 보이면 10점	
	함수 $g(x)$가 $x=1$에서 미분가능하지 않음을 보이면 10점	
	함수 $g(x)$가 $x=\frac{3}{2}$에서 미분가능하지 않음을 보이면 10점	
2-3 (1)	$\ln\frac{3}{4}<t<0$일 때, $h(t)=6$임을 보이면 20점	30
	$\lim_{t\to 0-}h(t)=6$을 구하면 10점	

2-3 (2)	$\int_{-8}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=\int_{-1}^{0}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx+2\int_{1}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx$ 를 보이면 20점	50
	$\int_{-1}^{0}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=0$을 구하면 10점	
	$\int_{1}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=\ln 2-1$을 구하면 10점	
	$\int_{-8}^{2}\left\{f(x)+\frac{1}{2}\right\}g(x)\,dx=2\ln 2-2$를 구하면 10점	

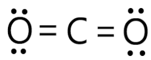
[문제 3]

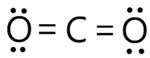
1. 예시 답안

【3-1】

(1)

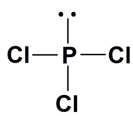
이산화 탄소 (CO_2)

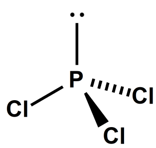
루이스구조: 

3차원 구조:  (전자영역 2개: 선형)

결합각: 180도

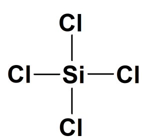
삼염화 인 (PCl_3)

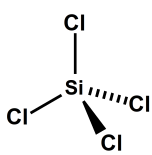
루이스구조: 

3차원 구조:  (전자영역 4개: 삼각뿔형)

결합각: 109.5도 보다 작다 (약 104도)

사염화 규소 ($SiCl_4$)

루이스구조: 

3차원 구조:  (전자영역 4개: 정사면체)

결합각: 109.5도

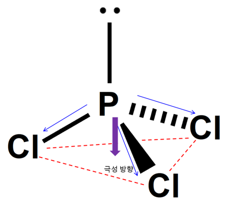
(2)

이산화 탄소 (CO_2)

C와 O의 전기음성도 차이에 의해 쌍극자 모멘트가 각 결합에 만들어지지만, 선형으로 양쪽에서 같은 힘만큼 끌어당겨 힘이 전체 상쇄되어 무극성 분자임

삼염화 인 (PCl_3)

Cl과 P와의 전기음성도 차이에 의해 쌍극자 모멘트가 발생하며 3개의 쌍극자 모멘트가 합해져 Cl 원자 3개가 이루는 삼각형의 중심 방향으로 쌍극자 모멘트가 발생하여 극성분자가 됨



사염화 규소 ($SiCl_4$)
Si와 Cl의 전기음성도 차이에 의해 각 결합에 쌍극자 모멘트가 생기지만, 정사면체 구조로 대칭성에 의해 4개의 결합의 쌍극자 모멘트가 서로 상쇄하여 전체 쌍극자 모멘트가 0인 무극성 분자임

세 분자를 비교하였을 때 끓는점은 분자 간의 인력이 가장 큰 문자가 끓는점이 높으며 극성 분자가 무극성 분자보다 분자 간의 인력이 세다. 따라서 삼염화 인 (PCl_3)이 가장 끓는점이 높은 분자이다.

【3-2】
(1)
CO_2 (g) + H_2O (l) -> H_2CO_3 (aq)
H_2CO_3(aq) + $Ca(OH)_2$(aq) -> $CaCO_3$(s) + $2H_2O$ (l)

(2)
이산화탄소와 수산화 칼슘은 1:1의 몰수로 반응한다.
이산화탄소의 몰수는 220 g / 44 g/mole = 5 mole이며 반응하는 수산화 칼슘의 몰수도 5 mole이다. 수산화 칼슘의 분자량은 74 g/mole이므로 5 mole의 반응에 필요한 수산화 칼슘의 최소 질량은 370 g이다.

【3-3】
(1)
다윈의 자연 선택설에 의하면 집단 내에서 발생한 유전적 변이 가운데 환경에 가장 잘 적응한 개체들이 다음 세대로 가장 많은 자손을 남기게 된다. 이러한 자연 선택의 결과 집단 내에 유전적 변이가 축적된다. 만약 무성 생식을 하는 집단과 유성 생식을 하는 집단이 있다고 한다면 환경이 변할 때 무성 생식을 통해 형성된 집단 내의 모든 개체는 변화된 환경에 똑같은 반응을 할 것이고, 변화된 환경의 벽을 넘지 못한다면 다음 세대로 자손을 남기기 어렵다. 이와 반대로, 유성 생식을 통해 형성된 집단 내의 개체들은 새로운 염색체 조합을 형성하여 개체들이 다양한 유전적 조합을 갖게 되고, 일부 개체는 새로운 환경 변화의 장벽을 넘을 수 있는 가능성이 있다.

(2)
2^{23} X 2^{23} = 2^{46}가지 (약 70조 가지가 가능하다)

2. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1 (1)	루이스 구조식 각 분자당 1점	24
	3차원 구조 그림 각 분자당 1점	
	3차원 구조 이름 각 분자당 1점	
	결합각 각 분자당 1점	
3-1 (2)	극성 유무를 맞추면 각 분자당 2점	16
	끓는점이 가장 높은 분자를 맞추면 2점	
	끓는점을 극성 유무와 분자 간의 인력을 모두 사용해 설명하면 4점	
	끓는점은 분자 간의 인력만 또는 극성 중 한 가지로만 설명하면 2점	
3-2	예시 답안의 첫 번째 반응식을 적으면 2점	6
	예시 답안의 두 번째 중화 반응식을 적으면 4점	
	이산화탄소가 직접 수산화 칼슘과 반응하는 화학식을 적으면 4점	
3-3 (1)	환경 변화 적응에 있어서 유성 생식을 하는 집단의 장점을 서술하면 10점	20
	유성 생식에 의해 발생되는 다양한 염색체 조합의 장점을 서술하면 5점	
	무성 생식은 항상 똑같은 염색체가 자손에게 전달된다는 것을 서술하면 5점	
3-3 (2)	조합에 필요한 인간 염색체 수를 정확히 서술하면 3점	10
	수정 후 발생될 수 있는 염색체 조합 수를 서술하면 7점	