

**행렬의 연산 (덧셈, 뺄셈, 실수배)**

**1 ★**

두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여

행렬  $A + 2B$  의 모든 성분의 합은?

- ① 11                      ② 12                      ③ 13
- ④ 14                      ⑤ 15

**2 ★**

행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여 행렬  $B$  가

$$A - 2B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬  $B$  의 모든 성분의 합은?

- ① 1                      ② 3                      ③ 5
- ④ 7                      ⑤ 9

**3 ★**

두 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여

행렬  $A + B$  의 모든 성분의 합이 9 일 때,  $a$  의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

**4 ★**

$3A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $2A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$  를 만족

하는 행렬  $A, B$  에 대하여 행렬  $A + B$  의 각 성분의 합은?

- ① -1                      ② 0                      ③ 1
- ④ 2                      ⑤ 3

5 ★

이차정사각행렬  $A, B$  가  $A - 3B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$ ,

$2A - B = \begin{pmatrix} 13 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$  을 만족시킬 때, 행렬  $A - B$  의 모든 성분의 합을 구하시오.

6 ★★

실수  $x, y$  에 대하여  $x \odot y$  를 행렬  $\begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$  로 정의할 때, <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

—< 보기 >—

ㄱ. 임의의 실수  $a, b$  에 대하여  $a \odot b = b \odot a$  가 성립한다.

ㄴ. 임의의 실수  $a, b, c, d$  에 대하여

$$(a \odot b) + (c \odot d) = (a + c) \odot (b + d)$$

가 성립한다.

ㄷ. 임의의 실수  $a, b, k$  에 대하여

$$(ka) \odot (kb) = k(a \odot b)$$

가 성립한다.

① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

**행렬의 곱셈**

**7 ★**

두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여

행렬  $AB$  의 모든 성분의 합은?

- ① 7                      ② 8                      ③ 9
- ④ 10                     ⑤ 11

**8 ★**

두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여

$AB - A$  는?

- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$             ②  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$             ③  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- ④  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$             ⑤  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

9 ★

두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$  에 대하여

$A^2 + AB$  의 모든 성분의 합은?

- ① 5                      ② 10                      ③ 15
- ④ 20                      ⑤ 25

10 ★★

이차정사각행렬  $A$  가  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

가 성립할 때,  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$  를 만족시키는  $x, y$  에

대하여  $x + y$  의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

11 ★★

이차정사각행렬  $A$  가

$$A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 3a - c \\ 3b - d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

를 만족시킬 때,  $A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$  의 모든 성분의 합은?

(단,  $a, b, c, d$  는 상수이다.)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

12 ★★

모든 성분이 0 또는 1 인  $4 \times 1$  행렬  $X$  에 대하여

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

이라 할 때,  $m$  이 짝수이고  $n$  이 홀수가 되도록 하는 행렬  $X$  의 개수를 구하시오.

13 ★★

이차정사각행렬  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  에 대하여

$$D(X) = ad - bc$$

라 하자. 이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & p \end{pmatrix}$  에 대하여

$D(A^2) = D(5A)$  를 만족시키는 모든 상수  $p$  의 합을 구하시오.

14 ★★★

두 행렬  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여 행렬

$A_{n+1}$  을 다음과 같이 정의한다. (단,  $n$  은 자연수)

- 행렬  $A_n$  의 (1, 1) 성분이 (1, 2) 성분보다 작으면

$$A_{n+1} = A_n P$$

- 행렬  $A_n$  의 (1, 1) 성분이 (1, 2) 성분보다 작지

않으면  $A_{n+1} = -PA_n$

이때, 행렬  $A_{2025}$  의 (2, 1) 성분은?

- ① -4
- ② -2
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

15 ★★★

두 이차정사각행렬  $A, B$  의  $(i, j)$  성분을 각각  $a_{ij}, b_{ij}$  라 할 때,  $a_{ij} + a_{ji} = 0, b_{ij} - b_{ji} = 0$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2$ ) 이 성립한다. 두 행렬  $A, B$  가  $2A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$  를 만족시킬 때, 행렬  $A^2 - B$  의  $(2, 2)$  성분을 구하시오.



