

제 2 교시

수리 영역

가 형

성명	
----	--

수험 번호							—				
-------	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형/‘나’ 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’ 이 포함되면 그 ‘0’ 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_7 \frac{1}{7}$  의 값은?

- [2점][2007년 9월]
- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

2. 두 상수  $a, b$  에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+b}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$  일 때,  $ab$  의 값은?

- [2점][2007년 9월]
- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 2

3. 이차정사각행렬  $X$  에 대하여

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때,  $X$  의 모든 성분의 합은?

- [2점][2007년 9월]
- ① 5      ② 3      ③ 0      ④ -3      ⑤ -5

4. 무리방정식  $x^2 + 5x + 5\sqrt{x^2 + 5x} - 6 = 0$ 의 모든 실근의 합은?

[3점][2007년 9월]

- ① 10      ② 5      ③ 0      ④ -5      ⑤ -10

5.  $\int_0^2 |x^2(x-1)|dx$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

6. 평면  $2x - y = 0$ 과 평면  $x - 3y + kz + 2 = 0$ 이 이루는 각의 크기가  $60^\circ$ 일 때, 양의 상수  $k$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]

- ①  $\sqrt{5}$       ②  $\sqrt{6}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④  $\sqrt{10}$       ⑤  $2\sqrt{3}$

7. 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2x - |x|} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?  
(단,  $a$ 는 실수이다.)

[3점][2007년 9월]

—<보 기>—

ㄱ.  $f(-3) = 1$ 이다.

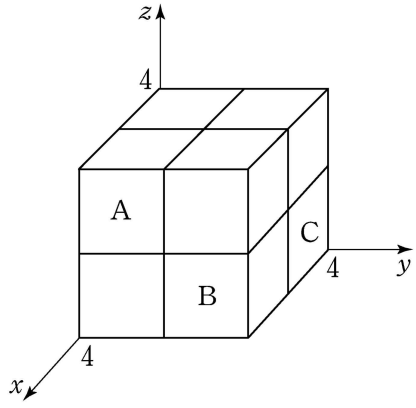
ㄴ.  $x > 0$ 일 때,  $f(x) = x$ 이다.

ㄷ. 함수  $f(x)$ 가  $x = 0$ 에서 연속이 되도록 하는  $a$ 가 존재한다.

- ① ㄴ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 그림과 같이 좌표공간에서 한 변의 길이가 4인 정육면체를 한 변의 길이가 2인 8개의 정육면체로 나누었다. 이 중 그림의 세 정육면체 A, B, C 안에 반지름의 길이가 1인 구가 각각 내접하고 있다. 3개의 구의 중심을 연결한 삼각형의 무게중심의 좌표를  $(p, q, r)$ 라 할 때,  $p+q+r$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]



- ① 6      ②  $\frac{19}{3}$       ③  $\frac{20}{3}$       ④ 7      ⑤  $\frac{22}{3}$

9. 쌍곡선  $x^2 - y^2 = 1$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[3점][2007년 9월]

<보 기>

- ㄱ. 점근선의 방정식은  $y = x, y = -x$ 이다.  
 ㄴ. 쌍곡선 위의 점에서 그은 접선 중 점근선과 평행한 접선이 존재한다.  
 ㄷ. 포물선  $y^2 = 4px$  ( $p \neq 0$ )는 쌍곡선과 항상 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 어느 공장에서 생산되는 건전지의 수명은 평균  $m$  시간, 표준편차 3시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 건전지 중 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 건전지의 수명에 대한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

$$P(m - 0.5 \leq \bar{X} \leq m + 0.5) = 0.8664$$

를 만족시키는 표본의 크기  $n$ 의 값을 위의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[3점][2007년 9월]

- ① 49      ② 64      ③ 81      ④ 100      ⑤ 121

11.  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n$ 을  $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 이라 하자. 집합  $A_n$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 각 부분집합에서 작은 원소를 뺀 그 원소들의 평균을  $a_n$ 이라 하자. 다음은  $a_n = \frac{n+1}{3}$ 임을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1)  $n=2$ 일 때,  $A_2 = \{1, 2\}$ 의 원소가 2개인 부분집합은 자신뿐이므로  $a_2 = 1 = \frac{2+1}{3}$ 이다.

(2)  $n=k$  ( $k \geq 2$ )일 때 성립한다고 가정하면

$$a_k = \frac{k+1}{3} \text{이다.}$$

$A_{k+1} = \{1, 2, \dots, k, k+1\}$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합은,  $A_k$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합에  $k$ 개의 집합

$$\{1, k+1\}, \{2, k+1\}, \dots, \{k, k+1\}$$

을 추가한 것이다.  $A_k$ 의 부분집합 중 원소가 2개인

부분집합의 개수는 (가) 이므로

$$a_{k+1} = \frac{\text{(나)} + (1+2+\dots+k)}{{}_{k+1}C_2} = \frac{k+2}{3} = \frac{(k+1)+1}{3}$$

이다.

그러므로 (1), (2)에 의하여  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = \frac{n+1}{3}$ 이다.

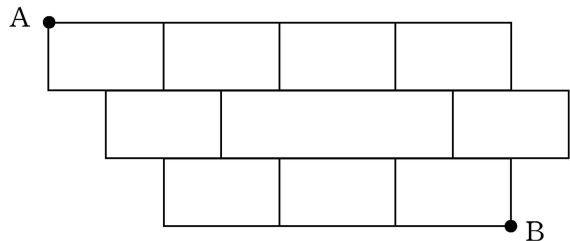
위 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

[4점][2007년 9월]

- |   | (가)           | (나)                               |
|---|---------------|-----------------------------------|
| ① | ${}_kC_2$     | ${}_kC_2 \cdot \frac{k}{3}$       |
| ② | ${}_kC_2$     | ${}_kC_2 \cdot \frac{k+1}{3}$     |
| ③ | ${}_{k+1}C_2$ | ${}_{k+1}C_2 \cdot \frac{k}{3}$   |
| ④ | ${}_{k+1}C_2$ | ${}_{k+1}C_2 \cdot \frac{k+1}{3}$ |
| ⑤ | ${}_{k+2}C_2$ | ${}_kC_2 \cdot \frac{k}{3}$       |

12. 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 지점A에서 지점B까지 도로를 따라 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 가로 방향 도로와 세로 방향 도로는 각각 서로 평행하다.)

