

문항카드 11

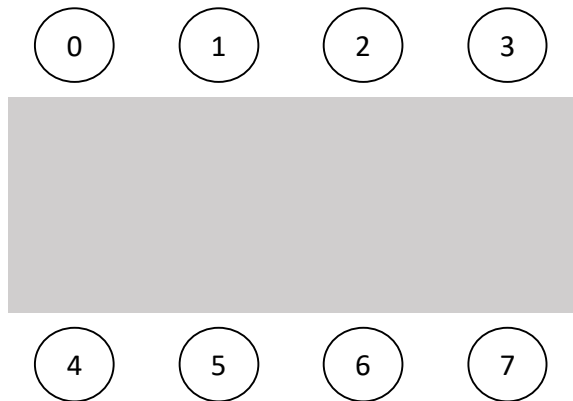
1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수, 순열
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

다음 상황에 기초하여 문제에 답하시오.

아래와 같이 번호가 부여된 8개의 의자가 있다. 1번부터 7번까지의 서로 다른 등번호를 부여받은 7명의 사람들을 7개의 의자에 앉히려고 한다.



단, 자리를 배치할 때, 다음의 조건을 모두 만족하여야 한다.

- 한 의자에 2명 이상 앉을 수 없다.
- 모든 사람은 본인의 등번호보다 큰 번호의 의자에 앉을 수 없다.
- 등번호가 5번인 사람은 4번, 5번 의자 중 하나에 앉아야 한다.
- 등번호가 6번인 사람은 4번, 5번, 6번 의자 중 하나에 앉아야 한다.
- 등번호가 7번인 사람은 6번, 7번 의자 중 하나에 앉아야 한다.

[문제 1] 자리를 배치하는 경우의 수를 구하시오. [20점]

3. 출제 의도

주어진 상황에서 가능한 모든 경우의 수를 논리적으로 사고하여 정확하게 계산하는 문제이다. 본 문제에서는 여러 조건 하에서 등번호와 의자번호를 매칭하는 경우의 수를 계산할 수 있는가를 평가한다. 이 과정 중에서 경우의 수, 순열 개념이 사용된다. 본 문제는 경우의 수의 개념 및 순열의 의미 및 순열의 수 계산능력을 평가하며 난이도는 ‘중,하’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 & 문제	[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다. [수학] - (5) 확률과 통계 - ② 순열과 조합 [10수학05-02] 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	262-271
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	258-267
	수학	권오남 외	교학사	2020	255-267

5. 문항 해설

등번호와 의자를 매칭하는 문제는 일대일 함수를 찾는 문제로 볼 수 있다. 일반적으로 정의역에 m 개 원소가 있고, 공역에 n 개의 원소가 있을 때, 가능한 일대일 함수의 개수는 ${}_n P_m$ 이다. 하지만, 주어진 조건들을 만족하도록 하는 경우를 찾아야 하므로, 먼저 등번호가 5번, 6번, 7번인 사람이 앉을 수 있는 6개의 경우를 찾아내야 한다. 그 다음, 각 경우 하에서 나머지 4명의 사람과 5개의 의자를 매칭하는 경우를 순열을 이용하여 계산한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	[채점요소] 모든 경우의 수를 잘 나열할 수 있는가? 순열을 계산할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 등번호 5번, 6번, 7번이 앉을 수 있는 경우 6개를 모두 찾은 경우: +10점 6개 경우에 대한 경우의 수를 바르게 계산한 경우: +10점 - 남은 자리 {0,1,2,3,4}인 경우에 해당하는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 개를 못찾은 경우 : 2점 감점 - 그 외의 5개 경우 : 각 1점 감점 ※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1 점 추가 점수 부여 가능함.	20

7. 예시 답안

먼저, 등번호가 5번, 6번, 7번인 사람의 자리를 고려하면 아래의 6가지 경우가 있다.

등번호	5	6	7	남은 자리
자리번호	4	5	6	{0,1,2,3,7}
	4	5	7	{0,1,2,3,6}
	4	6	7	{0,1,2,3,5}
	5	4	6	{0,1,2,3,7}
	5	4	7	{0,1,2,3,6}
	5	6	7	{0,1,2,3,4}

나머지 사람인 등번호 1,2,3,4번의 사람이 앉을 수 있는 경우를 고려해보자.

예를 들어, 남은 자리가 {0,1,2,3,7}인 경우는 다음과 같이 계산된다.

