193 분수방정식과 무리방정식의 해법

(1) 분수방정식의 풀이
① 분모의 최소공배수를 양변에 곱하여 정방정식으로 고친 다음 정방정식을 푼다.
② 정방정식의 근 중에서 무연근을 버리고 처음 방정식의 분모를 0으로 하지 않는 것만을 근으로 취한다.

(2) 무리방정식의 풀이
① 적당히 이항하고 양변을 제곱하여 정방정식으로 고친 다음 정방정식을 푼다.
② 정방정식의 근 중에서 무연근이 아닌 것을 택한다.

194 고차부등식의 해법

(1) 모든 항을 좌변으로 이항해서

$f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $f(x)\ge 0$ 또는 $f(x)\le 0$ 의 꼴로 고친다.

이 때, $f(x)$ 의 최고차 항의 계수는 양이 되도록 한다.

(2) 계수가 실수인 범위에서 $f(x)$ 를 인수분해 한다.

(3) $y=f(x)$ 의 그래프를 그린다.

(4) $f(x)>0$ 은 그래프가 x축의 위쪽에, $f(x)<0$ 은 그래프가 x축의 아래쪽에 있는 x의 범위이다.

195 분수부등식의 해법

(1) 부등식을 이항하고 통분하여

$$\frac{f(x)}{g(x)}>0,\ \frac{f(x)}{g(x)}<0,\ \frac{f(x)}{g(x)}\ge 0,\ \frac{f(x)}{g(x)}\le 0$$

의 꼴로 정리한다.

(2) 동치관계를 써서 분모를 없앤 정부등식으로 고쳐 푼다.

$$\frac{f(x)}{g(x)}>0 \Leftrightarrow f(x)g(x)>0$$
$$\frac{f(x)}{g(x)}<0 \Leftrightarrow f(x)g(x)<0$$

⬅ 분수부등식에서는 분모를 0으로 하는 값은 제외한다.

196 무리부등식 $A>\sqrt{B}$ 의 해법

(1) $B\ge 0$ 이고 $A>0$ 을 동시에 만족하는 범위를 구한다.

(2) 양변을 제곱하여 $A^2>B$ 의 범위를 구한다.

(3) 위의 범위의 공통부분이 구하는 답이다.

197 무리부등식 $A<\sqrt{B}$ 의 해법

(1) $B>0$, $A\ge 0$, $A^2<B$ 이고 $A>0$ 을 동시에 만족하는 범위를 구한다.

(2) $B^2\ge 0$, $A<0$ 의 범위를 구한다.

(3) 위의 범위를 합한 범위가 구하는 답이다.

198 일차변환

좌표평면 위의 점 $P(x,y)$를 점 $P'(x',y')$으로 옮기는 변환

$$f:\ (x,y)\to(x',y')$$

에서 대응하는 점의 사이에

$$\begin{cases} x'=ax+by \\ y'=cx+dy \end{cases} \text{(단, } a,b,c,d \text{ 는 상수)}$$

와 같이 상수항이 없는 일차식으로 표시될 때 변환 f를 일차변환이라 하고, 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$로 나타낸다.

199 일차변환의 성질

일차변환 f와 임의의 두 점 P, Q에 대하여

$$f(kP+lQ)=kf(P)+lf(Q) \text{ (단, } k, l \text{은 실수)}$$

200 여러 가지 일차변환

(1) 닮음 변환 : $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$

(2) 대칭변환

대칭이동	x축	y축	원점	$y=x$	$y=-x$
변환의 행렬	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(3) 회전변환 : 원점을 중심으로 θ 만큼 회전이동 시킨 변환

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

201 합성변환과 역변환

일차변환 f, g의 행렬이 각각 A, B일 때, 합성변환 $g\circ f$ 와 역변환 f^{-1}의 행렬은 각각 BA, A^{-1}이다.

202 일차변환에 의한 좌표평면의 상

일차변환 f를 나타내는 행렬을 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$라고 할 때

(1) $A=0$ 이면 좌표평면 위의 모든 점은 원점 $(0,0)$ 으로 옮겨진다.

(2) $A\neq 0$ 이고 $ad-bc=0$ 이면 좌표평면 위의 모든 점은 원점을 지나는 하나의 직선으로 옮겨진다.

(3) $A\neq 0$ 이고 $ad-bc\neq 0$ 이면 좌표평면은 좌표평면으로 옮겨진다.

203 일차변환에 의한 직선의 상

(1) $A=0$ 이면 일차변환 f는 직선을 원점에 옮긴다.

(2) $A\neq 0$ 이고 $ad-bc=0$ 이면 일차변환 f는 직선을 점 또는 원점을 지나는 직선으로 옮긴다.

(3) $A\neq 0$ 이고 $ad-bc\neq 0$ 이면 일차변환 f는 직선을 직선에 옮긴다.