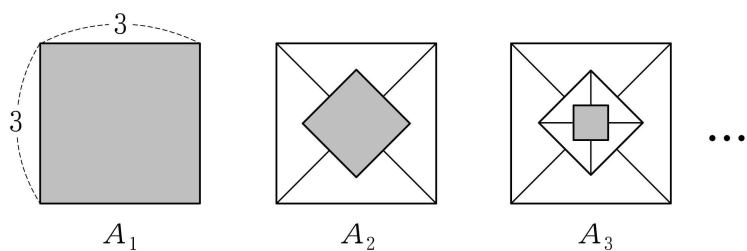
[4점][2007년 9월]



- ① 14      ② 16      ③ 18      ④ 20      ⑤ 22

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을  $A_1$ , 그 넓이를  $S_1$ 이라 하자. 정사각형  $A_1$ 에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을  $A_2$ , 그 넓이를  $S_2$ 라 하자. 같은 방법으로 정사각형  $A_2$ 에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을  $A_3$ , 그 넓이를  $S_3$ 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $(n-1)$ 번째 얻은 정사각형을  $A_n$ , 그 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2007년 9월]



- ①  $\frac{64}{7}$       ②  $\frac{21}{2}$       ③  $\frac{72}{7}$       ④  $\frac{27}{2}$       ⑤  $\frac{81}{7}$

14.  $0 < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a^x & (x < 0) \\ -x+1 & (0 \leq x < 1) \\ \log_a x & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2007년 9월]

<보 기>

- ㄱ.  $\{f(-3)\}^5 = f(-15)$   
 ㄴ. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=a$ 는 한 점에서 만난다.  
 ㄷ. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 성분이 양수인 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $L(A)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$L(A) = \begin{pmatrix} \log_2 a & \log_2 b \\ \log_2 c & \log_2 d \end{pmatrix}$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2007년 9월]

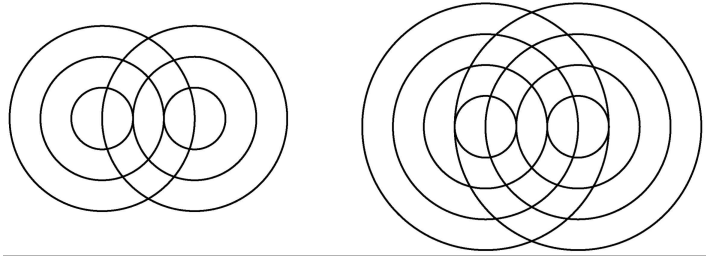
<보 기>

- ㄱ.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때,  $L(8A) = 3A$ 이다.  
 ㄴ.  $L(A) = E$ 를 만족시키는 행렬  $A$ 는 역행렬을 갖는다. (단,  $E$ 는 단위행렬이다.)  
 ㄷ.  $L(A^2) = 2L(A)$ 를 만족시키는 행렬  $A$ 가 존재한다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 거리가 3인 두 점  $O, O'$ 이 있다. 점  $O$ 를 중심으로 반지름의 길이가 각각  $1, 2, \dots, n$ 인  $n$ 개의 원과 점  $O'$ 을 중심으로 반지름의 길이가 각각  $1, 2, \dots, n$ 인  $n$ 개의 원이 있다. 이  $2n$ 개 원의 모든 교점의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어, 그림에서와 같이  $a_3 = 14, a_4 = 26$ 이다.  $a_{20}$ 의 값은?

[4점][2007년 9월]



- ① 214      ② 218      ③ 222      ④ 226      ⑤ 230

17. 어느 회사에서는 두 종류의 막대 모양 과자 A, B를 생산하고 있다. 과자 A의 길이의 분포는 평균  $m$ , 표준편차  $\sigma_1$ 인 분포이고, 과자 B의 길이의 분포는 평균  $m+25$ , 표준편차  $\sigma_2$ 인 정규분포이다. 과자 A의 길이가  $m+10$  이상일 확률과 과자 B의 길이가  $m+10$  이하일 확률이 같을 때,  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ 의 값은?

[4점][2007년 9월]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

## 단답형

18. 함수  $f(x) = x^3 + 5x$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 9월]

19. 곡선  $y = 6x^2 + 1$ 과  $x$ 축 및 두 직선  $x = 1-h$ ,  $x = 1+h$  ( $h > 0$ )로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S(h)$ 라 할 때,

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{S(h)}{h} \text{의 값을 구하시오.}$$

[3점][2007년 9월]

20. 타원  $x^2 + 9y^2 = 9$ 의 두 초점 사이의 거리를  $d$ 라 할 때,  $d^2$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 9월]

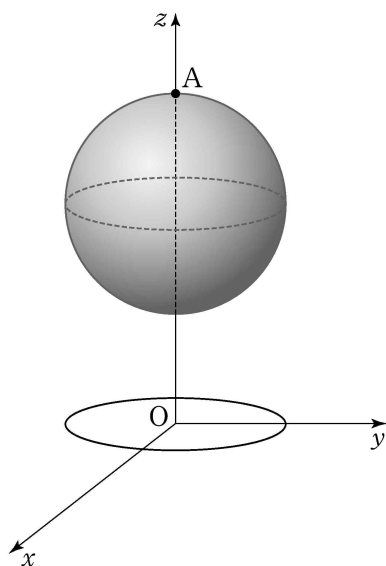
21.  $x$ 에 관한 방정식  $a^{2x} - a^x = 2$  ( $a > 0, a \neq 1$ )의 해가  $\frac{1}{7}$ 이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오.  
[3점][2007년 9월]

22. 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g'(0)$ 의 값을 구하시오.  
[4점][2007년 9월]

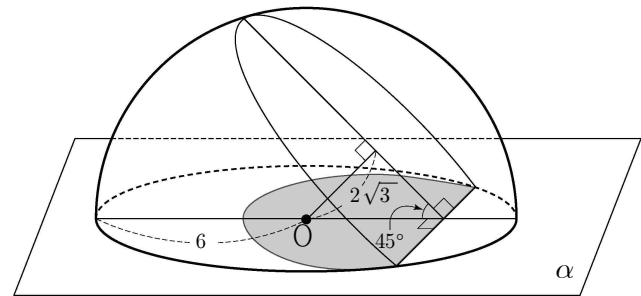
(가)  $f(0) = 1, f'(0) = -6, g(0) = 4$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - 4}{x} = 0$