행렬의 곱셈의 성질

16 ★

두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} b & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여  
 $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$  이 성립하도록 하는  $a, b$   
 의 값의 곱을 구하시오.

17 ★

실수  $x, y$  에 대하여 행렬  $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ x & y \end{pmatrix}$  가  $A^2 = O$   
 를 만족할 때,  $y - x = \frac{q}{p}$  ( $p, q$  는 서로소인 자연수)  
 라고 한다.  $p + q$  의 값을 구하시오.  
 (단,  $O$  는 영행렬이다.)

18 ★

두 행렬  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  과  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  이 있다.

두 상수  $a$  와  $b$  가  $(E + 2A)^2 = aE + bA$  를 만족시킬 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8
- ④ 9                      ⑤ 10

19 ★★

두 이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여  $A + B = E$ ,  $AB = O$  일 때, 행렬  $A^2 + B^2$  을 간단히 하면?  
(단,  $E$  는 단위행렬,  $O$  는 영행렬이다.)

- ①  $E$                       ②  $A$                       ③  $B$
- ④  $BA$                       ⑤  $O$

20 ★★

이차정사각행렬  $A, B, C$  에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

< 보기 >

ㄱ.  $A^2B^2 = (AB)^2$

ㄴ.  $(AB^2)C = A(B^2C)$

ㄷ.  $AB = O$  이면  $BA = O$  이다.

ㄹ.  $A^3 = O$  이면  $A = O$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄹ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

21 ★★

이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $E$  는 단위행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

ㄴ.  $(A + E)(A^2 - A + E) = A^3 + E$

ㄷ.  $A + B = E$  이면  $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$  이다.

- ① ㄴ                      ② ㄱ, ㄴ                  ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

행렬의 거듭제곱

22 ★

이차정사각행렬  $A$  는 모든 성분의 합이 0 이고  $A^2 + A^3 = -3A - 3E$  를 만족시킨다. 행렬  $A^4 + A^5$  의 모든 성분의 합을 구하시오. (단,  $E$  는 단위행렬이다.)

23 ★

행렬  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$  가  $A^3 = O$  를 만족시킨다.

정수  $a$  의 값은? (단,  $O$  는 영행렬이다.)

- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

24 ★

행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ k & -2 \end{pmatrix}$  가  $A^3 = O$  를 만족시킬 때,

실수  $k$  의 값은? (단,  $O$  는 영행렬이다.)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

25 ★

행렬  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}^n$  의 (1, 2) 성분은  $2^4 - 2^5 + 2^6 - 2^7 + 2^8$

이고 (1, 1) 성분은  $a$  이다.  $a + n$  의 값을 구하시오.

(단,  $n$  은 자연수이다.)

**26 ★**

행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$  에 대하여 행렬  $A + A^2 + A^3 + A^4$  의 모든 성분의 합을 구하시오.

**27 ★★**

행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad A^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

일 때,  $abcd$  의 값을 구하시오.

28 ★★

이차정사각행렬  $A, B$  가

$$A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad AB + BA = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬  $(A + B)^{100}$  의 모든 성분의 합을 구하시오.

29 ★★

이차정사각행렬  $A$  가  $(A + 2E)^2 = 3(A + E)$  를 만족시킬 때,  $A^{49}$  을 간단히 하면? (단,  $E$  는 단위행렬이다.)

- ①  $A$
- ②  $-A$
- ③  $E$
- ④  $A + E$
- ⑤  $-A - E$

30 ★★

행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여

$$\frac{1}{2026} (A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2026}) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

일 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하시오.

31 ★★

행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  일 때,  $A^{62}$  은?

(단,  $O$  는 영행렬이고  $E$  는 단위행렬이다.)

- ①  $-E$
- ②  $E$
- ③  $O$
- ④  $-A$
- ⑤  $A$



**32 ★★**

영행렬이 아닌 이차정사각행렬  $A$  가 임의의 자연수  $n$  에 대하여  $A^{n+1} = A^{n+2} + A^n$  을 만족할 때,  $A^{2027}$  을 간단히 하면?

- ①  $-A^3$
- ②  $-A^2$
- ③  $A$
- ④  $A^2$
- ⑤  $A^3$

**33 ★★★**

이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여

$$A - A^2 + A^3 - A^4 + \dots + A^{1003} - A^{1004} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

일 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하시오.

