

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 다항식

$$A = 3x^2 + 2xy, B = -x^2 + xy$$

에 대하여 $A+2B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 + 3xy$ ② $x^2 + 4xy$ ③ $x^2 + 5xy$
- ④ $2x^2 + 4xy$ ⑤ $2x^2 + 5xy$

2. 등식 $3x + (2+i)y = 1 + 2i$ 를 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 집합

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 3, a\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합이 8일 때, 자연수 a 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 등식 ${}_{10}P_3 = n \times {}_{10}C_3$ 을 만족시키는 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

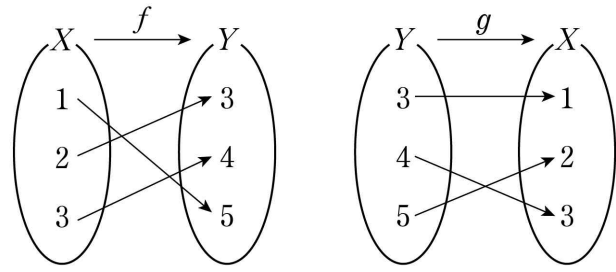
5. 이차방정식 $x^2+ax+16=0$ 이 허근을 갖도록 하는 자연수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. $a-b=2$, $ab=\frac{1}{3}$ 일 때, a^3-b^3 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

7. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3) - (f \circ g)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

8. 원 $x^2 + (y+4)^2 = 10$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하였더니 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 과 일치하였다. $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

9. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x^2 - x - y^2 = 5 \end{cases}$$

의 해가 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 직선 $x+2y+5=0$ 이 원 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ 에 접할 때, 양수 r 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$$

에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① 53 ② 54 ③ 55 ④ 56 ⑤ 57

12. 좌표평면에 세 점 $A(-2, 0)$, $B(0, 4)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로

하는 삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 삼각형 ABC 의 무게중심이 y 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

[3점]

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 9를 갖는다.
 (나) 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 직선 $2x-y+1=0$ 과 평행한 직선의 y 절편은 9이다.

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

14. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$p: x^2 - 4x - 12 = 0,$

$q: |x - 3| > k$

p 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 좌표평면에서 세 점 $A(1, 3)$, $B(a, 5)$, $C(b, c)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 OA , OB 는 서로 수직이다.
 (나) 두 점 B , C 는 직선 $y=x$ 에 대하여 서로 대칭이다.

직선 AC 의 y 절편은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

16. 좌표평면에서 곡선

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \quad (k < 0)$$

이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A , B 라 하고, 이 곡선의 두 점근선의 교점을 C 라 하자. 세 점 A , B , C 가 한 직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

17. $a < 0$ 일 때, x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x-a)^2 < a^2 \\ x^2+a < (a+1)x \end{cases}$$

의 해가 $b < x < b+1$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

18. 어느 학교에서는 ‘확률과 통계’, ‘미적분’, ‘기하’의 수학 과목 3개와 ‘물리학II’, ‘화학II’, ‘생명과학II’, ‘지구과학II’의 과학 과목 4개를 선택 교육 과정으로 운영한다. 두 학생 A, B가 이 7개의 과목 중에서 다음 조건을 만족시키도록 과목을 선택하려고 한다.

- A, B는 각자 1개 이상의 수학 과목을 포함한 3개의 과목을 선택한다.
- A가 선택하는 3개의 과목과 B가 선택하는 3개의 과목 중에서 서로 일치하는 과목의 개수는 1이다.

다음은 A, B가 과목을 선택하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

A, B가 선택하는 과목 중에서 서로 일치하는 과목이 수학 과목인 경우와 과학 과목인 경우로 나누어 구할 수 있다.

(i) 서로 일치하는 과목이 수학 과목일 때
 3개의 수학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_1=3$
 위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A가 2개를 선택하고, 나머지 4개의 과목 중에서 B가 2개를 선택하는 경우의 수는 (가)
 이때의 경우의 수는 $3 \times$ (가)

(ii) 서로 일치하는 과목이 과학 과목일 때
 4개의 과학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_1=4$
 위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A, B는 수학 과목을 1개 이상 선택해야 하므로 다음 두 가지 경우로 나눌 수 있다.

(ii-1) A, B 모두 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는 $({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) = 36$

(ii-2) A, B 중 한 명은 수학 과목 2개를 선택하고, 다른 한 명은 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는 (나)
 이때의 경우의 수는 $4 \times (36 +$ (나) $)$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $3 \times$ (가) $+ 4 \times (36 +$ (나) $)$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① 102 ② 108 ③ 114 ④ 120 ⑤ 126

19. 자연수 n 에 대한 조건

‘ $2 \leq x \leq 5$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 - 8x + n \geq 0$ 이다.’