23. 좌표공간에서  $xy$ 평면 위의 원  $x^2 + y^2 = 1$ 을  $C$ 라 하고, 원  $C$  위의 점  $P$ 와 점  $A(0, 0, 3)$ 을 잇는 선분이 구  $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ 과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 점  $P$ 가 원  $C$ 위를 한 바퀴 돌 때, 점  $Q$ 가 나타내는 도형 전체의 길이는  $\frac{b}{a}\pi$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
(단, 점  $Q$ 는 점  $A$ 가 아니고,  $a, b$ 는 서로소인 자연수이다.)  
[4점][2007년 9월]



24. 반지름의 길이가 6인 반구가 평면  $\alpha$  위에 놓여 있다. 반구와 평면  $\alpha$ 가 만나서 생기는 원의 중심을  $O$ 라 하자. 그림과 같이 중심  $O$ 로부터 거리가  $2\sqrt{3}$ 이고 평면  $\alpha$ 와  $45^\circ$ 의 각을 이루는 평면으로 반구를 자를 때, 반구에 나타나는 단면의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는  $\sqrt{2}(a+b\pi)$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 자연수이다.)  
[4점][2007년 9월]



25. 음성 신호를 크게 하는 장치를 증폭기라고 한다. 전압 이득이  $V$ 인 증폭기의 데시벨 전압 이득  $D$ 는

$$D = 20 \log V$$

라고 한다. 전압 이득이  $V_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 9$ )인 증폭기의 데시벨 전압 이득  $D_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 9$ )는

$$D_k = 20 \log V_k \quad (k = 1, 2, \dots, 9)$$

이다. 증폭기의 전압 이득  $V_k$ 가

$$V_k = \frac{k+1}{k} \quad (k = 1, 2, \dots, 9)$$

인 9개의 증폭기를 연결하여 얻은 전체 데시벨 전압 이득  $S_9$ 가

$$S_9 = \sum_{k=1}^9 D_k$$

라 할 때,  $S_9$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 9월]

## 미분과 적분

26. 두 실수  $x, y$ 에 대하여

$$\sin x + \sin y = 1, \quad \cos x + \cos y = \frac{1}{2}$$

일 때,  $\cos(x-y)$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]

- ①  $\frac{5}{8}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{8}$       ④  $-\frac{3}{8}$       ⑤  $-\frac{5}{8}$

27. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고

$$f(0) = 0, \quad f(1) = \sqrt{3}$$

을 만족시키는 모든 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^1 \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

의 최소값은?

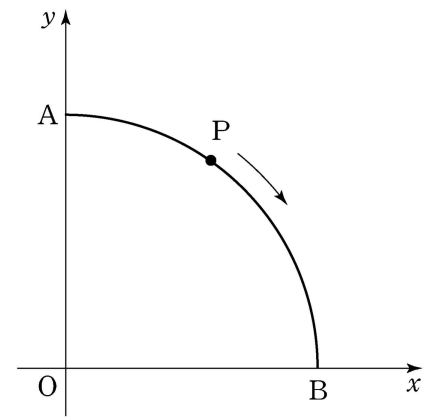
[3점][2007년 9월]

- ①  $\sqrt{2}$       ② 2      ③  $1 + \sqrt{2}$   
④  $\sqrt{5}$       ⑤  $1 + \sqrt{3}$

28. 좌표평면 위에 그림과 같이 중심각의 크기가  $90^\circ$ 이고

반지름의 길이가 10인 부채꼴 OAB가 있다. 점 P가 점 A에서 출발하여 호 AB를 따라 매초 2의 일정한 속력으로 움직일 때,  $\angle AOP = 30^\circ$ 가 되는 순간 점 P의  $y$  좌표의 시간(초)에 대한 변화율은?

[3점][2007년 9월]



- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       ③  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
④ -1      ⑤ -2



29. 두 실수  $a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2t}$ ,  $b = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t} - 1}{t}$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \geq 1) \\ b & (x < 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2007년 9월]

<보 기>

ㄱ.  $f(1) = \frac{1}{2}$

ㄴ.  $f(f(1)) = 2$

ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x))$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 곡선  $y = 5\sqrt{\ln x}$  와  $x$ 축 및 직선  $x = e$ 로 둘러싸인 부분을  $x$ 축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피를  $V$ 라 할 때,  $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 9월]

확률과 통계

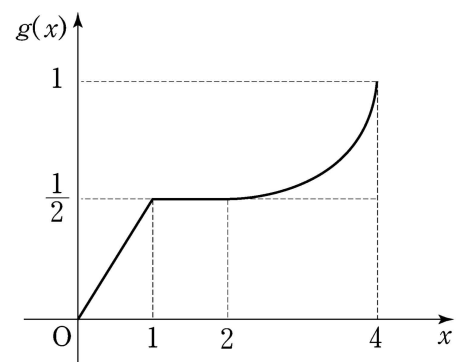
31. 학생 9명의 혈액형을 조사하였더니 A형, B형, O형인 학생이 각각 2명, 3명, 4명이었다. 이 9명의 학생 중에서 임의로 2명을 뽑을 때, 혈액형이 같을 확률은?

[3점][2007년 9월]

- ①  $\frac{13}{36}$             ②  $\frac{1}{3}$             ③  $\frac{11}{36}$             ④  $\frac{5}{18}$             ⑤  $\frac{1}{4}$

32. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값은 구간  $[0, 4]$ 의 모든 실수이다. 다음은 확률변수  $X$ 에 대하여  $g(x) = P(0 \leq X \leq x)$ 를 나타낸 그래프이다. 확률  $P\left(\frac{5}{4} \leq X \leq 4\right)$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]



- ①  $\frac{1}{4}$             ②  $\frac{3}{8}$             ③  $\frac{1}{2}$             ④  $\frac{3}{4}$             ⑤  $\frac{7}{8}$

33. 10개의 자료  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 이 이 순서로 공차가 양수인 등차 수열을 이룰 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?  
[3점][2007년 9월]

<보 기>	
ㄱ. $x_1, x_3, x_5, x_7, x_9$ 의 평균과	
10개의 자료 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 의 평균은 같다.	
ㄴ. $x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ 의 평균과	
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ 의 평균의 차는 공차의 5배이다.	
ㄷ. $x_1, x_3, x_5, x_7, x_9$ 의 분산과	
$x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}$ 의 분산은 같다.	