- 등번호 1번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 2가지 (0번 자리, 1번 자리)
- 등번호 2번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 2가지 (0번, 1번, 2번 자리 중 등번호 1번이 선택하지 않은 자리)
- 등번호 3번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 2가지 (0번, 1번, 2번, 3번 자리 중 등번호 1번, 2번이 선택하지 않은 자리)
- 등번호 4번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 1가지 (0번, 1번, 2번, 3번 자리 중 등번호 1번, 2번, 3번이 선택하지 않은 자리)

따라서, 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$ 이다.

위의 계산과정을 모든 경우에 대해 반복하면 아래와 같이 계산된다.

등번호	5	6	7	남은 자리	1,2,3,4번이 앉을 수 있는 경우의 수
자리번호	4	5	6	{0,1,2,3,7}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	4	5	7	{0,1,2,3,6}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	4	6	7	{0,1,2,3,5}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	5	4	6	{0,1,2,3,7}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	5	4	7	{0,1,2,3,6}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	5	6	7	{0,1,2,3,4}	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

따라서, 모든 경우의 수는 $8 \times 5 + 16 = 56$ 이다.

문항카드 12

1. 일반정보					
유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사				
전형명	수시 모집 논술				
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(수학) / 문제 2				
출제 범위	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; padding: 5px;">수학과 교육과정 과목명</td> <td style="padding: 5px;">문제 2-1: 미적분 문제 2-2: 수학 II, 기하</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">핵심 개념 및 용어</td> <td style="padding: 5px;">문제 2-1: 합성함수의 미분, 곡선의 길이 문제 2-2: 평면벡터의 내적, 함수의 극대와 극소</td> </tr> </table>	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 미적분 문제 2-2: 수학 II, 기하	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 합성함수의 미분, 곡선의 길이 문제 2-2: 평면벡터의 내적, 함수의 극대와 극소
수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 미적분 문제 2-2: 수학 II, 기하				
핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 합성함수의 미분, 곡선의 길이 문제 2-2: 평면벡터의 내적, 함수의 극대와 극소				
예상 소요 시간	30분				

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 두 점 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ 에 대하여 벡터 \overrightarrow{AB} 는 $(b_1 - a_1, b_2 - a_2)$ 로 주어진다.
- 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a)=0$ 이고, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이다.

[문제 2-1] 좌표평면 위의 곡선 $9y^2 = 64(1 - \sqrt{x})^3$ 의 길이를 구하시오. (단, $x \geq \frac{1}{2}$, $y \geq 0$ 이다.)

[10점]

[문제 2-2] 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음의 조건을 만족하면서 연속적으로 움직인다고 하자.

(가) 점 $P(x, y)$ 는 시각 $t=0$ 일 때, $(\sqrt{2}, 0)$ 에서 출발하여 타원 $x^2 + 2y^2 = 2$ 를 따라 반시계방향으로 움직이기 시작한다.

(나) 점 $P(x, y)$ 는 시각 t ($t \geq 0$) 일 때, 타원 $x^2 + 2y^2 = 2$ 의 두 초점 A 와 B 에

대하여 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)}$ 을 만족한다.

삼각형 PAB 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 최댓값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 2-1] 함수의 방정식으로부터 주어진 함수의 정의역을 찾을 수 있는지를 평가한다. 곡선의 길이를 미분과 적분을 이용하여 정적분으로 표현할 수 있는지, 그리고 표현한 정적분을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 좌표평면에서 운동하는 점의 좌표를 평면벡터의 내적과 타원의 방정식을 이용하여 (시간)변수로 매개화된 함수로 적절하게 표현할 수 있는지를 평가한다. 그리고 도함수를 활용하여 함수의 극솟값과 극댓값을 찾고 이를 이용하여 함수의 최댓값을 구하는 과정을 이해하는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.
문제 2-2	[기하] - (2) 평면벡터 - ② 평면벡터의 성분과 내적 [12기하02-03] 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다. [수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	김원경 외	비상교육	2019	80
	미적분	이준열 외	천재교육	2021	89
	기하	김원경 외	비상교육	2019	80
	기하	홍성복 외	지학사	2019	87
	수학 II	황선욱 외	미래엔	2019	87
	수학 II	고성은 외	신사고	2020	85

5. 문항 해설

[문제 2-1]

정적분을 이용하여 곡선의 길이를 구하는 문제는 고등학교 미적분학에서 핵심적으로 다루는 미분과 적분의 응용 문제이다. 본 문항에서는 주어진 함수에 의해 결정된 곡선의 길이를 미분과 적분을 이용해 표현하는 방법을 알고 직접 계산을 수행할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2]

