

인 등비수열이므로 $\sum_{n=3}^{\infty} q_n = \frac{1}{3} \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3} \times \frac{\frac{4}{9}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{4}{9}$ 이다.

(3) y 의 값을 먼저 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 5번 만에 A 의 위치로 돌아오는 경우의 수는, 첫 번째 시행 후에 가능한 위치는 세 가지이고, 두 번째, 세 번째, 네 번째의 시행 후에 수리의 가능한 위치는 B, C, D 중에서 자기 자신이 아닌 위치인 두 가지이므로, 총 $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ 가지이다. 따라서 24에서 흰 공이 3번 이상 뽑히는 경우의 수를 빼주면 된다.

공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 흰 공이 5번 뽑히는 경우는 두 번째에 A 의 위치로 돌아와야 하고, 4번 뽑히는 경우는 5번째에 A 의 위치에 있을 수 없으므로 5번째에 처음으로 A 의 위치로 돌아오기 위해서는 흰 공은 3번 이하 뽑혀야 한다. 따라서 y 는 24에서 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우의 수를 뺀 수이다. 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우에는 반드시 검은 공이 1번, 붉은 공이 1번 뽑혀야 한다.

(i) 처음에 흰 공을 뽑지 않는 경우

두 번째, 세 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 또한 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한 가지로 결정이 되므로 총 4가지 경우가 있다.

따라서 전체 방법의 수는 $y = 24 - 8 = 16$ 이다.

이제 x 의 값을 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 6번 만에 A 의 위치로 돌아오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$ 가지이다.

이제 흰 공이 세 번 이상 뽑히는 경우를 세어보자. 공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 따라서 흰 공을 정확히 4번 뽑아야 하고, 다른 2개의 공은 색이 같아야 한다.

(i) 처음에 흰 공을 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째, 네 번째에는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 아닌 공을 뽑는 경우

두 번째, 세 번째, 네 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한 가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

따라서 전체 방법의 수는 $x = 48 - 8 = 40$ 이다.