

# 2019학년도 자연계열 모의논술고사

## 1. 모의논술고사 문제지(자연계열)

※ 시험 시간: 100분, 답안 분량: 지정된 답안지 양식 내 작성

〈문제 1〉  $a < b < c$ 를 만족하는 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $P = a - b, Q = b - c, R = c - a$ 로 나타낼 때, 다음 물음에 대하여 답하시오. [총 25점]

(1) 함수  $f(x) = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ 의 최솟값을 상수  $P, Q, R$  중 한 문자만을 이용한 식으로 나타내시오. [8점]

(2) 함수  $g(x) = (x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2$ 의 최솟값을 상수  $P, Q, R$ 을 이용한 식으로 나타내시오. [7점]

(3)  $a \leq x \leq c$ 인 범위에서 함수  $h(x) = (x - a)^3 + (x - b)^3 + (x - c)^3$ 의 최솟값을 상수  $P, Q, R$ 을 이용한 식으로 나타내시오. [10점]

〈문제 2〉 평면 위의 두 정점으로부터의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 정점을 쌍곡선의 초점, 두 초점을 이은 선분의 중점을 쌍곡선의 중심이라고 한다. 초점이  $x$ 축 위에 있고, 원점을 중심으로 하는 쌍곡선의 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0)$$

여기에서  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이라 할 때, 이 쌍곡선의 초점의 좌표는  $(-c, 0), (c, 0)$ 이다. 그리고 이때 쌍곡선 위의 점  $(x, y)$ 에서 두 초점까지의 거리의 차는  $2a$ 이다.

평면 위의 한 점에서 전파신호를 내보내면 일정한 속도로 동심원을 이루며 퍼져나간다. 평면 위의 두 점  $A, B$ 에서 동시에 같은 전파신호를 내보냈을 때, 두 신호를 수신한 시간차가 일정한 점들의 집합은 쌍곡선을 이루며, 이 쌍곡선의 초점은 점  $A, B$ 이다.

전파신호를 발사하는  $A$ 기지와  $B$ 기지가 직선 해안선을 따라 240 km 떨어져 있고, 전파의 속도는 200,000 km/s 라고 하자. 좌표평면에서 해안선을  $x$ 축, 두 기지의 위치를  $A(-120, 0), B(120, 0)$ , 바다를 집합  $\{(x, y) \mid y > 0\}$ 으로 나타내고, 두 기지에서 동시에 전파신호를 내보냈다고 할 때, 다음 물음에 답하시오. [총 15점]

(1) 어느 배에서  $A$ 기지에서부터의 신호가  $B$ 기지에서부터의 신호보다 0.0005 초 늦게 수신되었다면, 이 배가 두 점  $A, B$ 를 초점으로 하는 쌍곡선 모양의 항로를 따라가서 해안에 닿는 지점의  $x$ 좌표를 구하시오. [5점]

(2)  $A$ 기지와  $B$ 기지 사이의 중점에서  $20\sqrt{70}$  km 떨어져 있는 어느 배에서  $A$ 기지에서부터의 신호가  $B$ 기지에서부터의 신호보다 0.001 초 빨리 수신되었을 때, 이 배의 위치의  $x$ 좌표를 구하시오. [10점]

〈문제 3〉 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 가 시간  $t = 0$ 일 때 원점  $O$ 를 속도  $v_0 = 2$ 로 지나서, 가속도  $a(t) = -e^t$ 로 변화하고 있다. [총 15점]

(1) 점  $P$ 가 양의 방향으로 가장 멀리 도달한 위치를 구하시오. [8점]

(2) 점  $P$ 가 시각  $t = 0$ 부터 시각  $t = 2$ 까지 움직인 거리를 구하시오. [7점]

〈문제 4〉 단백질의 구성단위는 아미노산이다. 이들 아미노산들은 펩타이드 결합을 통해 긴 사슬 모양의 1차 단백질 구조를 이루게 된다. 결국 단백질의 종류는 아미노산의 종류, 수, 배열 순서에 의해 결정된다. 일반적인 아미노산의 형태는 좌우가 비대칭이기 때문에 종류가  $n$ 가지인 아미노산  $m$ 개로 만들 수 있는 단백질 종류의 수는  $n^m$ 가 지가 된다. 예를 들어 A, B, C 세 종류의 아미노산 두 개로 만들 수 있는 단백질 종류는 AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC으로  $9(=3^2)$ 가지이다. [총 15점]

(1) A, B, C, D 네 종류의 아미노산 5개로 이루어진 단백질들 중에서 아미노산 A를 두 개 이상 포함한 종류의 수를 구하시오. [7점]

(2) E, F, G 세 종류의 아미노산이 각각 2개씩 있다. 이들 총 6개의 아미노산 중에서 5개를 골라 만들 수 있는 단백질 종류의 수를 구하시오. [8점]

## 2. 출제의도 및 문제해설

### 가. 출제의 방향

이번 자연계 논술 시험은 수험생의 학업 부담을 경감시키고자 수학 문제로만 구성하여, 고등학교 수학의 기초 원리를 이해하고 응용할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 고등학생들이 큰 어려움 없이 이해할 수 있는 수리적 문제 상황을 만들고, 논리적인 사고를 따르면 쉽게 해결할 수 있는 세부 문제로 구성하였다. 개별적인 교과지식의 반복 학습과 암기를 통해 습득된 지식을 묻는 것을 지양하고, 수학적 원리에 대한 이해를 기초로 수리적 현상을 논리적으로 기술할 수 있는지를 평가하였다. 그리고 평가의 객관성을 위해 채점의 기준을 최대한 객관화할 수 있는 문제를 출제하였다.

### 나. 문항별 출제의도

[문제 1(1)] 절댓값을 포함한 일차부등식을 이해하여 함수의 최솟값을 구하는 문제를 해결할 수 있는지 평가

[문제 1(2)] 이차함수의 최대, 최소를 이해하고 활용할 수 있는지 평가

[문제 1(3)] 다항함수의 미분법을 이해하고, 도함수를 활용하여 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 논리적으로 판정할 수 있는지 평가

[문제 2(1)] 쌍곡선의 뜻을 알고, 이를 실제 상황에 적용할 수 있는지 평가

[문제 2(2)] 주어진 상황을 쌍곡선과 원의 개념을 적용하여 이해하고, 이들 이차곡선의 식을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가

[문제 3(1)] 주어진 가속도로부터 정적분을 통해 속도와 위치를 구한 후 속도가 위치의 도함수라는 관계를 이용하여 위치의 극댓값을 구할 수 있는지 평가

[문제 3(2)] 움직인 거리가 속도의 절댓값을 정적분하여 구한다는 것을 이해하고, 실제 구간별로 부호가 바뀌는 속도를 주어진 구간에 대해 정적분 할 수 있는지 평가

[문제 4(1)] 중복순열과 조합을 응용하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가

[문제 4(2)] 중복순열을 새롭게 응용하여 적용하는 상황에서 경우의 수를 구할 수 있는지 평가