제2교시

수학 영역(가형)

전라북도교육청

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(2,\ -3)$, $\vec{b}=(-1,\ -2)$에 대하여 벡터 $\vec{a}-\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $y=-\cos x+2$의 최솟값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -2,\ 0)$, $\mathrm{B}(-1,\ -1,\ 2)$에 대하여 선분 AB의 길이는? [2점]

① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

4. $\int_0^1 e^{x+2}dx$의 값은? [3점]

① e^3-e^2 ② e^3 ③ e^3+e^2
④ e^3+2e^2 ⑤ e^3+3e^2

5. 서로 독립인 두 사건 A, B가

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{20},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{11}{20}$$

을 만족시킬 때, $|\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)|$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{3}{10}$　③ $\frac{2}{5}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{3}{5}$

6. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{a}=\frac{z-3}{b}$과 평면 $x-2y+4z-9=0$이 서로 수직으로 만날 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

7. 어느 모집단의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	b	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\frac{1}{9}$일 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{2}{9}$　② $\frac{5}{18}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{7}{18}$　⑤ $\frac{4}{9}$

8. 함수 $f(x)=x(e^{x-1}+3)$에 대하여 함수 $f(2x-1)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(f(1),\ g(f(1)))$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

9. 어느 자격증을 받기 위해서는 세 과목 A, B, C에 대한 시험에서 점수가 모두 60점 이상이어야 한다고 한다. 세 과목 A, B, C에 대한 시험에서 점수가 60점 미만일 확률이 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$인 어떤 사람이 이 시험에서 자격증을 받지 못했을 때, B 과목의 점수가 60점 미만일 확률은? (단, 세 과목에 대한 시험에서 점수를 받는 사건은 각각 서로 독립이다.) [3점]

① $\frac{9}{23}$ ② $\frac{10}{23}$ ③ $\frac{11}{23}$ ④ $\frac{12}{23}$ ⑤ $\frac{13}{23}$

10. 좌표평면에서 x, y에 대한 방정식

$$\frac{x^2}{1+k}+\frac{y^2}{1-k}=1$$

이 나타내는 곡선이 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [3점]

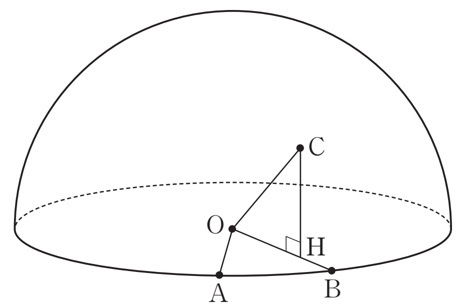
(가) 두 초점이 y축 위에 있는 쌍곡선이다.
(나) 두 초점 사이의 거리는 $2\sqrt{3}$이다.

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 좌표공간에서 두 직선 $x-1=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{3}$, $\frac{x}{3}=\frac{y-3}{2}=z+1$의 xy평면 위로의 정사영을 각각 l_1, l_2라 하자. 두 직선 l_1, l_2가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{3\sqrt{65}}{65}$ ② $\frac{4\sqrt{65}}{65}$ ③ $\frac{\sqrt{65}}{13}$ ④ $\frac{6\sqrt{65}}{65}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{65}}{65}$

12. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 4인 반구의 밑면의 둘레 위에 두 점 A, B가 있고, 반구 위에 점 C가 있다.



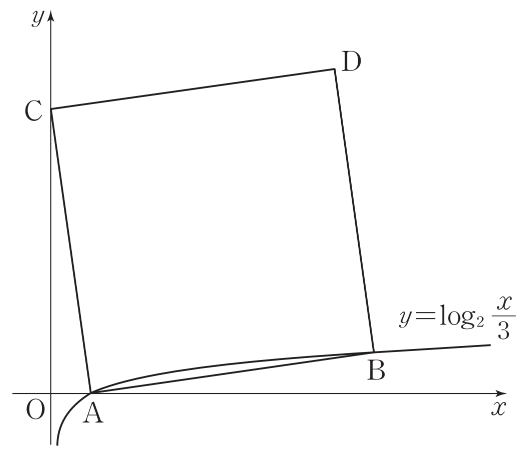
점 C에서 밑면에 내린 수선의 발 H는 선분 OB 위에 있고, $\angle\text{AOB}=\angle\text{BOC}=\frac{\pi}{6}$이다. 각 AOC의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

13. 곡선 $x^3+x+y+y^3=4$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에서의 접선의 기울기가 -1일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

