단국대학교 2024학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제 (오전)

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교
DANKOOK UNIVERSITY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 함수 $y=f(x)$에서 평균변화율의 극한값 $$\lim_{\Delta x \to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$$ 가 존재하면 $y=f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.
(나) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속, $f(x) \geq 0$이고, $f(a)=f(b)=0$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $$S=\int_a^b f(x)\,dx$$
(다) 함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \leq f(a)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대, 그 때의 함숫값 $f(a)$를 극댓값이라고 하고, $f(x) \geq f(a)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소, 그 때의 함숫값 $f(a)$를 극솟값이라고 하며, 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라고 한다.

$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$일 때 함수 $f(x)$를

$$f(x)=||\tan x|-1|$$

이라 하고, 삼차함수 $p(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(1) 함수 $g(x)=f(x)p(x)$는 구간 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$에서 미분가능하다.
(2) 함수 $h(x)=\lvert\tan x+p(x)\rvert$는 $x=0$에서 미분가능하다.

[논제 1] 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. (15점)

[논제 2] 삼차함수 $p(x)$를 구하시오. (20점)

[논제 3] 구간 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$에서 다음 조건을 만족시키는 상수 a의 개수를 구하시오. (20점)

함수 $h(x)$는 $x=a$에서 극값을 갖는다.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린구간 (a,b)에서 미분가능할 때, • (a,b)에서 $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 $[a,b]$에서 증가, • (a,b)에서 $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 $[a,b]$에서 감소 한다.
(나) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 • $f''(x)>0$이면 곡선 $y=f(x)$는 그 구간에서 아래로 볼록 • $f''(x)<0$이면 곡선 $y=f(x)$는 그 구간에서 위로 볼록 하다.
(다) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 합성함수 $h(x)=(f\circ g)(x)=f(g(x))$에 대해서 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재할 때 $g(x)=(f^{-1}\circ h)(x)$이다.
(라) 미분가능한 함수 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$를 포함하는 열린구간에서 연속이고, 함수 $f(x)$가 $g(a)$와 $g(b)$를 양 끝으로 하는 열린구간에서 연속일 때 $\int_a^b (f\circ g)(x)\,g'(x)dx=\int_{g(a)}^{g(b)} f(t)\,dt$ ·························· $(\star)$ $\alpha(x)=\int_a^x (f\circ g)(t)\,g'(t)\,dt$, $\beta(x)=\int_{g(a)}^x f(t)\,dt$ 라 할 때, 식 $(\star)$은 $\alpha(b)=(\beta\circ g)(b)$ 와 같다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ 에 대하여

$$\alpha(x)=\int_0^x \sqrt{f(t)}\,dt$$

이고, $-1<x<1$일 때

$$\beta(x)=\int_c^x \frac{2}{1-t^2}dt,\quad c=\sqrt{f(0)}=\sqrt{\frac{1}{2}}$$

[논제 1] 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(-k,0)$, $\mathrm{B}(k,0)$, $\mathrm{C}(k,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 세 변과 곡선 $y=f(x)$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 상수 k의 범위를 구하시오. (단, $k>0$) (20점)

[논제 2] 제시문 (라)를 참조하여, $(\beta^{-1}\circ\alpha)(\ln 2)$의 값을 구하시오. (25점)