(단,  $A^n = A^{n-1}A$ )

**34 ★★★**

행렬  $A = 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$  에 대하여 행렬  $A^n$  의 모든 성분의 합을  $S_n$  이라 하자. 이때,  $S_n = 3^{n+1}$  을 만족시키는 100 이하의 모든 자연수  $n$  의 값의 합을 구하시오.

**35 ★★★**

행렬  $A = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m-5 & 5 \end{pmatrix}$  에 대하여 행렬  $A^n$  의 모든 성분의 합이  $2^{49}$  이 되도록 하는 두 자연수  $m, n$  의 순서쌍  $(m, n)$  의 개수를 구하시오.

**36 ★★★**

두 이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여

$$A + B = 2E, \quad AB = E$$

이고,  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} A$  의 모든 성분의 합이 27 일 때,

$A^3$  의 모든 성분의 합을 구하시오.

**행렬 활용**

**37 ★**

어떤 건설 현장에서 10 대의 트럭으로 흙을 운반하는데  $x$  대의 트럭에는 각각 10 톤,  $y$  대의 트럭에는 각각 12 톤의 흙을 실어 모두 114 톤의 흙을 운반하려 한다. 이때,  $x$  와  $y$  의 값을 구하는 식을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 57 \end{pmatrix}$$

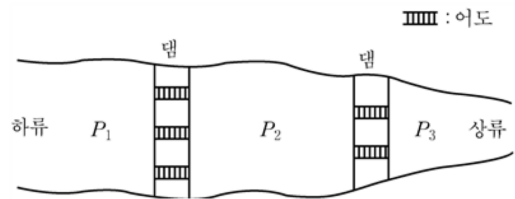
두 수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값은?

- ① -9                      ② -8                      ③ -7
- ④ -6                      ⑤ -5

**38 ★**

수량을 조절하기 위하여 그림과 같이 강에 댐 2 개를 설치하고, 물고기를 위한 통로(어도)를 상류 댐에 2 개, 하류 댐에 3 개를 설치하였다. 행렬  $A$  의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$  를 다음과 같이 정의할 때, 행렬  $A$  의 표현으로 옳은 것은?

- (가)  $i = j$  일 때,  $a_{ij} = 1$
- (나)  $i \neq j$  일 때,  $a_{ij}$  는 물고기가 수역  $P_i$  에서 수역  $P_j$  로 갈 수 있는 경로의 수



- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$                       ②  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$
- ③  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$                       ④  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
- ⑤  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

39 ★★

어느 공장에서 제품 A 를 1 개 만드는 데 강철 3 톤과 알루미늄 2 톤이 사용되고, 제품 B 를 1 개 만드는 데 강철 4 톤과 알루미늄 3 톤이 사용된다. 강철과 알루미늄의 톤당 구입 가격이 각각  $x$  원,  $y$  원 일 때, A 를 25 개, B 를 15 개 만드는 데 사용된 강철과 알루미늄의 총 구입 가격을 행렬의 곱으로 나타낸 것은?

- ①  $(15 \ 25) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ②  $(15 \ 25) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ③  $(25 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ④  $(25 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ⑤  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$

40 ★★

가정의 전력량 요금은 200 kWh 이하까지는 다음과 같은 방법으로 계산한다.

사용한 전력량 중에서 100 kWh 까지는 1 kWh 에 59 원이고, 100 kWh 를 초과한 나머지 전력량에 대해서는 1 kWh 에 122 원이다.

한 달간 사용한 전력량이  $a$  kWh ( $100 < a \leq 200$ ,  $a$  는 자연수)인 어느 가정의 전력량 요금(원)은 행렬  $\begin{pmatrix} 100 & a \\ 0 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 59 \\ 122 \end{pmatrix}$  의 모든 성분의 합과 같다.  $x$  의 값은?

- ① -100
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 100

41 ★★

다음은 지난해에 어느 회사에서 생산한 두 제품 **가**와 **나**의 제품 한 개당 제조원가와 판매 가격 및 그 해 판매량을 나타낸 표이다.

