

제2교시

# 수학 영역(나형)



5지선다형

1.  $3^{-2} \times \sqrt[3]{27}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③ 3    ④ 9    ⑤ 27

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+2}{2n^2+n-1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

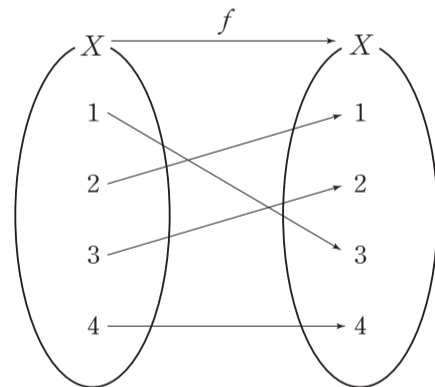
3. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{2, 3, 7\}, B = \{1, 3, 7, 9\}$$

에 대하여 집합  $A \cup B^c$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 16    ② 17    ③ 18    ④ 19    ⑤ 20

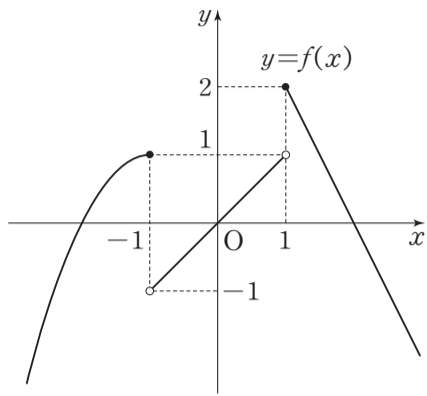
4. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(1) + (f \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

6. 방정식  $x+y+z=8$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는? [3점]

- ① 45      ② 46      ③ 47      ④ 48      ⑤ 49

7. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(B^c) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap B^c) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? (단,  $B^c$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{4}$       ②  $\frac{19}{24}$       ③  $\frac{5}{6}$       ④  $\frac{21}{24}$       ⑤  $\frac{11}{12}$

8. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3=3, \quad a_5-a_2=12$$

일 때,  $a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t>0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x=t^3+5t+2$$

이다. 점 P의 속도가 8인 시각에서의 점 P의 가속도는? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

10. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1=15$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ na_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_5+a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 24      ② 30      ③ 36      ④ 42      ⑤ 48

11.  $\frac{1}{100}$ 의 세제곱근 중 실수인 것을  $a$ 라 할 때,  $\log_{10}a$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

12. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선의 방정식이  $y=2x-3$ 일 때, 곡선  $y=(x-1)f(x)$  위의 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기는?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$$p: x^2 - 12x + 20 \leq 0,$$

$$q: x^2 \geq a$$

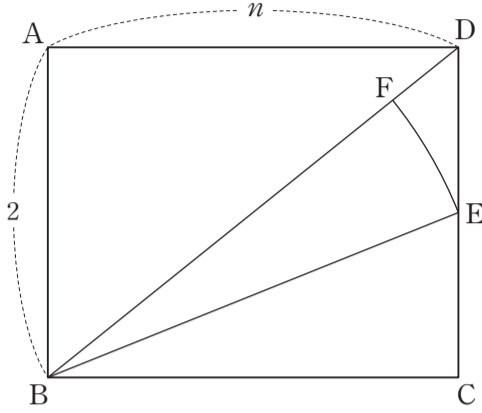
$p$ 가  $\sim q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 95      ② 97      ③ 99      ④ 101      ⑤ 103

14. 남학생 4명과 여학생 2명이 참가한 퀴즈대회에서 임의로 2명씩 3개의 조를 만들 때, 여학생 2명은 서로 다른 조에 편성될 확률은? [4점]

- ①  $\frac{8}{15}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{11}{15}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

15. 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AD}=n$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 CD의 중점을 E라 할 때, 점 B를 중심으로 하고 점 E를 지나는 원이 선분 BD와 만나는 점을 F라 하자. 선분 DF의 길이를  $a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{7}{4}$     ③ 2    ④  $\frac{9}{4}$     ⑤  $\frac{5}{2}$

16. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

$$S_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1$$

일 때,  $\sum_{k=1}^6 \frac{a_{2k}}{a_k}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{31}{32}$     ②  $\frac{63}{64}$     ③  $\frac{127}{128}$     ④  $\frac{65}{64}$     ⑤  $\frac{33}{32}$

17. 집합  $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가)  $f$ 의 역함수가 존재한다.  
 (나) 집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $xf(x)$ 의 값은 짝수이다.