204 좌표축의 회전과 일차변환

원점 O 둘레로 좌표축 $O-xy$를 각 θ만큼 회전시켜 옮겨진 새로운 좌표축을 $O-XY$라고 하면 다음이 성립 한다.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

205 포물선의 방정식

포물선의 정의 : 평면 위의 한 정점 F와 그 점을 지나지 않는 정직선 l(준선)에 이르는 거리가 같은 점의 자취

포물선의 방정식 $y^2=4px\ (p\neq 0)$에서

(1) 초점 : $F(p,0)$ 준선 : $x=-p$

(2) 접선의 방정식

① 포물선 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은

$$y_1y=2p(x+x_1)$$

② 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx+\frac{p}{m}\ (m\neq 0)$

206 타원의 방정식

타원의 정의 : 두 정점 F, F'으로 부터의 거리의 합이 일정한 점의 집합, 타원의 방정식 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$에서

(1) 장축의 길이 : $2a$, 단축의 길이 : $2b$

초점 : $(\pm c,0)$ (단, $c=\sqrt{a^2-b^2}$)

(2) 접선의 방정식

① 타원 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

② 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$

207 쌍곡선의 방정식

쌍곡선의 정의 : 두 정점 F, F'으로 부터의 거리의 차가 일정한 점의 집합, 타원의 방정식 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 에서

(1) 주축의 길이 : $2a$, 초점 : $(\pm c,0)$ (단, $c=\sqrt{a^2+b^2}$)

(2) 접선의 방정식

① 타원 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1x}{a^2}-\frac{y_1y}{b^2}=1$$

② 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$

208 삼각함수의 덧셈정리

(1) $\begin{cases} \sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta \\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \\ \tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} \end{cases}$

209 삼각함수의 합성

(1) $a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$

(단, $\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$)

(2) $a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\alpha)$

(단, $\cos\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$)

210 삼각함수의 공식

(1) 배각의 공식

① $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

② $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

③ $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

(2) 반각의 공식

① $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$ ② $\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

③ $\tan^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

211 합・차를 곱으로 고치는 공식

① $\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

② $\sin A-\sin B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

③ $\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

④ $\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

212 곱을 합・차로 고치는 공식

① $\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$

② $\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$

③ $\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$

④ $\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$

213 $\tan\frac{\alpha}{2}=t$ 일 때 t 에 대한 삼각함수의 값

$\sin\alpha=\dfrac{2t}{1+t^2}$, $\cos\alpha=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $\tan\alpha=\dfrac{2t}{1-t^2}$

214 삼각방정식의 일반해

삼각방정식 특수해가 α 일 때, n 이 임의의 정수이면

(1) $\sin x=a$ $(|a|\le 1)$의 일반해는 $x=n\pi+(-1)^n\alpha$

(2) $\cos x=a$ $(|a|\le 1)$의 일반해는 $x=2n\pi\pm\alpha$

(3) $\tan x=a$의 일반해는 $x=n\pi+\alpha$

215 복소수의 상등

(1) a , b 가 실수일 때 $a+bi=0 \Leftrightarrow a=0$, $b=0$

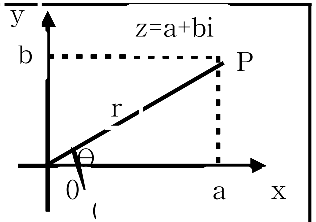
(2) a , b, c, d 가 실수일 때 $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c$, $b=d$

216 복소수의 절대값

(1) $|z|=|\overline{z}|$ (2) $z\overline{z}=|z|^2=|\overline{z}|^2=|z^2|$

(3) $|z-\alpha|^2=(z-\alpha)(\overline{z}-\overline{\alpha})$

217 복소수의 극형식



복소수 $z=a+bi$를 나타내는 점을 $p(a,b)$, 선분 OP의 길이를 r , $\overline{OP}$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때

(1) 극형식

$z=a+bi=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

(2) 절대값 : $r=|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

(3) 편각 : $\theta=\arg(z)$ (단, $0\le\theta<2\pi$)

218 복소수의 연산과 도형의 이동

(1) 복소수의 곱셈과 나눗셈

$z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$, $z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ 일 때

① $z_1z_2=r_1r_2\{\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)\}$

② $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{r_1}{r_2}\{\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)\}(z_2\ne 0)$

(2) 도형의 이동

① 평행이동 : 점 z를 α 만큼 평행이동한 점 z'은 $z'=z+\alpha$

② 회전이동 점 z를 원점을 중심으로 :θ 만큼 회전이동한 점 z'은 $z'=z(\cos\theta+i\sin\theta)$

③ 회전이동 점 z를 α 를 중심으로 :θ 만큼 회전이동한 점 z'은 $z'=(z-\alpha)(\cos\theta+i\sin\theta)+\alpha$

219 드 무아브르의 정리

n 이 정수일 때 $(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$

220 이항방정식

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ 라 놓으면

$z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)=a(\cos\alpha+i\sin\alpha)$

$\therefore r=\sqrt[n]{a}$, $n\theta=2k\pi+\alpha$ (단, k는정수)

221 복소수와 도형

(1) 복소평면 위의 두 점 $P_1(z_1)$, $P_2(z_2)$ 에 대하여 두 점을 잇는 선분 P_1P_2 의 길이는 $\overline{P_1P_2}=|z_1-z_2|$

(2) 복소평면 위의 두 점 $P_1(z_1)$, $P_2(z_2)$ 에 대하여

① $\overline{P_1P_2}$ 를 $m:n$ 으로 내분하는 점을 $P(z)$ 라고 하면

$z=\dfrac{mz_2+nz_1}{m+n}$ $(m>0 , n>0)$

② $\overline{P_1P_2}$ 를 $m:n$ 으로 외분하는 점을 $Q(z')$ 라고 하면

$z'=\dfrac{mz_2-nz_1}{m-n}$ $(m>0 , n>0 , m\ne n)$

(3) $|z-\alpha|=r$ 를 만족하는 점 z 의 자취는

$\Rightarrow$ 중심이 α이고 반지름이 r 인 원이다.

(4) $|z-z_1|=|z-z_2|$를 만족하는 점 z 의 자취는

$\Rightarrow$ 두 점 z_1 , z_2 를 이은 선분의 수직이등분선이다.

