

2020학년도 중앙대학교

편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

<2020. 1. 12(일) 11:30 ~ 12:30>

| | | | |
|------|--|------|--|
| 대 학 | | 모집단위 | |
| 수험번호 | | 성 명 | |

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 7면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하셔야 합니다.



2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[1] (3점) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta - \sin \theta}{\theta^3}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

[2] (3.5점) 세 점 $(1, 0)$, $(1, 2)$, $(4, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 둘레와 내부를 T 라 할 때, $\iint_T y^2 dx dy$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$

[3] (3점) 2×2 행렬 A 가 $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ 을 만족할 때, $A^{17} \begin{pmatrix} 11 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 라 놓으면 $x - y$ 의 값은?

- ① 2^{19} ② 2^{21} ③ 3^{19} ④ 3^{21}

[4] (3점) 선형변환 $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$Tv = Av, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & -4 & 13 \\ 2 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}^4.$$

T 의 계수(rank)를 r 이라 하고 T 의 영공간(null space)의 차원을 n 이라 할 때 $r - n$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

[5] (4점) 곡면 $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \frac{1}{2}y^2, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \right\}$ 에 대하여 곡면적분 $\iint_S \sqrt{1+y^2} dS$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[6] (3점) $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ 의 값은?

- ① $-1 - \frac{\pi}{2}$ ② $-1 + \frac{\pi}{2}$ ③ $1 - \frac{\pi}{2}$ ④ $1 + \frac{\pi}{2}$

[7] (4점) $t > 0$ 일 때, 함수 $A(t) = \frac{1}{2} \cosh t \sinh t - \int_1^{\cosh t} \sqrt{\theta^2 - 1} d\theta$ 의 도함수 $A'(t)$ 를 구하면?

- ① $A'(t) = \frac{1}{2} + \sinh^2 t$ ② $A'(t) = \frac{1}{2} + \sinh^2 t - \sinh t$
 ③ $A'(t) = \frac{1}{2}$ ④ $A'(t) = \frac{1}{2} + \sinh^2 t + \sinh t$

[8] (4점) $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} (\cos t, \sin t, t)$ 일 때, 외적 $\mathbf{r}(t) \times \mathbf{r}'(t)$ 의 크기(norm)를 구하면? (단, $t > 0$)

- ① $\sqrt{1 + \frac{2}{t^2}}$ ② $\sqrt{t + \frac{1}{t}}$ ③ $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{t} + \frac{1}{t^3}}$ ④ $\sqrt{1 + \frac{1 + \sin 2t}{t}}$

[9] (3점) 함수 $B(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & (x \neq 0), \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$ 의 미분계수 $B'(0)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

[10] (3점) 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 19$ 위에서 함수 $f(x, y, z) = 2x + 3y + 5z$ 의 최댓값은?

- ① $19\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{2}$ ③ $38\sqrt{3}$ ④ $38\sqrt{2}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[11] (3.5점) $y=y(x)$ 가 미분방정식 $y'=(x+1)e^{-x}y^2$, $y(0)=1$ 의 해일 때, $y(-1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{e+1}$ ② $\frac{1}{e-1}$ ③ $\frac{-1}{e+1}$ ④ $\frac{-1}{e-1}$

[12] (3.5점) $x=x(t)$ 가 미분방정식 $x' = x \sin t + 2te^{-\cos t}$, $x(0)=1$ 의 해일 때, $x\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi^2}{4}+e$ ② $\frac{\pi^2}{4}-e$ ③ $-\frac{\pi^2}{4}+e$ ④ $-\frac{\pi^2}{4}-e$

[13] (3.5점) 다음 중에서 미분방정식 $y(y'-1)=xy'$, $y(0)=2$ 의 해는?