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

34. 어느 학교의 체육대회에서 학급 대항 멀리뛰기 시합을 하는데, 각 학급에서 임의추출한 학생 4명의 멀리뛰기 기록에 대한 표본평균  $\bar{X}$ 가 상수  $L$ 보다 크면 이 학급은 예선을 통과한 것으로 한다. 어느 학급 학생들의 멀리뛰기 기록은 평균 196.8, 표준편차 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학급이 예선을 통과할 확률이 0.8770일 때, 상수  $L$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?  
(단, 멀리뛰기 기록의 단위는 cm이다.)

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.07	0.3577
1.16	0.3770
1.18	0.3810
1.27	0.3980

- [4점][2007년 9월]  
① 190                  ② 191                  ③ 192                  ④ 193                  ⑤ 194

단답 형

35.  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 24인 표본을 임의추출할 때, 표본평균  $\bar{X}$ 의 평균은 다음 자료 5개의 평균과 같고, 표본평균  $\bar{X}$ 의 분산은 이 자료의 분산과 같다. 모집단의 평균  $m$ 과 표준편차  $\sigma$ 의 합  $m+\sigma$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 9월]

8,	9,	11,	12,	15
----	----	-----	-----	----

이산수학

36. 어느 고등학교 미술 동아리에서 작품 전시회를 열기로 하였다. 다음은 작품 전시회를 준비하는 데 필요한 작업, 각 작업에 걸리는 시간, 작업의 순서 관계를 나타낸 표이다.

	작업	작업시간 (일)	먼저 행해져야 할 작업
A	전시회 기본 계획 수립	2	없음
B	작품 모집	5	A
C	전시회 장소 선정	3	A
D	현수막 제작	2	C
E	초대장 제작	3	C
F	전시회 작품 선정	1	B
G	전시회장 준비	2	C, F

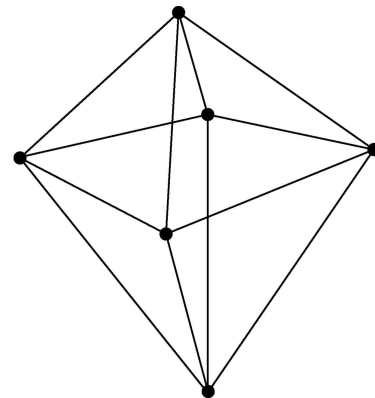
작품 전시회 준비를 끝마치는 데 필요한 최소의 시간(일)은?

[3점][2007년 9월]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

37. 6개의 꼭지점을 갖는 다음 그래프  $G$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[3점][2007년 9월]



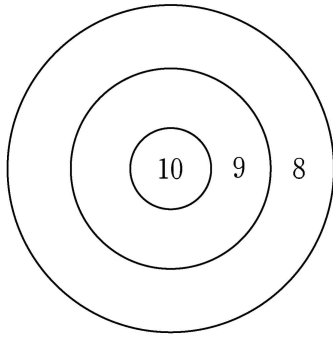
<보 기>

- ㄱ. 그래프  $G$ 는 평면그래프이다.  
 ㄴ. 그래프  $G$ 는 해밀턴회로를 갖는다.  
 ㄷ. 그래프  $G$ 에 3개의 변을 추가하여 완전그래프로 만들 수 있다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38. 점수가 표시된 그림과 같은 과녁에 6개의 화살을 쏘아 점수를 얻는 경기가 있다. 6개의 화살을 모두 과녁에 맞혔을 때, 점수의 합계가 51점 이상이 되는 경우의 수는? (단, 화살이 과녁의 경계에 맞는 경우는 없다.)

[3점][2007년 9월]



- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

40. 수열  $\{a_n\}$ 이

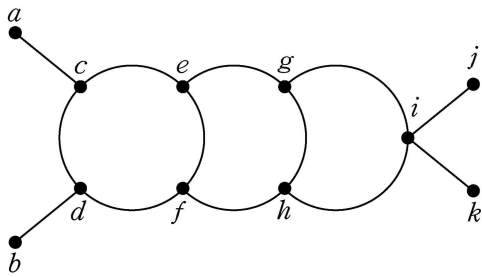
$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n \text{ (단, } n \text{ 은 자연수)}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 9월]

39. 다음 그래프의 서로 다른 생성수형도의 개수는?

[4점][2007년 9월]



- ① 39      ② 41      ③ 43      ④ 45      ⑤ 47

2007년 9월 모의고사 가형 해설지

1. ①      2. ③      3. ⑤      4. ④      5. ①  
 6. ④      7. ⑤      8. ②      9. ③      10. ③  
 11. ②      12. ①      13. ⑤      14. ⑤      15. ③  
 16. ②      17. ①      18. 17      19. 14      20. 32  
 21. 128      22. 24      23. 11      24. 15      25. 20  
 [미분과 적분]  
 26. ④      27. ②      28. ④      29. ③      30. 25  
 [확률과 통계]  
 31. ④      32. ③      33. ④      34. ②      35. 23  
 [이산수학]  
 36. ④      37. ⑤      38. ④      39. ②      40. 247

1) ①  
 $a > 0, a \neq 1$  일 때,  
 $\log_a \frac{1}{a} = \log_a a^{-1} = -1$  이므로  
 $\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_7 \frac{1}{7} = -1 - 1 = -2$

2) ③  
 $x \rightarrow 1$  때 (분모)  $\rightarrow 0$  이고 수렴하므로 (분자)  $\rightarrow 0$   
 $\therefore a + b = 0 \quad \therefore b = -a \quad \dots \textcircled{1}$   

$$2\sqrt{2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{2}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)(\sqrt{x+1} + \sqrt{2})}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} a(\sqrt{x+1} + \sqrt{2})$$

$$= 2\sqrt{2}a$$
 $\therefore a = 1$   
 $\textcircled{1}$ 에서  $b = -1$   
 $\therefore ab = -1$

3) ⑤  
 $\begin{pmatrix} 21 \\ 53 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ -5 \quad 2 \end{pmatrix}$  이므로  

$$X = \begin{pmatrix} 21 \\ 53 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 21 \\ 01 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3-1 \\ -5 \quad 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 \\ 01 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 \quad 2 \\ -10 \quad -3 \end{pmatrix}$$

따라서, 행렬  $X$ 의 모든 성분의 합은  $-5$ 이다.