(5) $|z-z_1|+|z-z_2|=r$ $\Rightarrow$ z 의 자취는 타원

222 복소수와 도형의 성질

(1) 두 직선이 이루는 각 : 복소수 z_1 , z_2 , z_3 , z_4 를 나타내는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때

① $\arg(z_2-z_1)$ 은 $\overleftrightarrow{AB}$ 가 x축의 양의 방향과 이루는 각

② $\arg\left(\dfrac{z_4-z_3}{z_2-z_1}\right)$ 의 절대값은 $\overleftrightarrow{AB}$ 와 $\overleftrightarrow{CD}$ 의 사잇각

③ $\arg\left(\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}\right)$ 의 절대값은 $\angle BAC$, $\angle CAB$ 또는 $\angle A$

(2) 세 점 $A(z_1)$, $B(z_2)$, $C(z_3)$ 가 일직선 위에 있을 조건

$\Rightarrow$ $\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}$ 이 0 이 아닌 실수값을 갖는 것

(3) 복소평면에서 네 점 $A(z_1)$, $B(z_2)$, $C(z_3)$, $D(z_4)$ 에 대하여

① $\overline{AB}\perp\overline{CD} \Leftrightarrow \dfrac{z_4-z_3}{z_2-z_1}=$(순허수)

② $\overline{AB}\ /\!/\ \overline{CD} \Leftrightarrow \dfrac{z_4-z_3}{z_2-z_1}=$(0이 아닌 실수)

223 공간도형의 기본 성질

(1) 한 평면 위의 서로 다른 두 점을 지나는 직선 위에 있는 모든 점은 그 평면 위에 있다. 이 때, 평면은 직선을 품는다고 한다.

(2) 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점을 지나는 평면은 오직 하나 뿐이다.

(3) 두 평면이 한 점을 공유하면 이 두 평면은 그 점을 지나는 한 직선을 공유한다.

224 평면의 결정 조건

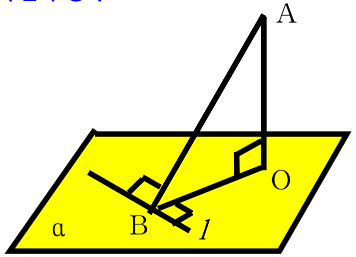
(1) 한 직선 위에 있지 않은 세 점

(2) 한 직선과 그 위에 있지 않은 한 점

(3) 한 점에서 만나는 두 직선

(4) 평행한 두 직선

225 삼수선의 정리



평면 α위에 있지 않은 한 점 A 와 평면 α위에 있는 직선 l 에 대하여

(1) 점 A 에서 평면 α에 내린 수선의 발을 O 라 하고, O 에서 직선 l 에 그은 수선의 발을 B 라고 하면 $\overline{AB}\perp l$

(2) 점 A 에서 평면 α에 내린 수선의 발을 O 라 하고, A 에서 직선 l 에 그은 수선의 발을 B 라고 하면 $\overline{OB}\perp l$

(3) 점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 B 라 하고, 평면 α 위에서 점 B 를 지나고 l 과 수직인 직선을 긋고 점 A 에서 이 직선에 내린 수선의 발을 O 라고 하면 $\overline{AO}\perp \alpha$

226 정사영

(1) 선분 AB 의 평면 α 위로의 정사영을 선분 $A'B'$이라 하고, 직선 AB 와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ 라고 하면

$$\overline{A'B'} = \overline{AB}\cos\theta$$

(2) 평면 α 위의 도형 F 의 평면 α′ 위로의 정사영을 F'이라 할 때, F, F'의 넓이를 각각 S, S'이라 하고, α와 α′이 이루는 예각의 크기를 θ 라고 하면

$$S' = S\cos\theta$$

227 공간좌표

두 점 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ 에 대하여

(1) $\overline{AB} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

특히, 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1, z_1)$ 사이의 거리는

$\overline{OA} = \sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2+{z_1}^2}$

(2) $\overline{AB}$ 를 $m:n\,(m>0,\ n>0)$ 으로 내분, 외분하는 점을 P, Q 라 하면 $P\left(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n}, \dfrac{my_2+ny_1}{m+n}, \dfrac{mz_2+nz_1}{m+n}\right)$

$Q\left(\dfrac{mx_2-nx_1}{m-n}, \dfrac{my_2-ny_1}{m-n}, \dfrac{mz_2-nz_1}{m-n}\right)\ (m\neq n)$

228 구의 방정식

중심의 좌표가 $C(a, b, c)$ 이고, 반지름의 길이가 r 인 구의 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = r^2$

특히, 중심이 원점이고 반지름이 r 인 구의 방정식은

$x^2+y^2+c^2 = r^2$

229 구의 방정식의 일반형

$x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0$ (단 , $A^2+B^2+C^2-4D>0$)

230 벡터의 연산

(1) 벡터의 합 : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

(2) 벡터의 차 : $\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{BA}$

(3) 벡터의 덧셈에 관한 성질

① $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (교환법칙)

② $\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$ (결합법칙)

③ $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$ (항등원)

④ $\vec{a}+(-\vec{a})=(-\vec{a})+\vec{a}=\vec{0}$ (역원)

(4) 벡터의 스칼라배

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 와 실수 k, l 에 대하여

① $k(l\vec{a})=(kl)\vec{a}=kl\vec{a}$ (결합법칙)

② $(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$ (분배법칙)

③ $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$ (분배법칙)

(5) 벡터의 평행

$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$, k는 0 이 아닌 실수 일 때 $\vec{a}=k\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}//\vec{b}$

(6) 세 점이 일직선 위에 있을 조건

실수 k에 대하여 세 점 A, B, P가 일직선 위에 있으면

$\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}\ (k\neq 0)$

231 중점과 내분점ㆍ외분점의 위치벡터

평면 또는 공간에서 선분 AB 의 중점을 M이라고 하자.