- ① 18      ② 24      ③ 30      ④ 36      ⑤ 42

18. 두 함수

$$f(x) = x^4 + x^2 - (k+1)x + k,$$

$$g(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 3$$

에 대하여 방정식  $f(x) = g(x)$ 의 모든 근이 실수가 되도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

19. 집합  $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 가  $f(1)\leq f(2)\leq f(3)\leq f(4)$ ,  $f(6)<f(5)<f(4)$ 를 만족시킬 때, 다음은 치역의 원소의 개수가 4인 함수  $f$ 의 개수를 구하는 과정이다.

함수  $f$ 의 치역의 원소 중에서 가장 큰 값은  $f(4)$ 이고, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수가 4이므로  $f(4)\geq 4$ 이다. 이때  $f(4)=k(k=4, 5, 6)$ 으로 놓자.

(i)  $f(6)<f(5)<f(4)$ 이므로  $f(5), f(6)$ 의 값을 정할 때, 그 경우의 수는 이다.

(ii) 함수  $f$ 의 치역의 원소 중  $f(4), f(5), f(6)$ 이 아닌 원소를  $a$ 라 하면  $a<f(4), a\neq f(5), a\neq f(6)$ 이므로  $a$ 의 값을 정할 때, 그 경우의 수는  $(k-3)$ 이다.

(iii) (ii)의 각각의 경우에 대하여  $f(1), f(2), f(3)$ 의 값을 정할 때, 그 경우의 수는 이다.

(i), (ii), (iii)에서 구하는 함수  $f$ 의 개수는 
$$\sum_{k=4}^6 \{ \text{ (가) } \times (k-3) \times \text{ (나) } \} = \text{ (다) }$$
이다.

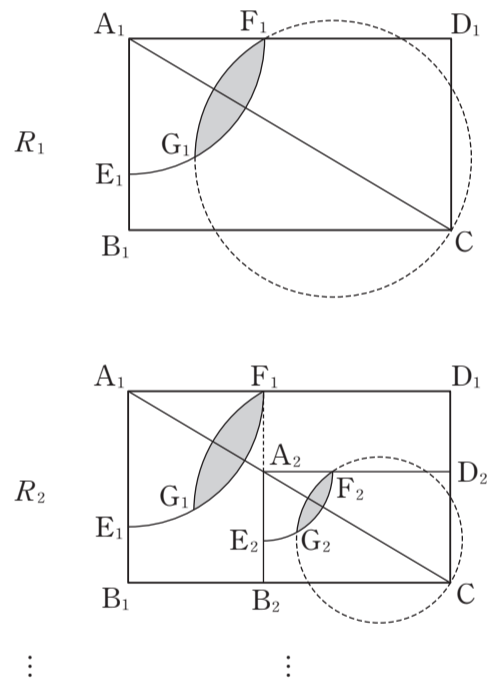
위의 (가)에 알맞은 식을  $h(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $h(p-5)+q$ 의 값은? [4점]

- ① 444    ② 448    ③ 452    ④ 456    ⑤ 460

20. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1}=1+\sqrt{3}$ ,  $\overline{B_1C}=3+\sqrt{3}$ 인 직사각형  $A_1B_1CD_1$ 이 있다. 직사각형  $A_1B_1CD_1$ 의 내부에 점  $A_1$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가  $(\sqrt{3}-1)\overline{A_1B_1}$ 인 사분원을 그릴 때, 이 사분원이 두 선분  $A_1B_1, A_1D_1$ 과 만나는 점을 각각  $E_1, F_1$ 이라 하고, 호  $E_1F_1$ 의 길이를 3등분하는 점 중에서 점  $E_1$ 에 가까운 점을  $G_1$ 이라 하자. 사분원  $A_1E_1F_1$ 의 내부와 세 점  $G_1, C, F_1$ 을 지나는 원의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점  $F_1$ 을 지나고 선분  $A_1D_1$ 에 수직인 직선이 선분  $B_1C$ 와 만나는 점을  $B_2$ 라 하고, 선분  $F_1B_2$ 와 선분  $A_1C$ 의 교점을  $A_2$ , 점  $A_2$ 에서 선분  $D_1C$ 에 내린 수선의 발을  $D_2$ 라 하자. 직사각형  $A_2B_2CD_2$ 의 내부에 점  $A_2$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $(\sqrt{3}-1)\overline{A_2B_2}$ 인 사분원을 그릴 때, 이 사분원이 두 선분  $A_2B_2, A_2D_2$ 와 만나는 점을 각각  $E_2, F_2$ 라 하고, 호  $E_2F_2$ 의 길이를 3등분하는 점 중에서 점  $E_2$ 에 가까운 점을  $G_2$ 라 하자. 사분원  $A_2E_2F_2$ 의 내부와 세 점  $G_2, C, F_2$ 을 지나는 원의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n\rightarrow\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\pi-\sqrt{3}$     ②  $2\pi-3\sqrt{3}$     ③  $2\pi-2\sqrt{3}$   
 ④  $2\pi-\sqrt{3}$     ⑤  $3\pi-2\sqrt{3}$



