



# 2017학년도 경찰대학 1차시험 (수 학)

※ 총 4쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 다음을 만족시키는 정수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는? [3점]  
 $\log a = 3 - \log(a+b)$

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 32

2. 좌표평면에 세 점  $O(0,0), A(1,0), B(0,1)$ 와 선분  $AB$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $OAP$ 의 무게중심을  $G$ 라 하자.  
 $\triangle OAG = \frac{1}{4}\triangle OAB$ 일 때, 점  $P$ 의  $x$ 좌표는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $\frac{1}{12}$

3. 한 개의 주사위를 72번 던질 때, 3의 배수의 눈이 30번 이상 36번 이하로 나올 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 0.0215      ② 0.0655      ③ 0.1359      ④ 0.1525      ⑤ 0.1574

4. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 하고 복소수  $z$ 를  $z = a + 2bi$ 라 할 때,  $z + \frac{z}{i}$ 가 실수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{12}$       ④  $\frac{1}{15}$       ⑤  $\frac{1}{18}$

5. 양수  $k$ 에 대하여

$$A = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq kx, x + y \leq k\}$$

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + (y - k)^2 \leq k^2\}$$

이라 하자.  $A \cup B = B$ 를 만족시키는  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $2 - \sqrt{3}$       ②  $\sqrt{2} - 1$       ③  $\sqrt{3} - 1$       ④  $1 + \sqrt{2}$       ⑤  $1 + \sqrt{3}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{\sqrt{x^2 + b} - \sqrt{c^2 + b}} & (x \neq c) \\ 4c & (x = c) \end{cases}$$

가  $x = c$ 에서 연속이 되도록 하는 실수  $a, b, c$ 에 대하여,  $a + b + c$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 0      ②  $-\frac{1}{8}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤ -1

7. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $C = \{a, b, c\}$ 에 대하여 두 함수  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$ 의 합성함수  $g \circ f: A \rightarrow C$ 가 역함수를 갖도록 하는 순서쌍  $(f, g)$ 의 개수는? [4점]

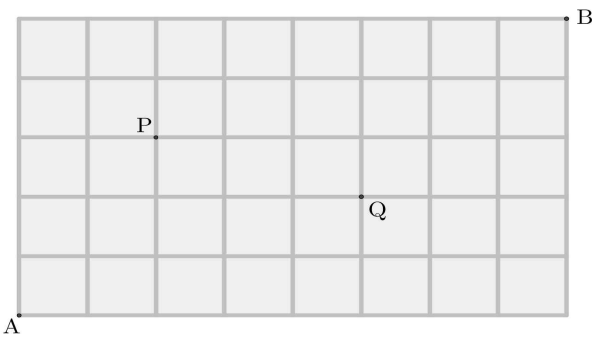
- ① 108      ② 144      ③ 216      ④ 432      ⑤ 864

8. 1부터 1000까지의 자연수가 하나씩 적힌 카드 1000장 중에서 한 장을 뽑을 때, 적힌 수가 다음 세 조건을 만족하는 경우의 수는? [4점]

- (가) 적힌 수는 홀수이다.  
 (나) 각 자리의 수의 합은 3의 배수가 아니다.  
 (다) 적힌 수는 5의 배수가 아니다.

- ① 256      ② 266      ③ 276      ④ 286      ⑤ 296

9. 아래 그림은 어느 도시의 도로를 선으로 나타낸 것이다. 교차로 P에서는 좌회전을 할 수 없고, 교차로 Q는 공사 중이어서 지나갈 수 없다고 한다. A를 출발하여 B에 도달하는 최단경로의 개수는? [4점]



- ① 818      ② 825      ③ 832      ④ 839      ⑤ 846

10. 좌표평면에서 직선  $y = nx$  ( $n$ 은 자연수)와 원  $x^2 + y^2 = 1$ 이 만나는 점을  $A_n, B_n$ 이라 하자. 원점  $O$ 와  $A_n$ 의 중점을  $P_n$ 이라 하고,  $\overline{A_n P_n} = \overline{B_n Q_n}$ 을 만족시키는 직선  $y = nx$  위의 점을  $Q_n$ 이라 하자. (단,  $Q_n$ 은 원 외부에 있다.) 점  $Q_n$ 의 좌표를  $(a_n, b_n)$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} |na_n + b_n|$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t| dt$$

로 정의하자. 다음 조건을 만족시키는 이차함수  $f$  중에서  $f(1)$ 의 최솟값은? [4점]

$g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 함수  $f(x) = x + (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 에 대하여  $\{f(x)\}^2 - x^2 f(x)$ 를  $f(x) - x$ 로 나눈 나머지를  $r(x)$ 라 하자. 함수  $y = r(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{5}{12}$       ④  $\frac{3}{16}$       ⑤  $\frac{4}{27}$

13. 서로 다른 6개의 물건을 남김없이 서로 다른 3개의 상자에 임의로 분배할 때, 빈 상자가 없도록 분배할 확률은? [4점]

- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{19}{27}$       ③  $\frac{20}{27}$       ④  $\frac{7}{9}$       ⑤  $\frac{22}{27}$