또, $\overline{AB}$ 를 $m:n\,(m>0,\ n>0)$ 으로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q 라하고 점 A, B, M, P, Q 의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{m}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ 라고 할 때

$\vec{m}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$, $\vec{p}=\dfrac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$, $\vec{q}=\dfrac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$ (단 , $m\neq n$)

232 벡터의 내적

91) 내적 : 두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ 가 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=a_1b_1+a_2b_2$

(2) 내적의 연산

① $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$, $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

② $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$ (단 , k는 실수)

③ $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

(3) 두 벡터의 평행과 수직

① 평행 : $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}||\vec{b}|$

② 수직 : $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ $\Leftrightarrow$ $a_1b_1+a_2b_2=0$

(4) 내적의 곱셈공식

① $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

② $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

③ $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$

233 공간벡터의 성분

벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 일 때

(1) 벡터의 크기 : $|\vec{a}|=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2+{a_3}^2}$

(2) 벡터 $\vec{a}$ 와 같은 방향의 단위 벡터

$$\frac{a}{|\vec{a}|}=\left(\frac{a_1}{|\vec{a}|}, \frac{a_2}{|\vec{a}|}, \frac{a_3}{|\vec{a}|}\right)$$

(3) 방향코사인 : 벡터 $\vec{a}$ 가 x축, y축, z축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각 α, β, γ 라고 할 때

① $\cos\alpha=\dfrac{a_1}{|\vec{a}|}$, $\cos\beta=\dfrac{a_2}{|\vec{a}|}$, $\cos\gamma=\dfrac{a_3}{|\vec{a}|}$

② $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

(4) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

(단, θ 는 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기)

234 직선의 방정식

(1) 점 $A(x_1, x_2, x_3)$을 지나고, 벡터 $\vec{u}=(l, m, n)$에 평행한 직선의 방정식 $\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n}$ (단, $lmn\neq 0$)

(2) 두 점 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$를 지나는 직선의 방정식

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

(단, 분모가 0이면 그 분수의 분자도 0이다.)

235 두 직선의 평행 · 수직 조건

두 직선 $\begin{cases} g: \dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n} \\ h: \dfrac{x-x_2}{l'}=\dfrac{y-y_2}{m'}=\dfrac{z-z_2}{n'} \end{cases}$ 에 대하여

(1) $g // h \Leftrightarrow l : l' = m : m' = n : n'$

(2) $g \perp h \Leftrightarrow ll' + mm' + nn' = 0$

236 좌표축과 평행한 직선의 방정식

공간에서 점 (a, b, c)를 지나고

(1) x축과 평행한 직선의 방정식 $\Rightarrow$ $y=b$, $z=c$

(2) y축과 평행한 직선의 방정식 $\Rightarrow$ $x=a$, $z=c$

(3) z축과 평행한 직선의 방정식 $\Rightarrow$ $x=a$, $y=b$

237 평면의 방정식

(1) 점 $A(x_1, y_1, z_1)$을 지나고 벡터 $\vec{u}=(a, b, c)$와 수직인 평면의 방정식은 $a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$

(2) 법선벡터 $\vec{u}=(a, b, c)$인 평면의 방정식은

$$ax+by+cz+d=0$$

(3) 원점에서의 거리가 p이고 단위벡터 $\vec{e}=(l, m, n)$이 법선 벡터인 평면의 방정식의 표준형은

$$lx+my+nz=p \quad (\text{단, } l^2+m^2+n^2=1,\ p>0)$$

(4) $A(x_1, y_1, z_1)$과 평면 $ax+by+cz+d=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

238 좌표평면과 평행한 평면의 방정식

한 점 (a, b, c)를 지나고

(1) xy평면과 평행한 평면의 방정식 $\Leftrightarrow$ $z=c$

(2) yz평면과 평행한 평면의 방정식 $\Leftrightarrow$ $x=a$

(3) zx평면과 평행한 평면의 방정식 $\Leftrightarrow$ $y=b$

239 두 평면이 이루는 각

두 평면 $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$이 이루는 각을 $\theta(0° \leq \theta \leq 90°)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$$

240 두평면의 평행 · 수직 조건

두평면

α_1: $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$, α_2: $a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$에 대하여 다음이 성립한다.

(1) 평행 조건 : $\alpha_1 // \alpha_2 \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}\neq\dfrac{d_1}{d_2}$

(2) 일치 조건 : $\alpha_1 \equiv \alpha_2 \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{d_1}{d_2}$

(3) 수직 조건 : $\alpha_1 \perp \alpha_2 \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$

241 두 평면의 교선을 품는 평면의 방정식

두 평면 $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$의 교선을 품는 평면의 방정식은

$$a_1x+b_1y+c_1z+d_1+k(a_2x+b_2y+c_2z+d_2)=0$$

242 직선과 평면이 이루는 각

직선 $\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n}$과 평면 $ax+by+cz+d=0$이 이루는 각을 θ라고 하면

$$\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta=\frac{|al+bm+cn|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$$

243 직선의 방정식 $\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n}$ 은

$\Rightarrow$ 두 평면 $\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}$, $\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n}$의 교선의 방정식이다.