4) ④  
 $\sqrt{x^2+5x} = t \quad (t \geq 0)$ 로 놓으면  
 $t^2 + 5t - 6 = 0, (t-1)(t+6) = 0$   
 $\therefore t = 1$   
 $\therefore \sqrt{x^2+5x} = 1, x^2+5x-1 = 0$

따라서, 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  $\alpha + \beta = -5$

5) ①  

$$\int_0^2 |x^2(x-1)| dx$$

$$= -\int_0^1 x^2(x-1) dx + \int_1^2 x^2(x-1) dx$$

$$= \left[ -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 + \left[ \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 \right]_1^2$$

$$= \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) + \left\{ \frac{1}{4}(2^4 - 1^4) - \frac{1}{3}(2^3 - 1^3) \right\}$$

$$= \frac{3}{2}$$

6) ④  
 평면  $2x - y = 0$ 의 법선벡터를  
 $\vec{h}_1 = (2, -1, 0)$

평면  $x - 3y + kz + 2 = 0$ 의 법선벡터를  
 $\vec{h}_2 = (1, -3, k)$ 라 하면

$$\cos 60 = \frac{\vec{h}_1 \cdot \vec{h}_2}{|\vec{h}_1| |\vec{h}_2|} = \frac{2+3}{\sqrt{5} \sqrt{10+k^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{k^2+10}} = \frac{1}{2}$$

$\therefore k = \sqrt{10} \quad (\because k > 0)$   
 7) ⑤

$$f(x) = \begin{cases} x & (x > 0) \\ a & (x = 0) \\ \frac{1}{3}x & (x < 0) \end{cases}$$

$\neg. f(-3) = -1 \quad \therefore$  거짓

$\neg. x > 0, f(x) = x \quad \therefore$  참

$\subset. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, f(0) = a$  이므로

$a = 0$ 일 때  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \quad \therefore$  참

따라서, 옳은 것은  $\neg, \subset$ 이다.

8) ②  
 A, B, C의 내접구의 중심을 각각 P, Q, R라 하면  
 P(3, 1, 3), Q(3, 3, 1), R(1, 3, 1)

무게중심을 G라 하면

$$G \left( \frac{3+3+1}{3}, \frac{1+3+3}{3}, \frac{3+1+1}{3} \right)$$

$$\therefore G \left( \frac{7}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

$$\therefore p + q + r = \frac{19}{3}$$

9) ③  
 $\neg. \text{점근선의 방정식은 } y = \pm x \quad \therefore$  참

$\neg. x^2 - y^2 = 1$ 을 미분하면  
 $2x - 2yy' = 0$ 에서

$$y' = \frac{x}{y} = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \neq \pm 1 \quad \therefore$$
 거짓

$\subset. x^2 - y^2 = 1 \quad \dots \textcircled{1}$

$y^2 = 4px \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$x^2 - 4px - 1 = 0$$

$$x = 2p \pm \sqrt{4p^2 + 1}$$

$p > 0$ 일 때,  $x = 2p + \sqrt{4p^2 + 1}$  이므로  $\textcircled{2}$ 에서  $y$ 의 값은 두 개 존재한다.

$p < 0$ 일 때,  $x = 2p - \sqrt{4p^2 + 1}$  이므로  $\textcircled{2}$ 에서  $y$ 의 값은 두 개 존재한다.  $\therefore$  참

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.  
10) ㉓

$$E(\bar{X}) = m, \sigma(\bar{X}) = \frac{3}{\sqrt{n}} \text{이므로}$$

확률변수  $\bar{X}$ 는 정규분포  $N\left(m, \left(\frac{3}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$ 을 따른다.

$$P(m-0.5 \leq \bar{X} \leq m+0.5)$$

$$= P(|\bar{X} - m| \leq 0.5)$$

$$= P\left(|Z| \leq \frac{\sqrt{n}}{6}\right) \left(\because \frac{|\bar{X} - m|}{\frac{3}{\sqrt{n}}} \leq \frac{0.5}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\right)$$

$$P\left(|Z| \leq \frac{\sqrt{n}}{6}\right) = 0.8664$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{6}\right) = 0.4332$$

$$\frac{\sqrt{n}}{6} = 1.5, \quad \sqrt{n} = 9$$

$$\therefore n = 81$$

11) ㉒

(1)  $n = 2$ 일 때,  $A_2 = \{1, 2\}$ 의 원소가 2개인 부분집합은 자신뿐이므로  $a_2 = 1 = \frac{2+1}{3}$ 이다.

(2)  $n = k (k \geq 2)$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$a_k = \frac{k+1}{3} \text{이다.}$$

$A_{k+1} = \{1, 2, \dots, k, k+1\}$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합은,  $A_k$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합에  $k$ 개의 집합

$$\{1, k+1\}, \{2, k+1\}, \dots, \{k, k+1\}$$

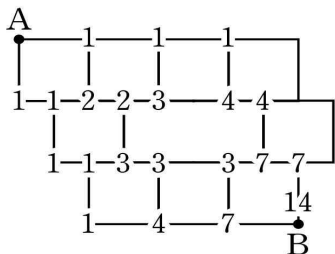
을 추가한 것이다.  $A_k = \{1, 2, \dots, k\}$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 부분집합의 개수는  ${}_k C_2$ 이므로  ${}_k C_2$ 개의 각

부분집합에서 그 원소들의 총합은  ${}_k C_2 \cdot a_k = {}_k C_2 \cdot \frac{k+1}{3}$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore a_{k+1} &= \frac{{}_k C_2 \frac{k+1}{3} + (1+2+\dots+k)}{{}_{k+1} C_2} \\ &= \frac{(k+1)+1}{3} \end{aligned}$$

12) ㉑

지점 A에서 출발하여 각 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하면 아래 그림과 같다.



따라서, 구하는 경우의 수는 14(가지)이다.