제품명 가격	<b>가</b>	<b>나</b>	판매량 제품명	상반기	하반기
	제조원가	$a_{11}$		$a_{12}$	<b>가</b>
판매 가격	$a_{21}$	$a_{22}$	<b>나</b>	$b_{21}$	$b_{22}$

위의 표를 각각 행렬  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  와  $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$  로 나타내고, 이 두 행렬의 곱  $AB$  를  $AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  라 하자. 제품 한 개당 판매 이익금을 판매 가격에서 제조원가를 뺀 값으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

— < 보기 > —

- ㄱ.  $a + b$  는 지난해 상반기에 판매된 제품의 제조원가 총액이다.
- ㄴ.  $c + d$  는 지난해 1 년 동안에 판매된 제품의 판매 총액이다.
- ㄷ.  $d - b$  는 지난해 하반기에 판매된 제품의 판매 이익금 총액이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

42 ★★

어떤 사람이 두 곳의 과수원 A, B 에서 사과와 복숭아를 재배하고 있다. <표 1>은 과수원의 작물의 그루수를 나타낸 것이고, <표 2>는 과수원의 작물 한 그루당 열매의 평균 개수를 나타낸 것이다.

	(단위 : 그루)	
	A	B
사과	$a_{11}$	$a_{12}$
복숭아	$a_{21}$	$a_{22}$

<표 1>

	(단위 : 개)	
	사과	복숭아
A	$b_{11}$	$b_{12}$
B	$b_{21}$	$b_{22}$

<표 2>

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  라 할 때, 두 과수원에서 생산된 사과의 총 개수는 **(가)** 이고, 두 과수원의 복숭아 한 그루당 열매의 평균 개수는 **(나)** 이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ①  $a, \frac{a}{p}$
- ②  $a, \frac{b}{q}$
- ③  $a, \frac{d}{q}$
- ④  $b, \frac{c}{p}$
- ⑤  $b, \frac{c}{q}$

43 ★★★

두 영양제 M, N 각각 한 알에 들어있는 칼슘 및 비타민의 양과 영양제의 가격은 표와 같다.

영양제 \ 구분	칼슘 (mg)	비타민 (mg)	가격 (원)
M	2	6	150
N	4	3	120

어떤 사람이 두 영양제 M, N 으로 칼슘 60mg, 비타민 90mg 을 섭취하려고 한다. 섭취한 영양제 M, N 이 각각  $x, y$  (알)이고, 그 때의 총 비용이  $p$  (원)일 때,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 60 \\ 90 \end{pmatrix}, \quad p = B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 성립한다.  $BA = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하시오.

44 ★★★

철수는 집에서 5 km 떨어진 학교에 갈 때, 처음  $x$  km 는 매시 4 km 의 속력으로 걸어서 가고, 나머지  $y$  km 는 매시 8 km 의 속력으로 뛰어서 간다. 그리고 학교에서 집으로 올 때는 처음  $y$  km 는 매시 4 km 의 속력으로 걸어서 오고, 나머지  $x$  km 는 매시 8 km 의 속력으로 뛰어서 온다. 철수가 학교에서 집으로 올 때 걸리는 시간은 집에서 학교로 갈 때 걸리는 시간보다 15 분이 더 걸린다고 한다. 이를 만족하는  $x, y$  에 대하여 등식  $\begin{pmatrix} 1 & p \\ 1 & q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  가 성립할 때,  $p - q$  의 값은? (단,  $p, q$  는 상수이다.)

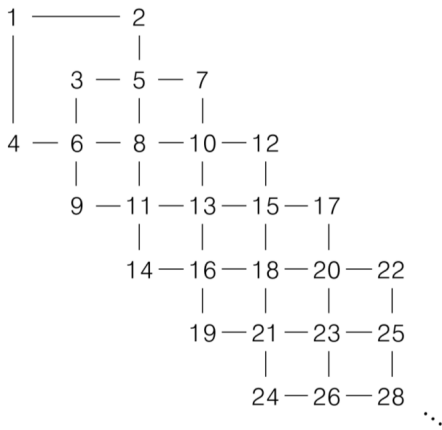
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

45 ★★★

그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형들을 한 번의 길이가 1 인 정사각형이 만들어지도록 겹치게 그리고, 교점과 꼭짓점에 자연수를 규칙적으로 적었다. 이때, 한 변의 길이가 2 인 각 정사각형의 네 꼭짓점에 적힌 자연수를 성분으로 하는 이차정사각행렬을 성분의 합이 작은 것부터 차례로  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$  이라 하자. 예를 들면,

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$$

이다. 행렬  $A_{10}$  의 모든 성분의 합을 구하시오.