244 구에 접하는 평면의 방정식

구 $x^2+y^2+z^2=r^2$ 위의 점 $A(x_1, y_1, z_1)$에서 구에 접하는 평면의 방정식은 $x_1x+y_1y+z_1z=r^2$

245 함수의 극한

(1) 함수의 수렴

$$\lim_{x\to a+0} f(x) = \lim_{x\to a-0} f(x) = \alpha \Leftrightarrow \lim_{x\to a} f(x)=\alpha$$

(2) 극한값의 성질

$\lim\limits_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 상수)일 때

① $\lim\limits_{x\to a} kf(x)=k\alpha$ (단, k는 상수)

② $\lim\limits_{x\to a}\{f(x)\pm g(x)\}=\alpha\pm\beta$ (복부호 동순)

③ $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\alpha\beta$

④ $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq 0$, $\beta\neq 0$)

⑤ $f(x)\leq g(x)$ 이면 $\lim\limits_{x\to a} f(x)\leq\lim\limits_{x\to a} g(x)$ 즉, $\alpha\leq\beta$

⑥ $f(x)\leq h(x)\leq g(x)$ 이고 $\alpha=\beta$ 이면 $\lim\limits_{x\to a} h(x)=\alpha$

246 지수함수의 극한값

(1) $a>1$ 일 때 $\lim\limits_{x\to\infty} a^x=\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x=0$

(2) $0<a<1$ 일 때 $\lim\limits_{x\to\infty} a^x=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x=\infty$

247 로그함수의 극한값

(1) $a>1$ 일 때 $\lim\limits_{x\to\infty}\log_a x=\infty$, $\lim\limits_{x\to+0}\log_a x=-\infty$

(2) $0<a<1$ 일 때 $\lim\limits_{x\to\infty}\log_a x=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+0}\log_a x=\infty$

248 초월함수의 극한값

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=1$ (단, x는 라디안)

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=e$, $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-1}{x}=\ln a$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$

249 미정계수의 결정

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (유한확정값) 일 때

(1) $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ 이면 $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$

(2) $\alpha\neq 0$ 이고 $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$ 이면 $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$

250 함수의 연속

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이려면

(1) $x=a$에서 정의되어 있고

(2) $\lim\limits_{x\to a} f(x)$가 존재하며

(3) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

251 중간값의 정리

함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)\neq f(b)$일 때, $f(a)$와 $f(b)$ 사이에 있는 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$를 만족하는 c가 개구간 (a, b)안에 적어도 하나 존재한다.

252 여러 가지 함수의 미분법(1)

(1) $(\sin x)'=\cos x$, $(\cos x)'=-\sin x$, $(\tan x)'=\sec^2 x$

$(\sec x)'=\sec x\tan x$, $(\cot x)'=-\operatorname{cosec}^2 x$

$(\operatorname{cosec} x)'=-\operatorname{cosec} x\cot x$

(2) $(e^x)'=e^x$, $(a^x)'=a^x\ln a$ (단, $a>0$, $a\neq 1$)

(3) $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$ (단, $a>0$, $a\neq 1$, $x>0$)

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$ (단, $x>0$)

253 여러 가지 함수의 미분법(2)

(1) $f(x)$, $g(x)$ $(g(x)\neq 0)$ 가 미분가능한 함수일 때

$y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 이면 $y'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

(2) 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 가 각각 미분가능하면 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}=f'(u)\cdot g'(x)=f'(g(x))g'(x)$$

(3) x의 함수 y가 음함수 $f(x,y)=0$ 의 꼴로 주어질 때, y를 x의 함수로 보고 각 항을 x에 대하여 마분하여 구한다.

(4) $y=f(x)$ 의 역함수 $x=g(y)$ 가 미분가능할 때

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\frac{dx}{dy}}$ 또는 $f'(x)=\dfrac{1}{g'(y)}$ (단, $\dfrac{dy}{dx}\neq 0$)

(5) $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분 가능하면

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{g'(t)}{f'(t)}$ (단, $\dfrac{dx}{dt}\neq 0$)

254 접선의 방정식

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의

접선의 방정식은 $y-y_1=f'(x_1)(x-x_1)$

법선의 방정식은 $y-y_1=-\dfrac{1}{f'(x_1)}(x-x_1)$ (단, $f'(x_1)\neq 0$)

255 롤의 정리

함수 $y=f(x)$ 가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고 개구간 (a,b) 에서 미분가능할 때 $f(a)=f(b)$ 이면 $f'(c)=0$ $(a<c<b)$ 이 되는 c가 적어도 하나 존재한다.

256 평균값의 정리

함수 $y=f(x)$ 가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고 개구간 (a,b) 에서 미분가능하면 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$ $(a<c<b)$ 가 되는 c가 적어도 하나 존재한다.

257 코시의 정리

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고 개구간 (a,b) 에서 미분가능하며 $g'(x)\neq 0$ 이면

$\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\dfrac{f'(c)}{g'(c)}$ $(a<c<b)$ 인 c가 적어도 하나 존재한다.

258 로피탈의 정리

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 a를 포함하는 구간에서 미분가능하고 $f(a)=0$, $g(a)=0$, $g'(x)\neq 0$ 이고 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ 의 극한값이 존재하면 다음이 성립한다.

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f''(x)}{g''(x)}=\cdots$$

259 함수의 증감

(1) $f'(x)>0$ 이면 $y=f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다.

(2) $f'(x)<0$ 이면 $y=f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.

(3) $f'(x)=0$ 이면 $y=f(x)$ 는 그 구간에서 상수함수 이다.

260 함수의 극대·극소의 판정

연속함수 $y=f(x)$ 에 대하여

(1) $x<a$ 일 때 $f'(x)>0$, $x>a$ 일 때 $f'(x)<0$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이고 극대값은 $f(a)$ 이다.

(2) $x<a$ 일 때 $f'(x)<0$, $x>a$ 일 때 $f'(x)>0$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이고 극소값은 $f(a)$ 이다.