13) ㉓

오른쪽 그림과 같이 대각선의 교점을 O, 무게중심을  $G_1, G_2$ 라고 하면

P,  $G_1$ , O,  $G_2$ , Q는 일직선 위에 있고,

$$\overline{PQ} = 3 \text{이다.}$$

$$\overline{G_1 G_2} = \frac{2}{3} \overline{PQ} = 2$$

$A_1$ 과  $A_2$ 의 대각선의 길이의 비가  $3\sqrt{2} : 2$ 이므로 넓이의 비는  $(3\sqrt{2})^2 : 2^2$ 이다.

첫째항  $S_1 = 9$ 이고, 공비  $r = \frac{2}{9}$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{9}{1 - \frac{2}{9}} = \frac{81}{7}$$

14) ㉓

ㄱ.  $\{f(-3)\}^5 = (a^{-3})^5 = a^{-15} = f(-15) \therefore$  참

ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 일대일 대응이므로

$y = f(x)$ 의 그래프

와 직선  $y = a$ 는 한

점에서 만난다.  $\therefore$

참

ㄷ.  $y = a^x (x < 0)$ ,  $y = \log_a x (x \geq 1)$ 는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이고  $y = -x + 1 (0 \leq x < 1)$ 도 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이다.  $\therefore$  참

따라서, ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

15) ㉓

ㄱ.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때,  $8A = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} L(8A) &= \begin{pmatrix} \log_2 8 \log_2 8 \\ \log_2 8 \log_2 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = 3A \quad \therefore \text{참} \end{aligned}$$

ㄴ.  $L(A) = E$ 에서

$$L(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log_2 2 \log_2 1 \\ \log_2 1 \log_2 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

따라서,  $A$ 는 역행렬을 갖는다.  $\therefore$  참

ㄷ.  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때,

$$A^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{pmatrix}$$

$$L(A^2) = \begin{pmatrix} \log_2(a^2 + bc) \log_2(ab + bd) \\ \log_2(ac + cd) \log_2(bc + d^2) \end{pmatrix}$$

$$2L(A) = 2 \begin{pmatrix} \log_2 a \log_2 b \\ \log_2 c \log_2 d \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \log_2 a^2 \log_2 b^2 \\ \log_2 c^2 \log_2 d^2 \end{pmatrix}$$

$a, b, c, d$ 는 양수이므로

$$\log_2(a^2 + bc) \neq \log_2 a^2$$

따라서,  $L(A^2) = 2L(A)$ 를 만족시키는 행렬  $A$ 는 없다.  $\therefore$  거짓

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

16) ㉒

거리가 3인 두 점 O, O'를 중심으로 반지름이 1, 2, 3, ..., n인 원을 각각 그렸을 때, 생기는 모든 교점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

$n \geq 3$ 일 때, 추가로 두 점  $O, O'$ 를 중심으로 반지름이  $n+1$ 인 원을 그려보자.

반지름의 길이가  $n+1$ 인 원을 오른쪽에 그리고 왼쪽에 있는 원들과 만나는 점을 조사해보면 반지름이  $n-2$ 인 원과 접하고, 반지름이  $n-1$ 인 원,  $n$ 인 원과는 두 점에서 만난다.

따라서, 5개의 점이 새로 생긴다. .... ㉠

왼쪽에 반지름의 길이가  $n+1$ 인 원을 그리면 오른쪽원들과 교점이 5개 생긴다. .... ㉡

반지름의 길이가  $n+1$ 인 원들끼리는 두 점에서 만난다. .... ㉢  
따라서, ㉠, ㉡, ㉢에서 12개의 점이 새로 생긴다.

$$\therefore a_{n+1} = a_n + 12$$

$$a_{20} = a_3 + 12 \times (18-1) = 218$$

17) ㉠

막대모양 과자 A, B의 길이를  $X, Y$ 라 하면

$X$ 의 분포는 정규분포  $N(m, \sigma_1^2)$

$Y$ 의 분포는 정규분포  $N(m+25, \sigma_2^2)$

$$\begin{aligned} P(X \geq m+10) &= P\left(Z \geq \frac{m+10-m}{\sigma_1}\right) \\ &= P\left(Z \geq \frac{10}{\sigma_1}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Y \leq m+10) &= P\left(Z \leq \frac{m+10-(m+25)}{\sigma_2}\right) \\ &= P\left(Z \leq -\frac{15}{\sigma_2}\right) \end{aligned}$$

$P(X \geq m+10) = P(Y \leq m+10)$ 이므로

$$\frac{10}{\sigma_1} = \frac{15}{\sigma_2}$$

$$\therefore \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

18) 17

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 5$$

$$\therefore f'(2) = 17$$

19) 14

$f(x) = 6x^2 + 1, f(x)$ 의 부정적분 중 하나를

$F(x)$ 라 하면

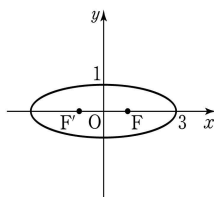
$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\int_{1-h}^{1+h} f(x) dx}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1-h)}{h} \\ &= 2F'(1) = 2f'(1) = 14 \end{aligned}$$

20) 32

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1 \text{의}$$

두

초점을



$F'(-k, 0), F(k, 0) (k > 0)$ 라 하면

$$k^2 = 3^2 - 1^2$$

$$\therefore k = 2\sqrt{2}$$

$$d = 4\sqrt{2} \quad \therefore d^2 = 32$$

21) 128

$a^x = t$ 라 하면 주어진 방정식은

$$t^2 - t - 2 = 0, (t+1)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 2 \quad (\because t > 0)$$

$$a^{\frac{1}{7}} = 2$$

$$\therefore a = 2^7 = 128$$

22) 24

$f(0) = 1, g(0) = 4$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - 4}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - f(0)g(0)}{x}$$

$h(x) = f(x)g(x)$ 로 놓으면

$$(\text{주어진 식}) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x) - h(0)}{x} = h'(0)$$

$$= f'(0)g(0) + f(0)g'(0)$$

$$= -24 + g'(0) = 0$$

$$\therefore g'(0) = 24$$

23) 11

원 C 위의 점 P를  $(x_1, y_1, 0)$ 이라 하면

$$x_1^2 + y_1^2 = 1$$

직선 AP의 방정식을 구해보면

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{z-3}{-3} \text{이고, 직선 위의 점은}$$

$Q(x_1t, y_1t, -3t+3)$ 으로 나타낼 수 있다.