46 ★★★

어떤 회사에서 새로 추진하려는 사업에 대하여 전체 사원을 대상으로 세 차례에 걸쳐 찬반 의견을 조사하였다. 1 차 조사결과 찬성이 60%, 반대가 40%였다. 아래 표는 사업 설명회 이후 2 차 조사결과 1 차 조사와 달리 찬반 의견을 바꾼 비율과 사원 토론회 이후 3 차 조사 결과 2 차 조사와 달리 찬반 의견을 바꾼 비율을 각각 나타낸 것이다.

변화 조사	직전조사에서 찬성한 사원 중 반대로 의견을 바꾼 비율	직전조사에서 반대한 사원 중 찬성으로 의견을 바꾼 비율
2차 조사 결과	20 %	30 %
3차 조사 결과	10 %	40 %

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

일 때, 3 차 조사 결과 전체 사원 중에서 찬성하는 사원들의 비율을 나타내는 것은? (단, 기권한 사원은 없다.)

- ①  $ABC$  의 (1, 1) 성분
- ②  $ABC$  의 (1, 2) 성분
- ③  $ACB$  의 (1, 1) 성분
- ④  $ACB$  의 (1, 2) 성분
- ⑤  $AB^2$  의 (1, 1) 성분



47 ★★★

복소수  $z = a + bi$  에 ( $a, b$  는 실수)에 대하여 행렬  $M(z)$  를

$$M(z) = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

로 정의하자. 예를 들어,  $z = 3 + 4i$  에 대하여  $M(z) \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  이다. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$  는 단위행렬이고,  $i = \sqrt{-1}$  이다.)

—< 보기 >—

- ㄱ. 두 복소수  $z_1, z_2$  에 대하여  $M(z_1 + z_2) = M(z_1) + M(z_2)$  이다.
- ㄴ. 두 복소수  $z_1, z_2$  에 대하여  $M(z_1 z_2) = M(z_1)M(z_2)$  이다.
- ㄷ.  $\{M(z)\}^3 = E$  인 허수  $z$  가 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**행렬 진위형**

**48 ★★**

행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  에 대하여  $f(A) = a + d$  로 정의한다. 예를 들면,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  라고 할 때,  $f(A) = 5$  이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $A, B$  는 이차정사각행렬이고  $k$  는 상수이다.)

— < 보기 > —

ㄱ.  $f(kA) = kf(A)$

ㄴ.  $f(AB) = f(BA)$

ㄷ.  $f(A + B) = f(A) + f(B)$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**49 ★**

이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단,  $E$  는 단위행렬이다.)

— < 보기 > —

ㄱ.  $A^5 = A^7 = E$  이면  $A = E$  이다.

ㄴ.  $(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$

ㄷ.  $(kA)B = A(kB) = k(AB)$  (단,  $k$  는 실수)

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

50 ★★

행렬  $A, B$  에 대하여 연산  $\odot$  을  $A \odot B = AB - BA$  로 정의할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, 행렬  $A, B, C$  는 이차정사각행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A \odot B = B \odot A$

ㄴ.  $3A \odot 2B = 6(A \odot B)$

ㄷ.  $(A - B) \odot C = (A \odot C) - (B \odot C)$

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51 ★★

두 이차정사각행렬  $A$  와  $B$  에 대하여 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $E$  는 단위행렬이고,  $O$  는 영행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A^2B = O$  이면  $AB = O$  이다.

ㄴ.  $A^2 + B = A + B$  이면  $A^2B = AB$  이다.