(3) $f'(a)=0$ 이고 $f''(a)<0$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이고 극대값은 $f(a)$ 이다.

(4) $f'(a)=0$ 이고 $f''(a)>0$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이고 극소값은 $f(a)$ 이다.

261 곡선의 오목·볼록과 변곡점

함수 $y=f(x)$ 가 어떤 구간에서 항상

(1) $f''(x)>0$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 는 이 구간에서 아래로 볼록하다.

(2) $f''(x)<0$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 는 이 구간에서 위로 볼록하다.

(3) $f''(a)=0$ 인 $x=a$ 의 좌우에서 $f''(x)$ 의 부호가 바뀌면, 점 $(a, f(a))$ 는 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

262 곡선의 개형

(1) 곡선이 존재하는 x, y 의 범위

(2) 곡선의 대칭성 및 주기성

(3) 좌표축과의 교점

(4) 함수의 증감, 극값, 곡선의 오목·볼록과 변곡점

(5) 점근선 및 정의역의 끝에서의 곡선의 상태

263 점근선을 구하는 방법

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서

(1) $\lim\limits_{x\to a+0}f(x)$, $\lim\limits_{x\to a-0}f(x)$ 가 $+\infty$ 또는 $-\infty$이면

$\Rightarrow$ 직선 $x=a$ 는 y축과 평행한 점근선이다.

(2) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\{f(x)-ax\}=b$ 이면

$\Rightarrow$ 직선 $y=ax+b$는 점근선

264 속도와 가속도

좌표평면 위의 점 P의 좌표 (x,y) 가 시각 t의 함수로서 $x=f(t)$, $y=g(t)$ 로 주어질 때

(1) 속도 : $\vec{v}=(v_x, v_y)=\left(\dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}\right)$

(2) 속력 : $|\vec{v}|=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}=\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$

(3) 가속도 : $\vec{a}=(a_x, a_y)=\left(\dfrac{d^2x}{dt^2}, \dfrac{d^2y}{dt^2}\right)$

265 여러 가지 함수의 부정적분

(1) $\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

(2) $\int \cos x\,dx=\sin x+c$

(3) $\int \sec^2 x\,dx=\tan x+c$

(4) $\int \operatorname{cosec}^2 x\,dx=-\cot x+c$

(5) $\int \tan x\,dx=-\ln|\cos x|+c$

(6) $\int \cot x=\ln|\sin x|+c$

(7) $\int \sec x\tan x\,dx=\sec x+c$

(80 $\int \operatorname{cosec} x\cot x\,dx=-\operatorname{cosec} x+c$

(9) $\int \sin ax\,dx=-\dfrac{1}{a}\cos ax+c$

(10) $\int \cos ax\,dx=\dfrac{1}{a}\sin ax+c$

(11) $\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

(12) $\int e^x dx=e^x+c$

(13) $\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c$ (단, $a>0$, $a\neq 1$)

(14) $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln|f(x)|+c$

266 치환적분법

(1) $\int f(g(x))g'(x)\,dx=\int f(t)\,dt$ (단, $g(x)=t$)

(2) $F'(x)=f(x)$ 일 때,

$\int f(ax+b)\,dx=\dfrac{1}{a}F(ax+b)+c$ (단, $a\neq 0$)

(3) 피적분 함수가 $\sqrt{a^2-x^2}$, x^2+a^2 의 꼴을 포함할 때,

$\sqrt{a^2-x^2}$ 꼴은 $\Rightarrow$ $x=a\sin\theta$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{2}\right)$로 치환하고

$\sqrt{x^2+a^2}$, $\dfrac{1}{x^2+a^2}$ 꼴은 $\Rightarrow$ $x=a\tan\theta$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$로 치환한다.

267 부분적분법

$$\int f(x)g'(x)\,dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)\,dx$$

268 정적분으로 표현된 함수의 미분

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x)$$

269 정적분의 치환적분법과 부분적분법

(1) 치환적분법

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$$

(단 , $x=g(t)$, $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$)

(2) 부분적분법

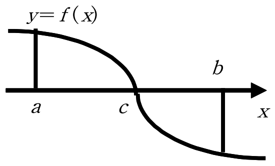
$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

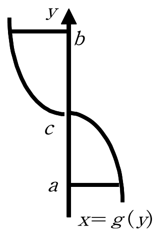
270 넓이

(1) x축과 곡선 사이의 넓이

$$S=\int_a^c f(x)dx + \int_c^b \{-f(x)\}dx$$

$$=\int_a^b |f(x)|dx$$





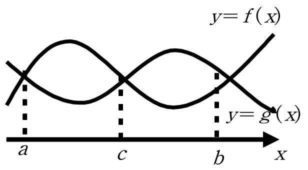
(2) y축과 곡선 사이의 넓이

$$S=\int_a^c g(y)dy + \int_c^b \{-g(y)\}dy$$

$$=\int_a^b |g(y)|dy$$

(3) 두 곡선 사이의 넓이

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$



271 부피

(1) 입체의 부피

구간 $[a, b]$에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$이면 입체의 부피 V는 $V=\int_a^b S(x)dx$ (단 , $a<b$)

(2) 회전체의 부피

① x축 둘레로 회전시킨 입체의 부피

$$V=\pi\int_a^b y^2 dx = \pi\int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

② y축 둘레로 회전시킨 입체의 부피

$$V=\pi\int_c^d x^2 dy = \pi\int_c^d \{g(y)\}^2 dy$$

272 속도와 거리

(1) 직선 위의 점의 운동

직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$ 라고 하면 점 P가 $t=a$에서 $t=b$까지 움직일 때