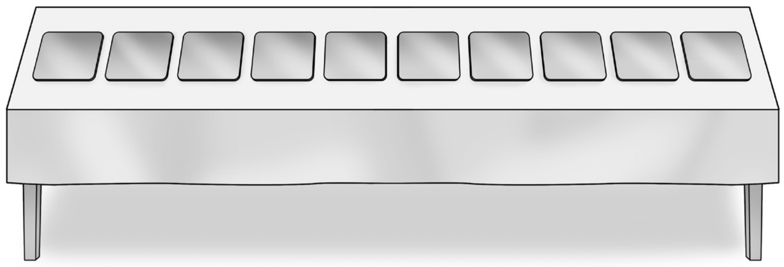
14. 그림과 같이 곡선 $y=\log_2 \dfrac{x}{3}$가 x축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=\log_2 \dfrac{x}{3}$ 위의 제1사분면에 있는 점 B와 y축 위의 점 C에 대하여 사각형 ABDC가 정사각형일 때, 점 D의 y좌표는? [4점]



① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

15. 어느 전시회장에 그림과 같이 일렬로 같은 종류의 설치대 10개가 놓여 있다. 이 10개의 설치대 중 3개의 설치대에 서로 다른 조형물을 설치하려고 한다. 조형물 사이에는 2개 이상의 빈 설치대가 있도록 조형물을 설치하는 방법의 수는? [4점]

① 100 ② 120 ③ 140 ④ 160 ⑤ 180

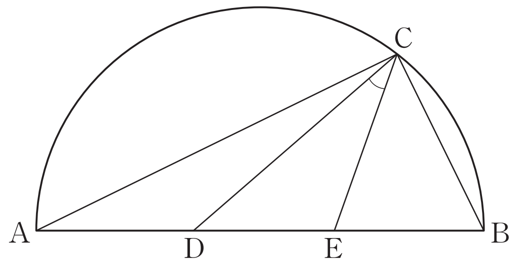


16. 다음 조건을 만족시키는 미분가능한 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(2e)$의 최댓값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

> (가) 도함수 $f'(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이다.
> (나) $0<x\le e$일 때, $f(x)=ax\ln x$이다.
> (다) e 이상의 임의의 서로 다른 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\le 4$이다.

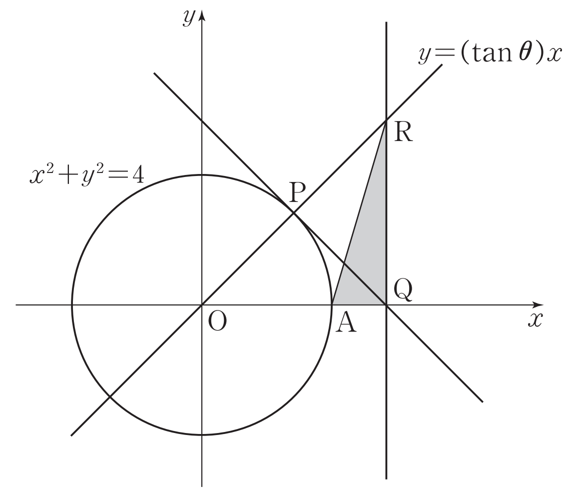
① $2e$ ② $4e$ ③ $6e$ ④ $8e$ ⑤ $10e$

17. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 $\overline{\mathrm{AC}}=2\overline{\mathrm{BC}}$가 되도록 점 C를 잡는다. 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점을 D라 하고, $\angle$BCA의 이등분선이 선분 AB와 만나는 점을 E라 하자. $\tan(\angle\mathrm{ECD})$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

18. 그림과 같이 직선 $y=(\tan\theta)x$가 원 $C : x^2+y^2=4$와 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 점 P에서의 원 C의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q를 지나고 x축에 수직인 직선이 직선 $y=(\tan\theta)x$와 만나는 점을 R라 하고, 점 A(2, 0)에 대하여 삼각형 AQR의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)}{\theta^3}$의 값은? $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{2}\text{이다.}\right)$ [4점]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

19. 1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 공이 n개 들어있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼내 적힌 숫자를 확인하고 다시 주머니에 넣는 시행을 4회 반복하여 얻은 숫자를 차례로 a, b, c, d라 하자. 다음은 세 수 a, b, c의 최댓값을 M이라 할 때, $d>M$인 경우의 수를 구하는 과정이다.

> (i) 세 수 a, b, c가 모두 같을 때,
> 서로 다른 n개의 수에서 2개를 선택하는 경우와 같으므로 $d>M$인 경우의 수는 ${}_{n}\mathrm{C}_{2}$이다.
> (ii) 세 수 a, b, c 중 두 개만 같을 때,
> $d>M$인 경우는 서로 다른 n개의 수에서 3개를 선택하여 a, b, c, d의 값을 정하는 경우와 같으므로 $d>M$인 경우의 수는 $\boxed{(가)}\times{}_{n}\mathrm{C}_{3}$이다.
> (iii) 세 수 a, b, c가 모두 다를 때,
> $d>M$인 경우의 수는 $\boxed{(나)}$이다.
> 따라서 구하는 경우의 수는 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 k라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(k)+g(k)$의 값은? (단, $n\geq4$이다.) [4점]