## 21. 두 함수

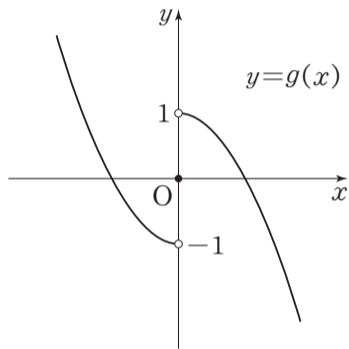
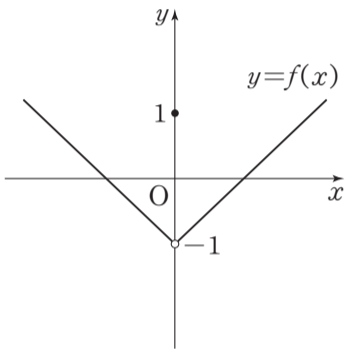
$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x < 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -x^2 + 1 & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 함수  $|f(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
- ㄴ. 함수  $\left|g(x^2) - \frac{1}{2}\right|$ 은  $x=0$ 에서 불연속이다.
- ㄷ. 함수  $f(x)g(|x-k|)$ 가  $x=k$ 에서 연속이 되도록 하는 양수  $k$ 의 개수는 1이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



## 단답형

22.  ${}_8C_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 3x + 2$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g(x) \geq 10$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = 30x^3 - f'(1)x^2 + 5$$

를 만족시킬 때,  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = a, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -6$$

(나) 방정식  $f(x) = 0$ 의 세 실근의 합은 7이다.

상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다음 조건을 만족시키는 두 집합  $A, B$ 에 대하여

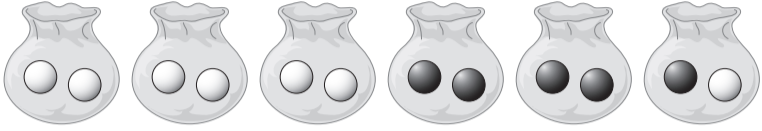
$n(A \cap B)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) n(A \cup B) = 50$$

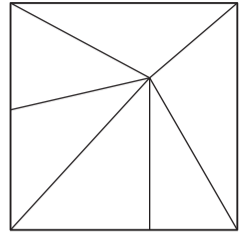
$$(나) n(B - A) = 15$$

$$(다) n(A) = n(B) + 4$$

27. 그림과 같이 6개의 주머니 중에서 3개의 주머니에는 흰 공만 2개씩 들어 있고, 2개의 주머니에는 검은 공만 2개씩 들어 있으며, 1개의 주머니에는 흰 공과 검은 공이 각각 1개씩 들어있다. 이 6개의 주머니 중에서 임의로 2개를 선택하여 두 주머니 속에 있는 공을 모두 꺼낸다. 꺼낸 공에 흰 공이 1개 이상 있을 때, 검은 공도 1개 이상 있을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 오른쪽 그림은 정사각형을 6개의 서로 다른 삼각형으로 나누어 놓은 것이다. 빨간색, 노란색, 파란색의 3가지 색을 이용하여 다음 조건에 따라 각 삼각형에 색을 칠하려고 한다.



- (가) 빨간색, 노란색, 파란색은 모두 적어도 한 번씩 칠한다.
- (나) 한 변을 공유하는 두 삼각형은 서로 다른 색으로 칠한다.

6개의 삼각형에 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.  
(단, 한 삼각형에는 한 가지 색만을 칠한다.) [4점]

29. 자연수  $k$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{-kx+2k}{x-1}, g(x) = \frac{2kx-4k}{x-1}$$

가 있다. 직선  $x=a(a>2)$ 가 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이가 자연수가 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을  $a_k$ 라 하자.  $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수  $f(x)=2x^3-3ax^2+9$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ -f(x)+18 & (x < 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선  $y=g(x)$ 와 직선  $y=x$ 의 교점의 개수는 1이다.  
 (나) 함수  $g(x)$ 의 극솟값은 양수이다.

방정식  $g(x)=x$ 의 실근을  $k$ 라 할 때,  $12(a+k)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.