

**문제 1** 2024학년도 논술 모의고사 문제(자연: 의예과 외)의 문항 3과 동일

**문제 2** (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면 위에  $x^2 + y^2 = r^2$ 으로 정의된 원 위의 한 점  $(x_1, y_1)$ 에서 이 원에 대한 접선의 방정식은

$$xx_1 + yy_1 = r^2 \text{이다.}$$

(나) 두 직선  $y = mx + n$ ,  $y = m'x + n'$ 이 평행할 필요충분조건은  $m = m'$ 이고  $n \neq n'$ 이 성립하는 것이다.

(※) 좌표평면 위에 중심이  $(0,0)$ 이고 반지름이 1인 원  $O$ 와 두 점  $(0,2)$ ,  $(4,0)$ 을 지나는 직선  $l$ 이 주어져 있다.

(2-1) 점  $(2,1)$ 에서 원  $O$ 에 그은 두 접선이 원과 만나는 접점을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하자. 직선  $\overline{PQ}$ 의 방정식을 구하시오. [8점]

(2-2)  $l$  위의 한 점  $R$ 의  $y$ 좌표를  $t$ 라 하자.  $R$ 에서 원  $O$ 에 그은 두 접선이 원과 만나는 두 접점을 지나는 직선을  $m$ 이라 하자.

두 직선  $l$ ,  $m$  그리고  $x$ 축이 삼각형이 되는  $t$ 의 조건을 구하시오. [11점]

(2-3) (2-2)의 조건을 만족하는  $t$ 에 대해, 두 직선  $l$ ,  $m$  그리고  $x$ 축이 이루는 삼각형의 넓이를  $S(t)$ 라 하자.

(a)  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ 의 값을 구하시오. [8점]

(b) 구간  $t \leq 0$ 에서  $S(t)$ 의 최댓값을 구하시오. [8점]

**문제 3** (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(수학적 귀납법) 자연수  $n(\geq 1)$ 에 대한 명제  $p(n)$ 이 모든 자연수  $n(\geq 1)$ 에 대하여 성립함을 증명하려면

다음 두 가지를 보이면 된다.

(1)  $n = 1$ 일 때, 명제  $p(n)$ 이 성립한다.

(2)  $n = k$  ( $k \geq 1$ )일 때 명제  $p(n)$ 이 성립한다고 가정하면,  $n = k+1$ 일 때에도 명제  $p(n)$ 이 성립한다.

(※) 자연수로 구성된 집합  $A$ 에 대하여 집합  $\tilde{A}$ 를  $A$ 의 두 원소의 합으로 표현할 수 있는 모든 자연수의 집합으로 정의하자.

이때, 같은 원소를 합하여도 된다. 즉,  $\tilde{A}$ 는 집합  $\{x+y \mid x, y \in A\}$ 와 같다. 예를 들어,  $A = \{1\}$ 이면  $\tilde{A} = \{2\}$ 이고

$A = \{1,3,4\}$ 이면  $\tilde{A} = \{2,4,5,6,7,8\}$ 이다.

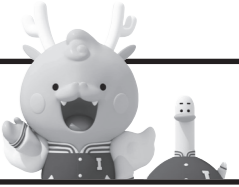
(3-1) (a) 4개의 자연수로 구성되어 있고  $n(\tilde{A}) = 10$ 인 집합  $A$ 를 하나 찾으시오. [3점]

(b) 집합  $A$ 는  $k$ 개의 자연수로 구성된 집합이다.  $n(\tilde{A})$ 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 값을 구하시오. [7점]

(3-2) (a) 5개의 자연수로 구성되어 있고  $n(\tilde{A}) = 9$ 인 집합  $A$ 를 하나 찾으시오. [3점]

(b)  $n(A) = k$ 일 때  $n(\tilde{A})$ 가 될 수 있는 값 중 가장 작은 값을 구하시오. [7점]

(3-3) 자연수로 구성된 집합  $A$ 에 대하여  $n(A) = k$ 일 때  $n(\tilde{A})$ 가 될 수 있는 값들을 모두 구하시오. [15점]



## 문항 ①

### 1. 출제 의도

주어진 점에서 미분 가능한 함수의 접선을 구하는 능력과 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있는 능력을 평가한다.

### 2. 문항 해설

주어진 함수의 미분을 이용하여 접선을 구하고, 매개변수로 주어진 함수의 미분을 이용하여 접선의 방정식을 구하는 문제이다.

### 3. 채점기준

하위문항 번호	채점 기준	배점
(1-1)	접선의 방정식을 구하면	4점
	$P$ 의 좌표를 구하면	4점
(1-2)	접점이 일치할 조건을 구하면	4점
	기울기 조건을 구하면	4점
	$u$ , $v$ 를 $t$ 에 대해서 나타내면	4점
(1-3)	$\frac{du}{dt}$ 를 구하면	3점
	$\frac{dv}{dt}$ 를 구하면	3점
	매개변수로 주어진 함수의 미분을 이용하여	5점
	접선의 방정식을 구하면	4점

### 4. 예시 답안

(1-1) 제시문 (가)를 이용하면 직선  $l$ 의 방정식은  $y = x + 1$ 이 되므로 직선  $l$ 이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각은  $\frac{\pi}{4}$ 가 된다. 점

$Q$ 를 지나고 주어진 조건을 만족하는 점  $P$ 를 삼각함수를 이용하여 구하면

$$\left(0 + \cos \frac{\pi}{4}, 1 - \sin \frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{이다.}$$

(1-2) 제시문 (가)를 이용하면 점  $(t, e^t)$ 에서의 법선의 기울기는  $-e^{-t}$ 이므로 방정식은  $y = -e^{-t}(x-t) + e^t$ 이 된다. 교점에

서 접선이 일치하기 위해서는 원의 중심  $(u, v)$ 는 법선 위에 위치해야 하므로