ㄷ.  $(A + E)(A - E) = E$  이면  $A^2B = BA^2$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

52 ★★

두 이차정사각행렬  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여

$$A_{n+1} = A_n B \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보기 >

ㄱ.  $A_2 = A_5$

ㄴ.  $A_{2n+2} = A_{2n} A_{2n+2}$

ㄷ.  $A_{2n+1} = A_{2n} A_{2n+1}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

53 ★★

다음 세 조건을 만족시키는 영행렬이 아닌 모든 이차 정사각행렬  $A, B$  에 대하여  $B^3 + 2BA^3$  과 항상 같은 행렬은? (단,  $E$  는 단위행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $AB = BA$

ㄴ.  $(E - B)^2 = E - B$

ㄷ.  $AB = -B$

- ①  $2A$                       ②  $-A$                       ③  $E$   
 ④  $2B$                       ⑤  $-B$

54 ★★

이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $E$  는 단위행렬이고  $O$  는 영행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A + B = E$  이면  $A^2 - B^2 = A - B$  이다.

ㄴ.  $A^2 = 2A$  이면  $A = O$  또는  $A = 2E$  이다.

ㄷ.  $AB = A$  이고  $BA = B$  이면  $AB = BA$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

55 ★★

집합  $X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid x \text{ 는 실수} \right\}$  에 대하여

$A \in X, B \in X$  일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보기 >

ㄱ.  $AB \in X$

ㄴ.  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

ㄷ.  $(A + B)^2 = 4AB$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

56 ★★

두 실수  $a, b$  에 대하여 행렬  $A$  를  $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$  는 단위행렬이고,  $O$  는 영행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A^2 = O$  이면  $A = O$  이다.

ㄴ.  $A^2 + E = O$  를 만족시키는 행렬  $A$  의 개수는 2 이다.

ㄷ.  $A^2 - A = O$  를 만족시키는 행렬  $A$  의 개수는 2 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

57 ★★★

이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여 등식

$$A + B = 3E, \quad AB = 4B$$

가 성립할 때, 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단,  $E$  는 단위행렬이고  $O$  는 영행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A = 4E$

ㄴ.  $B^2 + B = O$

ㄷ.  $A^2 - B^2 = 3(A - B)$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

58 ★★★

이차정사각행렬 전체의 집합  $U$  에 대하여 집합

$$X = \{A \mid A^2 = A, A \in U\}$$

일 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?  
(단,  $E$  는 단위행렬이고,  $n$  은 자연수이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A \in X$  이면  $A^n \in X$  이다.

ㄴ.  $A \in X$  이면  $(E - A)^n \in X$  이다.

ㄷ.  $A \in X, B \in X$  이면  $AB \in X$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

59 ★★★

집합  $P$  를

$$P = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$  는 단위행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ. 집합  $\{X \mid x^2 = E, X \in P\}$  의 원소의 개수는 2 이다.

ㄴ.  $X \in P$  이면  $X^3 = X$  이다.

ㄷ. 집합  $P$  는 곱셈에 대하여 닫혀 있다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                  ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

60 ★★★

행렬  $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  에 대하여 집합  $S$  가

$$S = \{A \mid A \text{는 이차정사각행렬이고, } PAP = A\}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $O$  는 영행렬이다.)

—< 보기 >—

- ㄱ.  $P \in S$
- ㄴ.  $A \in S$  이고  $B \in S$  이면  $AB \in S$  이다.
- ㄷ.  $A \in S$  이고  $A^2 = O$  이면  $A = O$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

61 ★★★

집합  $S$  가

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

—< 보기 >—

- ㄱ. 집합  $S$  에 속하는 서로 다른 두 행렬  $A, B$  에 대하여 행렬  $A + B$  의 성분은 모두 짝수이다.
- ㄴ. 집합  $S$  에 속하는 행렬 중에서 중복을 허락하여  $m$  개의 행렬  $A_1, A_2, \dots, A_m$  을 선택하였을 때,  $A_1 + A_2 + \dots + A_m = \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$  가 되도록 하는  $m$  이 존재한다.
- ㄷ. 집합  $S$  에 속하는 행렬 중에서 중복을 허락하여  $n$  개의 행렬  $A_1, A_2, \dots, A_n$  을 선택하였을 때, 행렬  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} + A_1 + A_2 + \dots + A_n$  의 성분이 모두 짝수가 되도록 하는  $n$  의 최솟값은 4 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



62 ★★★

이차정사각행렬  $M$  에 대하여  $d(M)$  을

$M^n = E$  인 자연수  $n$  이 존재하면  $n$  의 최솟값,

$M^n = E$  인 자연수  $n$  이 존재하지 않으면 0

이라 하자. 예를 들어,

$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  이면  $P^2 = E$  이므로  $d(P) = 2$ ,

$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  이면  $Q^n = E$  인 자연수  $n$  이 존재하지

않으므로  $d(Q) = 0$  이다. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $A, B$  는 이차정사각행렬이고,  $E$  는 단위행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  이면  $d(A) = 3$  이다.