가 참인 명제가 되도록 하는 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

20. 세 집합

$X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 3, 4, 5\}$, $Z = \{3, 4, 5\}$

에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 f 는 일대일대응이다.

(나) $x \in (X \cap Y)$ 이면 $g(x) - f(x) = 1$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

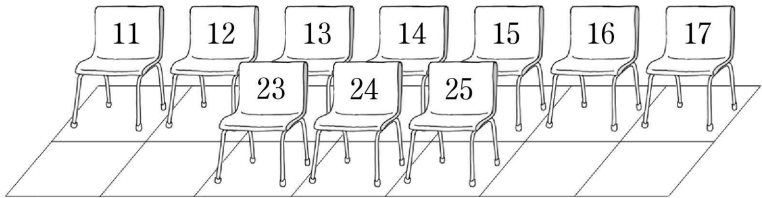
ㄱ. 함수 $g \circ f$ 의 치역은 Z 이다.

ㄴ. $f^{-1}(5) \geq 2$

ㄷ. $f(3) < g(2) < f(1)$ 이면 $f(4) + g(2) = 6$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 좌석 번호가 적힌 10 개의 의자가 배열되어 있다.



두 학생 A, B를 포함한 5명의 학생이 다음 규칙에 따라 10개의 의자 중에서 서로 다른 5개의 의자에 앉는 경우의 수는? [4점]

- (가) A의 좌석 번호는 24 이상이고, B의 좌석 번호는 14 이하이다.
- (나) 5명의 학생 중에서 어느 두 학생도 좌석 번호의 차가 1이 되도록 앉지 않는다.
- (다) 5명의 학생 중에서 어느 두 학생도 좌석 번호의 차가 10이 되도록 앉지 않는다.

- ① 54 ② 60 ③ 66 ④ 72 ⑤ 78

단답형

22. 다항식 $x^3 + x^2 - 2x$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(7)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 7개의 문자 c, h, e, e, r, u, p를 모두 일렬로 나열할 때,
2개의 문자 e가 서로 이웃하게 되는 경우의 수를 구하시오.

[3점]

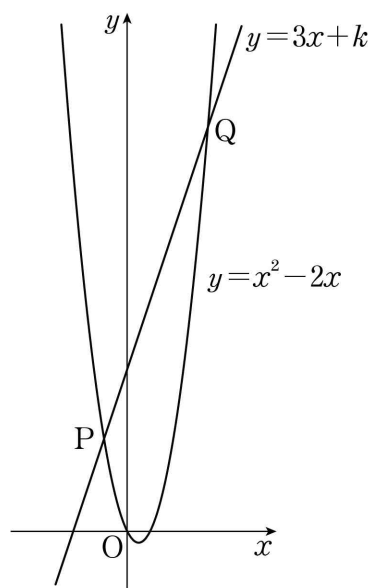
25. 다항식 $(x+2)(x-1)(x+a)+b(x-1)$ 이 x^2+4x+5 로
나누어떨어질 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는
상수이다.) [3점]

26. 삼차방정식

$$x^3 - 5x^2 + (a+4)x - a = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a 의
값의 합을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = x^2 - 2x$ 와 직선 $y = 3x + k (k > 0)$ 이 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ를 1:2로 내분하는 점의 x 좌표가 1일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, 점 P의 x 좌표는 점 Q의 x 좌표보다 작다.) [4점]



28. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $A = \{3, 4, 5\}, A^c \cup B^c = \{1, 2, 4\}$
- (나) $X \subset U$ 이고 $n(X) = 1$ 인 모든 집합 X 에 대하여 집합 $(A \cup X) - B$ 의 원소의 개수는 1이다.

29. 원 $(x-a)^2 + (y+a)^2 = 9a^2$ ($a > 0$)과 x 축이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 ABP의 넓이가 $8\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 원 위의 점 P의 개수가 3일 때, 이 3개의 점을 각각 P_1, P_2, P_3 이라 하자. 삼각형 $P_1P_2P_3$ 의 넓이를 S 라 할 때, $a \times S$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x) = \frac{bx}{x-a}$ ($a > 0, b \neq 0$)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f(x+2a)+a & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 실수 t 에 대하여 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 의 교점의 개수를 $h(t)$ 라 하면, 상수 k 에 대하여

$$\{t \mid h(t)=1\} = \{t \mid -9 \leq t \leq -8\} \cup \{t \mid t \geq k\}$$

이다. $a \times b \times g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.