14. 두 곡선  $y=2x^2+6$ ,  $y=-x^2$ 에 모두 접하고 기울기가 양수인 직선  $l$ 이 있다. 직선  $l$ 과 곡선  $y=2x^2+6$ 의 접점을 P, 직선  $l$ 과 곡선  $y=-x^2$ 의 접점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? [4점]

- ①  $2\sqrt{31}$     ②  $8\sqrt{2}$     ③ 12    ④  $5\sqrt{6}$     ⑤  $3\sqrt{17}$

15. 방정식  $|x^2-2x-6|=|x-k|+2$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

16. 좌표평면에서 원  $x^2+y^2=1$ 과 직선  $y=-\frac{1}{2}$ 이 만나는 점을 A, B라 하자. 점  $P(0, t)$  ( $t \neq -\frac{1}{2}$ )에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 C의 개수를  $f(t)$ 라 하자.

(가) C는 A나 B가 아닌 원 위의 점이다.  
 (나) A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 A, B, P를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이와 같다.

$f(a) + \lim_{t \rightarrow a^-} f(t) = 5$ 이고  $\lim_{t \rightarrow 0^-} f(t) = b$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

[4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

17.  $a_1 = \frac{9}{8}$ 이고 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{9}{8} \left( \frac{9}{8} + 9 \right) \left( \frac{9}{8} + 9 + 9^2 \right) \cdots \left( \frac{9}{8} + 9 + 9^2 + \cdots + 9^n \right)$$

이라 하자.  $\sum_{k=1}^{10} \frac{\log a_k}{k} = \log A$ 일 때,  $A$ 의 값은? [5점]

- ①  $\frac{3^{65}}{2^{30}}$     ②  $\frac{3^{60}}{2^{25}}$     ③  $\frac{2^{65}}{3^{30}}$     ④  $\frac{2^{60}}{3^{25}}$     ⑤  $\frac{3^{60}}{2^{30}}$

18. 실수  $x, y$ 에 대하여

$$\sqrt{4+y^2} + \sqrt{x^2+y^2-4x-4y+8} + \sqrt{x^2-10x+29}$$

의 최솟값은? [5점]

- ①  $\sqrt{29}$     ②  $\sqrt{33}$     ③  $\sqrt{37}$     ④  $\sqrt{41}$     ⑤  $3\sqrt{5}$

19. 함수  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x + 1$ 과 이차함수  $g(x)$ 는 어떤 실수  $\alpha$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(\alpha) = g(\alpha)$ ,  $f'(\alpha) = g'(\alpha)$   
 (나)  $f(\alpha+1) = g(\alpha+1)$ ,  $f'(\alpha+1) = g'(\alpha+1)$

두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y=g(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_2$ 라 할 때,  $\frac{S_2}{S_1}$ 의 값은? [5점]

- ① 20    ② 25    ③ 30    ④ 35    ⑤ 40

20. 두 수  $a, b$ 가

$$a = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{2k(2k-1)}$$

$$b = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{(100+k)(201-k)}$$

일 때,  $\left[\frac{a}{b}\right]$ 의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [5점]

- ① 150      ② 152      ③ 154      ④ 156      ⑤ 158

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21.  $60^a = 5$ ,  $60^b = 6$ 일 때,  $12^{\frac{2a+b}{1-a}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 실수  $x, y, z$ 가

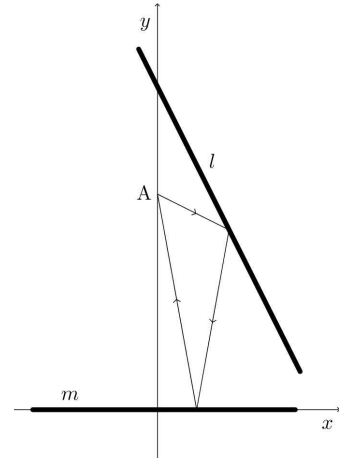
$$x + y + z = 5, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 15, \quad xyz = -3$$

을 만족시킬 때,  $x^5 + y^5 + z^5$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 다음 조건을 만족시키며 6일 동안 친구  $A, B, C$ 를 초대하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 매일  $A, B, C$  중 1명을 초대한다.  
 (나) 어떤 친구도 3번 넘게 초대하지 않는다.

24. 좌표평면에서 직선  $2x + y = k (k > 0)$ 를 따라 거울  $l$ ,  $x$ 축을 따라 거울  $m$ 이 놓여 있다. 점  $A(0,1)$ 에서 거울  $l$ 을 향해 쏜 빛은  $l$ 과  $m$ 에 차례로 반사되어 점  $A$ 로 되돌아 왔다. 빛이 이동한 거리가  $\sqrt{5}$ 일 때,  $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 정수  $d$ 는 다음 조건을 만족시키는 등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차이다.

(가)  $a_1 = -2016$

(나)  $\sum_{k=n}^{2n} a_k = 0$ 인 자연수  $n$ 이 존재한다.

모든  $d$ 의 합을  $k$ 라 할 때,  $k$ 를 1000으로 나눈 나머지를 구하시오. [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.