① 점 P의 위치의 변화량 : $\int_a^b v(t)\,dt$

② 점 P가 실제로 움직인 거리 : $\int_a^b |v(t)|\,dt$

(2) 평면 위의 운동

평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$, $y=g(t)$ 일 때, $t=a$에서 $t=b$ 사이에 점 P가 움직인 거리 l은 $l=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$

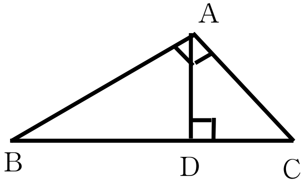
(3) 곡선의 길이

곡선 $y=f(x)$ ($a \leqq x \leqq b$) 의 길이를 l이라 하면

$$l=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx = \int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$

평면도형의 성질

1. 직각삼각형

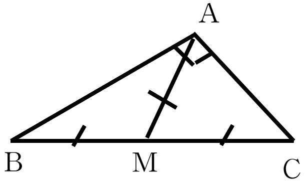


$\angle B = \angle CAD$

$\angle C = \angle BAD$

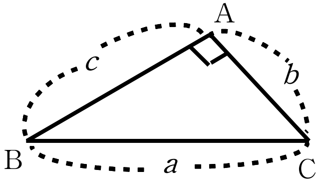
$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{BC} \cdot \overline{AD}$

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{DC}$ $\quad \overline{AB}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{BC}$ $\quad \overline{AC}^2 = \overline{CD} \cdot \overline{CB}$



$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

$\Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$

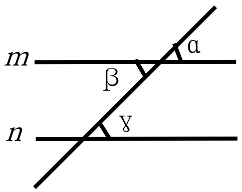


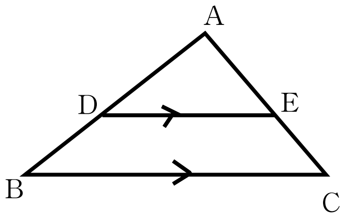
$\angle A = 90^\circ$

$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$

(피타고라스의 정리)

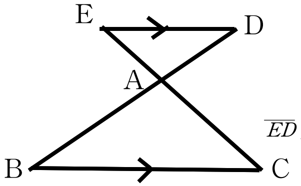
2. 평행선에 관한 성질





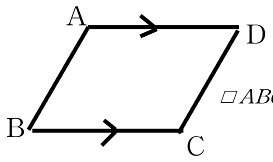
$m // n \Rightarrow \alpha = \beta = \gamma$

$\overline{DE} // \overline{BC} \Rightarrow \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$

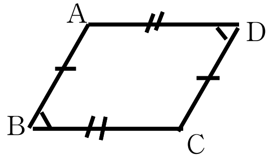


$\overline{ED} // \overline{BC} \Rightarrow \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{ED}}{\overline{BC}}$

3. 평행사변형의 성질, 평행사변형을 이룰 조건



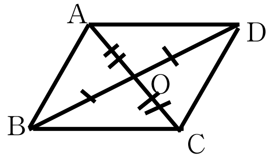
$\square ABCD \Leftrightarrow \overline{AD} // \overline{BC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$



$\square ABCD \Leftrightarrow$

$\overline{AB} = \overline{DC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

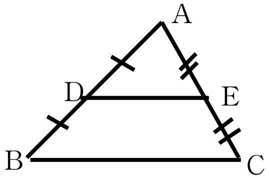
$\angle A = \angle C\ (\angle B = \angle D)$



$\square ABCD \Leftrightarrow$

$\overline{AO} = \overline{OC},\ \overline{BO} = \overline{OD}$

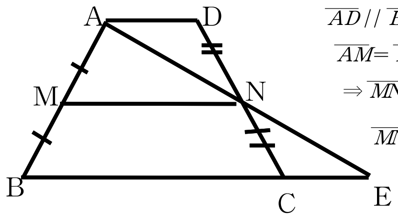
4. 중점에 관한 성질



$\overline{AD} = \overline{DB},\ \overline{AE} = \overline{EC}$

$\Rightarrow \overline{BE} // \overline{BC}$

$\overline{DE} = \dfrac{1}{2} \overline{BC}$

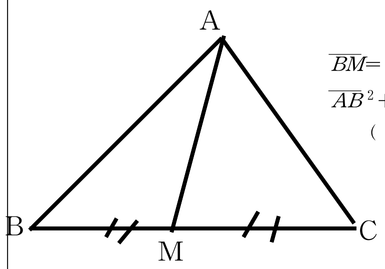


$\overline{AD} // \overline{BC}$

$\overline{AM} = \overline{MB},\ \overline{DN} = \overline{BC}$

$\Rightarrow \overline{MN} // \overline{BC}$

$\overline{MN} = \dfrac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2}$

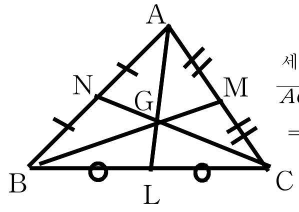


$\overline{BM} = \overline{MC} \Rightarrow$

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

(파푸스의 정리)