이 직선과 구의 교점을 구하면

$$(x_1t)^2 + (y_1t)^2 + (-3t+1)^2$$

$$= (x_1^2 + y_1^2 + 9)t^2 - 6t + 1 = 1$$

정리하면  $10t^2 - 6t = 0$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = \frac{3}{5}$$

$t = 0$ 이면 조건에 맞지 않고

$$t = \frac{3}{5} \text{이면 } Q\left(\frac{3}{5}x_1, \frac{3}{5}y_1, \frac{6}{5}\right)$$

$$\therefore Q \text{의 자취는 } x^2 + y^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2, z = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{자취의 길이는 } 2\pi \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}\pi$$

$$a+b = 11$$

[다른 풀이]

점 A와 원 C 위의 점 P를 이  
은 선분의 자취는 그림 ①과 같  
이 원뿔이 된다. 따라서 구하는  
점은 원뿔과 구의 교점의 집합  
이다.

$z$ 축을 포함하는 평면으로 그  
림 ②와 같이 잘라보면 Q는 H  
로부터 거리가 일정하고

$\overline{QQ'} \perp \overline{AH}$ 이므로 자취는

원이 된다.

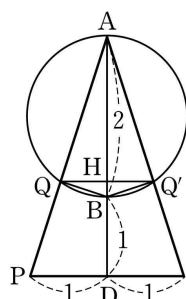
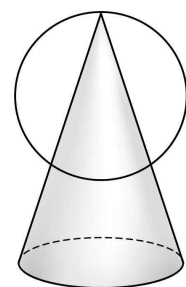
$$\overline{AP} = \sqrt{10} \text{이므로}$$

$$\overline{AQ} = 2 \times \cos(\angle QAB)$$

$$= 2 \times \cos(\angle PAD)$$

$$= \frac{6}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \overline{QH} = \overline{AQ} \cdot \sin(\angle PAD)$$



$$= \frac{6}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}$$

따라서, 반지름  $\frac{3}{5}$ 인 원이므로 자취의 길이는

$$\frac{6}{5}\pi \text{이다.}$$

$$\therefore a+b=11$$

24) 15

반구에 나타나는 단면인 원의 반지름은

$$\begin{aligned}\sqrt{36-(2\sqrt{3})^2} &= \sqrt{36-12} \\ &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{6})^2 \times \frac{3}{2}\pi + \frac{1}{2} (2\sqrt{6})^2 \\ &= 12 \left( \frac{3}{2}\pi + 1 \right) = 12 + 18\pi\end{aligned}$$

단면의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는

$$(12+18\pi)\cos 45 = \sqrt{2}(6+9\pi)$$

$$\therefore a+b=15$$

25) 20

$$\begin{aligned}S_9 &= \sum_{k=1}^9 D_k = \sum_{k=1}^9 20 \log V_k = \sum_{k=1}^9 20 \log \frac{k+1}{k} \\ &= 20 \left\{ \log \frac{2}{1} + \log \frac{3}{2} + \dots + \log \frac{10}{9} \right\} \\ &= 20 \log \left( \frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{10}{9} \right)\end{aligned}$$

$$= 20$$

26) ④

$\sin x + \sin y = 1$ 에서

$$\sin^2 x + \sin^2 y + 2 \sin x \sin y = 1 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$\cos x + \cos y = \frac{1}{2}$ 에서

$$\cos^2 x + \cos^2 y + 2 \cos x \cos y = \frac{1}{4} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

①+②에서

$$2 + 2(\sin x \sin y + \cos x \cos y) = \frac{5}{4}$$

$$2 + 2 \cos(x-y) = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \cos(x-y) = \frac{1}{2} \left( \frac{5}{4} - 2 \right) = -\frac{3}{8}$$

27) ②

$$\int_0^1 \sqrt{1+f'(x)^2} dx \text{는 } y=f(x) \text{의 } 0 \leq x \leq 1$$

부분에서 곡선의 길이이므로 최소인 경우는 원점 O와 점  $(1, \sqrt{3})$ 을 직선으로 연결할 때이다.

$$\therefore \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = 2$$

28) ④

$\angle AOP = \theta$ 라 하면  $\widehat{AP} = 10\theta$

A의 속력이 2이므로  $\frac{d}{dt}(10\theta) = 10 \frac{d\theta}{dt} = 2$

$$\therefore \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{5}$$

P의 좌표는  $(10\sin\theta, 10\cos\theta)$ 이므로

$$y = 10\cos\theta$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(10\cos\theta)$$

$$= 10(-\sin\theta) \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$= -2\sin\theta = -1$$

29) ③

$$a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$b = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t} - 1}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t} - 1}{2t} \times 2 = 2$$

$$\neg. f(1) = a = \frac{1}{2} \quad \therefore \text{참}$$

$$\neg. f(f(1)) = f\left(\frac{1}{2}\right) = b = 2 \quad \therefore \text{참}$$

$\subset. x < 1$ 이면  $f(x) = 2$ 이므로

$$f(f(x)) = f(2) = \frac{1}{2}$$

$x \geq 1$ 이면  $f(x) = \frac{1}{2}$ 이므로

$$f(f(x)) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1-0} f(f(x)) \neq \lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x)) \quad \therefore \text{거짓}$$

따라서, 옳은 것은  $\neg, \subset$ 이다.

30) 25

$y = 5\sqrt{\ln x}$ 에서  $\ln x \geq 0$ 이어야 하므로

$x \geq 1$

$$\therefore V = \int_1^e (\pi y^2) dx$$

$$= 25\pi \int_1^e \ln x dx$$

$$= 25\pi [x \ln x - x]_1^e$$

$$= 25\pi \times \{(e-e) - (0-1)\} = 25\pi$$

$$\therefore \frac{V}{\pi} = 25$$

31) ④

구하는 확률은

$$\frac{{}_2C_2}{{}_9C_2} + \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} + \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} = \frac{1+3+6}{36} = \frac{5}{18}$$