- ① $xy + \frac{y^2}{4} = 1$ ② $xy + \frac{y^2}{2} = 2$ ③ $xy - \frac{y^2}{2} = -2$ ④ $xy - \frac{y^2}{4} = -1$

[14] (3점) 다음 2개의 집합 Φ_1, Φ_2 에 대한 선형 독립, 선형 종속 여부를 바르게 나타낸 것은?

$$\Phi_1 = \{y_1(x) = \log_2 x, y_2(x) = \log_5 x, y_3(x) = \log_{10} x\}$$

$$\Phi_2 = \{y_1(x) = \cosh x, y_2(x) = \sinh x, y_3(x) = e^x\}$$

- ① Φ_1 : 선형 독립, Φ_2 : 선형 독립 ② Φ_1 : 선형 독립, Φ_2 : 선형 종속
 ③ Φ_1 : 선형 종속, Φ_2 : 선형 독립 ④ Φ_1 : 선형 종속, Φ_2 : 선형 종속

[15] (3.5점) $y=y(x)$ 가 미분방정식 $y'+y=5e^x \cos x$, $y(0)=2$ 의 해일 때, $y\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $e^{\frac{\pi}{2}}$ ② $-e^{\frac{\pi}{2}}$ ③ $e^{-\frac{\pi}{2}}$ ④ $-e^{-\frac{\pi}{2}}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[16] (3점) $x > 0$ 일 때, 미분방정식 $x^3 y''' - 6y = 0$ 의 일반해를 구하면 $y = c_1 x^a + [c_2 \cos(b \ln x) + c_3 \sin(c \ln x)]$ 이다. 이 때, $a + bc$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9

[17] (3.5점) 연립미분방정식 $x'(t) = y(t) + e^{2t}$, $y'(t) = x(t) - 3e^{2t}$, $x(0) = -\frac{7}{3}$, $y(0) = -\frac{5}{3}$ 를 만족하는 $x(t), y(t)$ 에 대하여 $x(1) + y(1)$ 의 값은?

- ① $2e + 2e^2$ ② $2e - 2e^2$ ③ $-2e + 2e^2$ ④ $-2e - 2e^2$

[18] (3.5점) $G(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2(s-1)}$ 의 라플라스 역변환을 $g(t)$ 라 할 때, $g(2)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2

[19] (3.5점) 함수 $g(t) = t \cos(2t)$ 에 대한 라플라스 변환이 $G(s)$ 로 주어질 때, $G(1)$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{25}$ ② $-\frac{2}{25}$ ③ $\frac{2}{25}$ ④ $\frac{3}{25}$

[20] (3점) $y = y(t)$ 가 미적분 방정식 $\frac{dy}{dt} + 6y(t) + 9 \int_0^t y(\tau) d\tau = 1$, $y(0) = 0$ 의 해일 때, $y(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4} e^{-3}$ ② $\frac{1}{2} e^{-3}$ ③ e^{-3} ④ $2e^{-3}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[21] (3점) 함수 $g(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1, \\ 0, & 1 \leq t < 2, \\ 1, & t \geq 2 \end{cases}$ 에 대한 라플라스 변환이 $G(s) = \frac{A}{s} + B\frac{e^{-s}}{s} + C\frac{e^{-Ds}}{s}$ 로 주어질 때, 상수

A, B, C, D 의 곱은?

- ① 2 ② 4 ③ -2 ④ -4

[22] (2.5점) 주기가 1인 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\frac{1}{2} < x \leq 0, \\ 1, & 0 < x < \frac{1}{4}, \\ 0, & \frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$f(x)$ 를 복소 Fourier 급수 $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i2\pi nx}$ 로 나타낼 때, c_n 을 구하면? (단, $n \neq 0$)

- ① $\frac{i}{2\pi n} [(-i)^n - 1]$ ② $\frac{i}{2\pi n} [-i^n + 1]$ ③ $\frac{i}{2\pi n} [i^n + 1]$ ④ $\frac{i}{2\pi n} [(-i)^n + 1]$

[23] (3점) $x > 0$ 에서 다음 Fourier 적분이 성립하는 $A(\alpha)$ 와 $B(\alpha)$ 가 올바르게 짝지어진 것은?

$$e^{-x} \cos x = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\alpha) \cos \alpha x + B(\alpha) \sin \alpha x] d\alpha$$

- ① $A(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 2}{\alpha^4 + 4}, B(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha^4 + 4}$ ② $A(\alpha) = \frac{\alpha^2 - 2}{\alpha^4 + 4}, B(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha^4 + 4}$
 ③ $A(\alpha) = \frac{\alpha^2 - 2}{\alpha^4 + 4}, B(\alpha) = \frac{2\alpha^3}{\alpha^4 + 4}$ ④ $A(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 2}{\alpha^4 + 4}, B(\alpha) = \frac{2\alpha^3}{\alpha^4 + 4}$

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[24] (3.5점) 다음 <보기> 중 Taylor 급수와 수렴영역이 올바르게 짝지어진 것은 모두 몇 개인가?