5. 삼각형의 무게중심 G

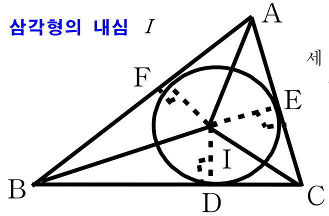


세 중선의 교점

$\overline{AG} : \overline{GL} = \overline{BG} : \overline{GM}$

$= \overline{CG} : \overline{GN} = 2 : 1$

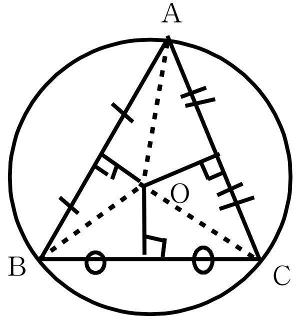
삼각형의 내심 I



세 내각의 이등분선의 교점

$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$

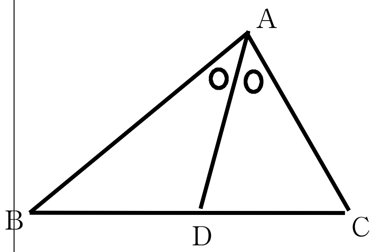
삼각형의 외심 O



세 변의 수직이등분선의 교점

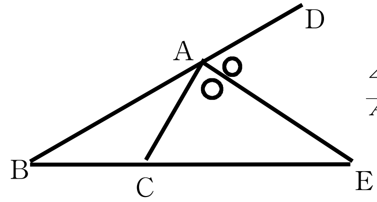
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

6. 각의 이등분선에 관한 성질



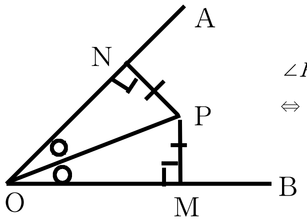
$\angle BAD = \angle CAD \Leftrightarrow$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$



$\angle CAE = \angle DAE \Leftrightarrow$

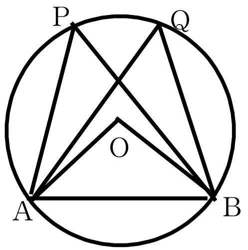
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{EC}$



$\angle POM = \angle PON$

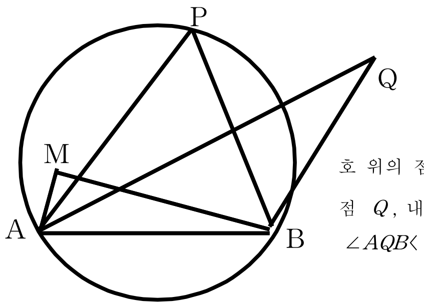
$\Leftrightarrow \overline{PM} = \overline{PN}$

7. 원과 원주각



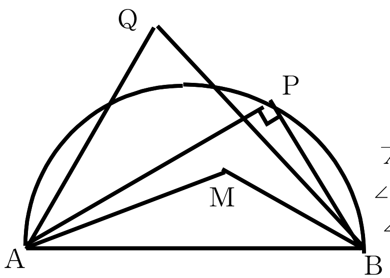
$\angle AOB = 2\angle P$

$\angle P = \angle Q$



호 위의 점 P, 외부의 점 Q, 내부의 점 M $\Longrightarrow$

$\angle AQB < \angle APB < \angle AMB$

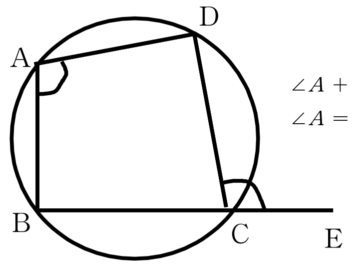


$\overline{AB}$가 지름 $\Longrightarrow$

$\angle P = 90^\circ$, $\angle Q =$(예각)

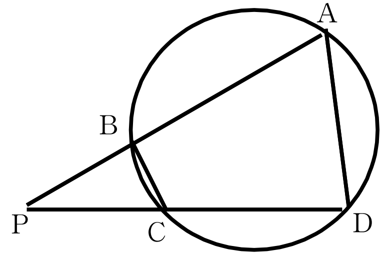
$\angle M =$(둔각)

8. 원과 사각형에 관한 성질

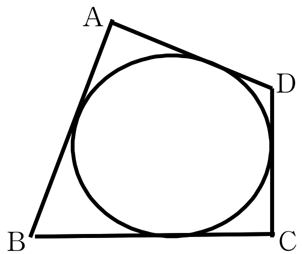


$\angle A + \angle BCD = 2\angle R$

$\angle A = \angle DCE$



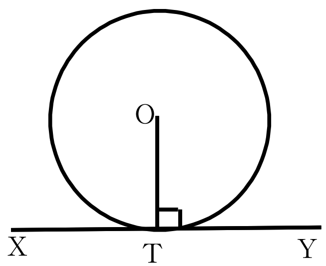
$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$



원에 외접 $\Longrightarrow$

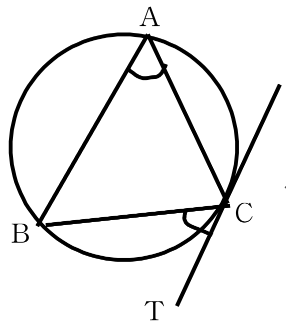
$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

9. 원과 접선



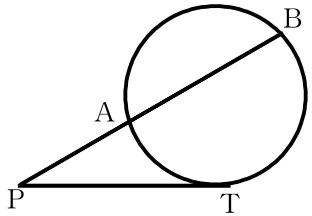
XY가 접선

$\Leftrightarrow \overline{OT} \perp \overline{XY}$



CT가 접선

$\Leftrightarrow \angle A = \angle BCT$



PT가 접선

$\Leftrightarrow \overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$

10. 닮음비 : k

둘레의 비 : k

넓이의 비 : k^2

부피의 비 : k^3

11. n 각형의 대각선의 수 : ${}_nC_2 - n = \dfrac{n(n-3)}{2}$

n 각형의 내각의 합 : $(2n-4)\angle R$

n 각형의 외각의 합 : $4\angle R$

정 n 각형의 한 내각의 크기 : $\dfrac{n-2}{n}\pi$