

2021학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 문제지(자연계열 D형)

[문제 1] 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 상수 a 에 대하여 다음 식을 만족한다.

$$\int_0^x f(t) dt = e^x - ae^{3x} \int_0^{\ln 3} e^{-t} f(t) dt$$

다음 물음에 각각 답하시오.

(1-1) 함수 $f(x)$ 와 실수 a 를 각각 구하시오. (70점)

(1-2) 좌표평면의 $x < 0$ 인 부분에서 두 곡선 $y = f(x)$, $y = e^x$ 위에 각각 하나씩 점을 잡고, y 축 위에 두 점을 잡아서 직사각형을 만들 때, 직사각형 넓이의 최댓값을 구하시오. (80점)

(1-3) 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축의 교점을 P라 하자. 직선 l_1 은 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P에서의 접선이고, l_2 는 x 축과 평행하면서 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이다. 곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 l_1 , l_2 로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. (80점)

[문제 2] 상자 안에 '0'이 적힌 공 n 개와 '1'이 적힌 공 4개가 들어 있다. 다음 물음에 각각 답하시오.

(2-1) 상자에서 공 4개를 동시에 뽑아 '0'이 적힌 공 한 개당 5000원을, '1'이 적힌 공 한 개당 3000원을 상금으로 받는다. $n=3$ 일 때, 상금의 표준편차를 구하시오. (70점)

(2-2) $n=2$ 일 때, 상자에서 공을 한 개씩 꺼내어, '0'이 나오면 다시 넣지 않고 '1'이 나오면 '1'이 적힌 새로운 공 한 개와 꺼낸 공을 함께 상자에 다시 넣는 시행을 3번 반복한다. 세 번째 꺼낸 공이 '1'이 적힌 공일 확률을 구하시오. (80점)

(2-3) $n=4$ 라 하자. 상자에서 임의로 공을 한 개 꺼내어 적힌 숫자를 확인하고 다시 넣는 시행을 k 번 반복할 때, '1'이 적힌 공의 개수의 평균을 확률변수 X 라 하자. 이항분포와 정규분포의 관계를 이용하여 조건 $P(0.4 \leq X \leq 0.6) \geq 0.95$ 이 성립하는 k 의 최솟값을 구하시오. (단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대해 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) (80점)

[문제 3] 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y = f(t)$ 는 다음 조건을 만족한다.

< 조건 >

(가) $f(0) = 1$ (나) $t > 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $f'(t) > 0$ 이다.

$t \geq 0$ 에 대하여 매개변수 방정식

$$x(t) = f(t)\cos(t^2 - 2t), \quad y(t) = f(t)\sin(t^2 - 2t)$$

로 정의되는 점 $P(x(t), y(t))$ 가 있다. 임의의 양수 a 에 대하여 $0 \leq t \leq a$ 에서 점 P 가 움직인

거리가 $\int_0^a e^t \sqrt{4(t^2 - 1)^2 + (t + 2)^2} dt$ 일 때, 다음 물음에 각각 답하시오.

(3-1) $f'(1)$ 을 구하시오. (80점)

(3-2) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $(f'(x) - (x + 2)e^x)(f(x) - (x + 1)e^x) \leq 0$ 가 성립함을 보이시오. (80점)

(3-3) $x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 를 구하시오. (80점)