<보기>

(가) $\frac{1}{z} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(z-1-i)^k}{(1+i)^{k+1}}, \quad |z-(1+i)| < \sqrt{2}$

(나) $\frac{1}{3-z} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z-2i)^k}{(3-2i)^{k+1}}, \quad |z-2i| < \sqrt{13}$

(다) $\frac{1+z}{1-z} = -1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(z-i)^k}{(1-i)^{k+1}}, \quad |z-i| < \sqrt{2}$

(라) $\frac{z}{1-z-z^2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{2}{\sqrt{5}-1} \right)^k - \left(\frac{-2}{\sqrt{5}+1} \right)^k \right] z^k, \quad |z| < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개

[25] (3점) $\cos^{-1}(2i)$ 를 나타내는 값이 아닌 것은?

- ① $\frac{5\pi}{2} - i \log_e(\sqrt{5}+2)$ ② $\frac{7\pi}{2} + i \log_e(\sqrt{5}-2)$
- ③ $\frac{3\pi}{2} - i \log_e(\sqrt{5}-2)$ ④ $\frac{11\pi}{2} + i \log_e(\sqrt{5}+2)$

[26] (4점) 다음 <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가? (단, $z = x+iy$ 이다.)

<보기>

(가) 주치(principal value) 로그에서 $(1+i)^{(2+i)}$ 의 실수부는 $e^{\left(\log_e 2 - \frac{\pi}{4}\right)} \cos\left(\log_e \sqrt{2} + \frac{\pi}{2}\right)$ 이다.

(나) 모든 z 에 대하여 $\sin \bar{z} = \overline{\sin z}$ 는 항상 성립한다. (단, \bar{z} 와 $\overline{\sin z}$ 는 z 와 $\sin z$ 의 켈레복소수이다.)

(다) 복소함수 $f(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$ 는 모든 z 에 대하여 해석적인 완전함수이다.

(라) 복소함수 $g(z) = \frac{\cos z - \cos 2z}{z^6}$ 는 $z=0$ 에서 차수가 4인 극(pole)을 가진다.

(마) 복소사상 $w = \frac{1}{z}$ 에 의한 $\{|z|^2 \leq 2 \operatorname{Im}(z)\}$ (단, $z \neq 0$)의 상(image)은 $\left\{ \operatorname{Im}(w) \leq -\frac{1}{2} \right\}$ 이다.

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개

2020학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[27] (3점) 복소함수 $f(z) = e^z \cos z$ 를 Maclaurin 급수 $f(z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k$ 로 전개하였을 때 $\frac{a_{20}}{a_{21}}$ 의 값은?

- ① $-21\sqrt{2}$ ② -21 ③ 21 ④ $21\sqrt{2}$

[28] (3.5점) C 를 원 $|z| = \frac{3}{4}$ 이라 할 때, $\int_C \left(\frac{\cos z}{z^3 - z^2} + \frac{e^{i\pi z}}{2z^2 - 5z + 2} \right) dz$ 를 계산하면?

(단, C 의 방향은 시계반대방향이다.)

- ① $2\pi\left(\frac{2}{3} + i\right)$ ② $2\pi\left(\frac{1}{3} + i\right)$ ③ $2\pi\left(\frac{2}{3} - i\right)$ ④ $2\pi\left(\frac{1}{3} - i\right)$

[29] (4점) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3\theta}{5 - 4\cos 2\theta} d\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{3\pi}{4}$ ② $\frac{3\pi}{8}$ ③ $\frac{3\pi}{16}$ ④ $\frac{3\pi}{32}$

[30] (3.5점) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}\pi}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$ ④ $\sqrt{2}\pi$