① 300　② 305　③ 310　④ 315　⑤ 320

20. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{nx}{9+4x^2}$$

일 때, 실수 t에 대하여 함수 $g(t)$를

$$g(t)=\begin{cases} f(t) & (|f(t)|\leq|t|) \\ t & (|f(t)|>|t|) \end{cases}$$

라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f'(0)=\dfrac{n}{9}$
ㄴ. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 자연수 n의 개수는 9이다.
ㄷ. 함수 $g(t)$가 극대 또는 극소이면서 동시에 미분가능하지 않는 실수 t가 존재하도록 하는 n의 최솟값은 16이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=e^x+\int_0^1 f(x+t)dt$이다.
(나) $f(0)=1$, $f(1)=2e+3$

$\int_1^2 xf(x)dx-\int_0^1 xf(x)dx$의 값은? [4점]

① $3e+1$ ② $3e+3$ ③ $3e+5$
④ $4e+3$ ⑤ $4e+5$

단답형

22. 함수 $f(x)=x^2-3\ln x$에 대하여 $f'(3)$의 값을 구하시오. [3점]

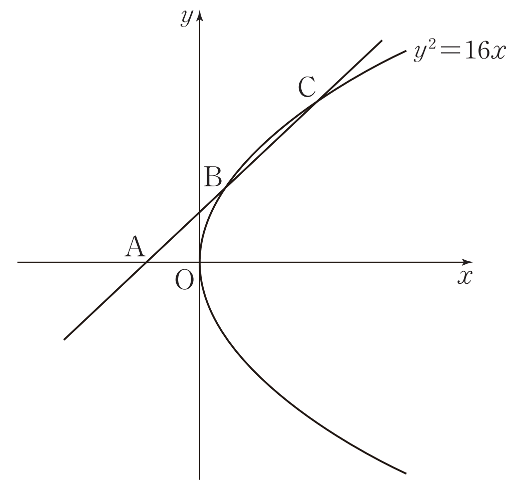
23. x에 대한 두 다항식 $(2+3x)^5$, $(kx+1)^6$의 전개식에서 x^2의 계수가 서로 같을 때, k^2의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]

24. 함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점 중 한 점의 x좌표가 4일 때, 실수 m의 값을 구하시오. [3점]

25. 양의 상수 a에 대하여 곡선

$f(x)=a\sin\dfrac{x+\pi}{3}\,(0\le x\le 6\pi)$와 직선 $y=-\dfrac{a}{2}$가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값이 6π일 때, a의 값을 구하시오. [3점]

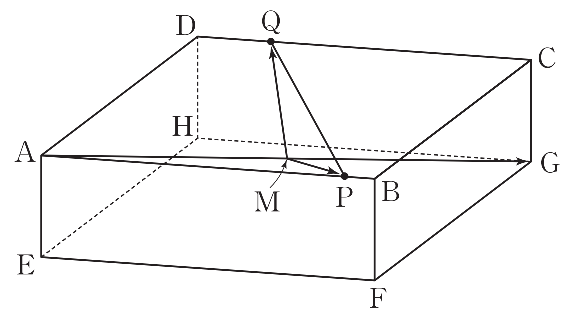
26. 그림과 같이 점 A$(-4,\ 0)$을 지나는 직선이 포물선 $y^2=16x$와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점을 각각 B, C라 하자. $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BC}}$일 때, 점 B의 좌표는 $(a,\ b)$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, $b>0$) [4점]



27. 그림과 같이 1, 2, 3, 4의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드 4장과 숫자가 적혀 있지 않은 카드 3장이 있다.

이 7장의 카드를 임의로 일렬로 나열할 때, 홀수가 적힌 카드는 홀수 번째에, 짝수가 적힌 카드는 짝수 번째에 놓일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이고 숫자가 적혀 있지 않은 카드는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

28. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{AD}}=3$, $\overline{\mathrm{AE}}=1$인 직육면체 ABCD$-$EFGH가 있다. 선분 AG의 중점을 M이라 할 때, 모서리 AB 위의 점 P와 모서리 CD 위의 점 Q에 대하여 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$는 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{MP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{MQ}}$와 모두 수직이다.
$|\overrightarrow{\mathrm{MP}}+\overrightarrow{\mathrm{MQ}}|=\frac{\sqrt{p}}{4}$일 때, 양의 상수 p의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에서 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 구 S는 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 0,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 2,\ 0)$, $\mathrm{C}(0,\ 0,\ 2)$를 지난다. (나) 구 S의 중심은 삼각형 ABC의 외접원의 중심이다.

구 S와 평면 $y=2$가 만나서 생기는 도형의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는 $\dfrac{q\sqrt{6}}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{-8x}{x^2+1} & (x\le 0) \\ f(x) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하고, 양의 실수 t에 대하여 방정식 $g(x)=t$를 만족시키는 실수 x의 최솟값을 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{t\to 4-} h(t) < \lim\limits_{t\to 4+} h(t) = 1$ (나) $\lim\limits_{t\to p+} h(t) > \lim\limits_{t\to p-} h(t) = \dfrac{4}{3}$인 양의 상수 p가 존재한다.

$27p$의 값을 구하시오. [4점]

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.