32) ③

$$P\left(\frac{5}{4} \leq x \leq 4\right) = P(0 \leq x \leq 4) - P\left(0 \leq x \leq \frac{5}{4}\right)$$

$$= g(4) - g\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

33) ④

$x_n = x_1 + (n-1)d$ 라 하면

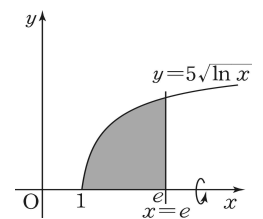
$$\neg. x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 = 5(x_1 + 4d)$$

$$x_2 + x_4 + x_6 + x_8 + x_{10} = 5(x_1 + 5d)$$

따라서, 둘의 평균은 다르다.  $\therefore$  거짓

$$\neg. x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 5(x_1 + 7d)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5(x_1 + 2d)$$





$$\therefore \frac{x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{5} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} + 5d \quad \therefore \text{참}$$

$$\therefore x_2 = x_1 + d, \quad x_4 = x_3 + d,$$

$$x_6 = x_5 + d, \quad x_8 = x_7 + d, \quad x_{10} = x_9 + d$$

이므로  $V(X+d) = V(X)$ 에서 두 자료의 분산은 같다.  $\therefore$  참

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

34) ②

$$\bar{X} \text{의 분포는 평균 } 196.8, \text{ 표준편차 } \frac{10}{\sqrt{4}} = 5$$

$$P(X \geq L) = 0.8770 = 0.5 + 0.3770 \\ = P(Z \geq -1.16) \text{이므로}$$

$$\frac{L - 196.8}{5} = -1.16$$

$$\therefore L = 196.8 - 5.8 = 191$$

35) 23

$$8, 9, 11, 12, 15 \text{의 평균은 } \frac{55}{5} = 11$$

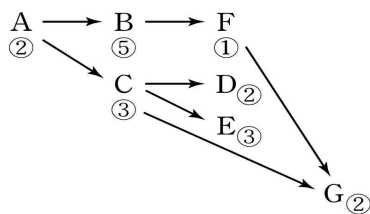
$$\text{분산은 } \frac{3^2 + 2^2 + 0^2 + 1^2 + 4^2}{5} = 6$$

$$\therefore m = 11, \left( \frac{a}{\sqrt{24}} \right)^2 = 6, \sigma = 12$$

$$\therefore m + \sigma = 23$$

36) ④

작업 순서를 그림으로 나타내면



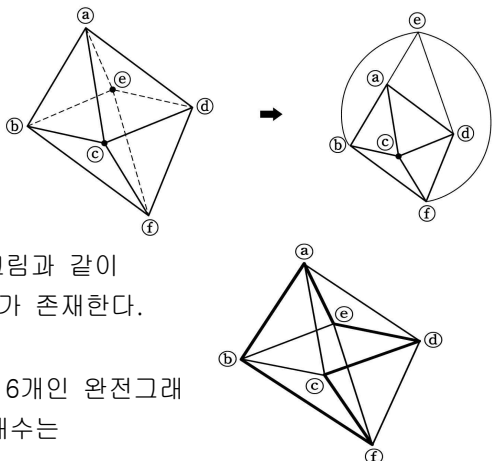
A→B→F에 필요한 최소 시간은 8일

A→C→E에 필요한 최소 시간은 8일 이므로

G까지 완료하는 데는 최소 10일이 걸린다.

37) ⑤

ㄴ. 다음과 같이 바꿀 수 있으므로 평면그래프이다.  $\therefore$  참



ㄴ. 오른쪽 그림과 같이 해밀턴회로가 존재한다.

$\therefore$  참

ㄷ. 꼭지점이 6개인 완전그래프의 변의 개수는

$${}_6C_2 = 15$$

그림의 그래프의 변의 개수는

12개이므로 ㉑-㉒, ㉓-㉔, ㉕-㉖의 3개의 변을 추가하면 완전그래프가 된다.  $\therefore$  참

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄴ, ㄷ이다.

38) ④

가능한 경우는 아래 표와 같다.

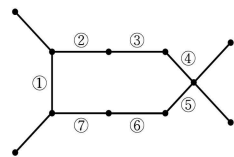
10점 개수	9점 개수	8점 개수	가지수
6	0	0	1가지
5	0, 1	1, 0	2가지
4	0, 1, 2	2, 1, 0	3가지
3	0, 1, 2, 3	3, 2, 1, 0	4가지
2	0, 1, 2, 3, 4	4, 3, 2, 1, 0	5가지
1	1, 2, 3, 4, 5	4, 3, 2, 1, 0	5가지
0	3, 4, 5, 6	3, 2, 1, 0	4가지

따라서, 구하는 경우는 24가지이다.

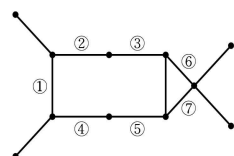
39) ②

꼭지점이 11개, 변이 13개이므로 3개의 변을 없애야 한다.

(i)  $x, y$ 의 변이 모두 삭제될 때, 7각형을 이루는 ①~⑦까지 아무 변이나 삭제되면 되므로 7(가지)

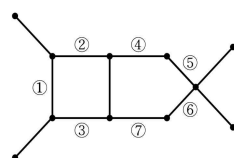


(ii)  $x$ 만 삭제될 때, ①~⑤까지 중 한, ⑥, ⑦ 중 하나의 변이 삭제되면 되므로



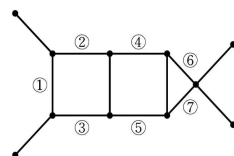
$$5 \times 2 = 10(\text{가지})$$

(iii)  $y$ 만 삭제될 때, ①~③ 중 하나, ④~⑦ 중 하나의 변이 삭제되면 되므로



$$3 \times 4 = 12(\text{가지})$$

(iv)  $x, y$ 가 모두 삭제되지 않을 때, ①~③ 중 하나, ④, ⑤ 중 하나, ⑥, ⑦ 중 하나의 변이 삭제되면 되므로



$$3 \times 2 \times 2 = 12(\text{가지})$$

따라서, (i), (ii), (iii), (iv)에서 구하는 방법은

$$7 + 10 + 12 + 12 = 41(\text{가지}) \text{이다.}$$

40) 247

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) \text{에서}$$

계차수열  $b_n = a_{n+1} - a_n$ 은 첫째항 2, 공비 2인 등비수열이다.

$$\therefore b_n = 2^n$$

$$\therefore a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k$$

$$= 1 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^7 a_n = \sum_{n=1}^7 (2^n - 1) = \frac{2(2^7 - 1)}{2 - 1} - 7$$

$$= 2^8 - 9 = 256 - 9 = 247$$