ㄴ.  $A$  의 역행렬이 존재하면  $d(A) \neq 0$  이다.

ㄷ.  $AB = BA$  이고  $d(A) = 2, d(B) = 3$  이면  $d(AB) = 6$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

63 ★★★

이차정사각행렬  $A, B$  에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단,  $O$  는 영행렬이고,  $E$  는 단위행렬이다.)

< 보기 >

ㄱ.  $(A + B)^2 = (A - B)^2$  이면  $AB = O$  이다.

ㄴ.  $A^2 = E, B^2 = B$  이면  $(ABA)^2 = ABA$  이다.

ㄷ.  $A(A + E) = E, AB = -E$  이면  $B^2 = A + 2E$  이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                      ⑤ ㄴ, ㄷ

64 ★★★

실수  $x, y, z, w$  에 대하여 집합  $M$  을

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \mid x < y < z < w \right\}$$

라 하자.  $X \in M$  인  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  에 대하여 네 점  $(a, b), (c, d), (a, c), (b, d)$  를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를  $S(X)$  라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보기 >

ㄱ.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  일 때,  $S(A) = \frac{3}{2}$  이다.

ㄴ.  $A \in M$  이면  $S(kA) = k^S(A)$   
(단,  $k$  는 양의 실수)

ㄷ.  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여  $A \in M$  이면  
 $S(A + mB) = S(A)$  (단,  $m$  은 실수)

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

정답 및 해설

1. ③ <https://youtu.be/LET8JJkppPs?t=0>
2. ① <https://youtu.be/LET8JJkppPs?t=50>
3. ① <https://youtu.be/LET8JJkppPs?t=154>
4. ② <https://youtu.be/LET8JJkppPs?t=207>
5. 16 <https://youtu.be/LET8JJkppPs?t=341>
6. ⑤ <https://youtu.be/LET8JJkppPs?t=517>
7. ③ <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=0>
8. ① <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=48>
9. ④ <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=189>
10. ⑤ <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=385>
11. ③ <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=500>
12. 4 <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=655>
13. 25 <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=834>
14. ⑤ <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=980>
15. 3 <https://youtu.be/zBop66KFYsI?t=1412>
16. 2 <https://youtu.be/nSyEKFwbzJM?t=0>
17. 17 <https://youtu.be/nSyEKFwbzJM?t=166>
18. ④ <https://youtu.be/nSyEKFwbzJM?t=341>
19. ① <https://youtu.be/nSyEKFwbzJM?t=529>
20. ② <https://youtu.be/nSyEKFwbzJM?t=816>
21. ③ <https://youtu.be/nSyEKFwbzJM?t=998>
22. 18 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=0>
23. ④ <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=143>
24. ④ <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=291>
25. 37 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=635>
26. 24 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=1040>
27. 30 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=1196>
28. 52 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=1389>
29. ① <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=1715>
30. 2 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=1962>
31. ① <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=2129>
32. ② <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=2298>
33. 502 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=2533>
34. 800 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=2745>
35. 10 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=3280>
36. 23 <https://youtu.be/qnCp2wopk48?t=3634>

37. ④  
38. ①  
39. ③  
40. ①  
41. ④  
42. ③  
43. 35  
44. ②  
45. 192  
46. ①  
47. ⑤  
48. ⑤  
49. ⑤  
50. ④  
51. ④  
52. ④  
53. ⑤  
54. ①  
55. ⑤  
56. ⑤  
57. ④  
58. ③  
59. ②  
60. ⑤  
61. ④  
62. ③  
63. ⑤  
64. ⑤