기하에서 배운 내적의 개념을 실제 문제에 적용하여 좌표평면의 점의 운동을 매개변수로 표현할 수 있는지를 평가한다. 또한 이를 이용하여 함수의 극대와 극소를 찾고 최댓값을 찾을 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	<p>x 범위 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 를 얻으면 +2점</p> <p>미분을 계산하여 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}$ 을 얻으면 +3점</p> <p>곡선의 길이를 적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ 를 이용해 구할 수 있다는 것을 알고 있으면 +1점</p> <p>적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ 를 계산하여 정답을 얻으면 +4점 (부호에 오류가 있는 경우 2점 감점)</p>	10
2-2	<p>내적의 정의와 조건 (나)를 이용하여 관계식 $\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)} = -1+x^2+y^2$ 를 얻으면 +3점</p> <p>조건 (가)를 이용하여 $\{y(t)^2\} = \frac{2t+t^2}{2(1+t+t^2)}$ 를 얻으면 +3점</p> <p>$\{y(t)^2\}$를 도함수 $\{y(t)^2\}' = \frac{2+2t-t^2}{2(1+t+t^2)^2}$ 를 얻으면 +3점</p> <p>극대, 극소를 판정하여 최종적으로 정답 $\frac{3+2\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 얻으면 +6점</p>	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
 ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안

[문제 2-1]

주어진 식으로부터 x 의 범위 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 를 얻는다. 그리고 합성함수 $y = \frac{8}{3}(1-\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}$ 를 미분하여 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}$ 을 얻는다. (또는 음함수 미분법을 이용하여 동일한 결과를 얻을 수 있다.) 마지막으로 다음과 같이 적분을 계산하여 해당 곡선의 길이를 구한다.

$$\begin{aligned} \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\frac{4(1-\sqrt{x})}{x}} dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2} dx \\ &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{2}{\sqrt{x}}-1\right) dx = \frac{7}{2}-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

[문제 2-2]

조건 (나)로부터

$$\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = (-1-x, -y) \cdot (1-x, -y) = -1+x^2+y^2$$

을 얻은 후, (가)의 타원 방정식을 대입하여

$$\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)} = -1+(2-2y^2)+y^2 = 1-y^2 \Rightarrow \{y(t)^2\} = \frac{2t+t^2}{2(1+t+t^2)}$$

를 구한다. 이때 삼각형 PAB의 넓이는 $y(t)$ 이므로 $\{y(t)\}^2$ 의 최댓값을 구하면 된다. $\{y(t)\}^2$ 의

최댓값을 구하기 위하여 $\{y(t)\}^2$ 의 미분을 계산하면 $\{y(t)^2\}' = \frac{2+2t-t^2}{2(1+t+t^2)^2}$ 이므로, $t=1+\sqrt{3}$

일 때 $\{y(t)\}^2$ 의 최댓값 $\{y(1+\sqrt{3})\}^2 = \frac{3+2\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 가진다는 것을 알 수 있다.

문항카드 13

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I(수학) / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 수학 II, 미적분 문제 3-2: 수학, 미적분
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 함수의 극대, 극소 문제 3-2: 이차방정식, 치환적분, 부분적분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 함수 $f(x)$ 는 이 닫힌구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 두 함수 $f(x), g(x)$ 의 도함수가 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$
- 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $x=g(t)$ 로 놓으면 $\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$ 이다.

[문제 3-1] 좌표평면 위의 두 점 $A(a, 0), B(b, b^2 + 1)$ 과 원점 O 가 이루는 삼각형 OAB 의 넓이가 4라고 하자. 이때 $20(2a + b^2) - (2a + b^2)^2$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 을 각각 구하시오. (단, $a \geq 1$ 이다.) [10점]

[문제 3-2] $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 는 다음을 만족한다.

(가) $(f(x))^2 \cos^2 x - 2f(x)(1 + \sin x) \cos x + (1 + \sin x)^2 \cos^2 x = 0$

(나) $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

이때 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \{f'(x) \cos x - f(x) \sin x\} e^{\sin x} dx$ 의 값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 3-1] 닫힌 구간에서 정의된 연속함수가 최댓값, 최솟값을 가짐을 알고 미분과 이차방정식을 이용하여 최댓값, 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 주어진 $f(x)$ 에 대한 이차방정식을 완전제곱식으로 풀어서 $f(x)$ 를 구하고, 주어진 정적분을 치환, 부분적분 등을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제 3-2	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다. [미적분] - (3) 적분법 - ① 여러가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분을 이해하고 이를 활용할 수 있다. [12미적03-02] 부분적분을 이해하고 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	배종숙 외	금성출판사	2019	38-41, 87-91
	미적분	이준열 외	천재교육	2019	147-159
	수학	배종숙 외	금성출판사	2019	58-62

5. 문항 해설

[문제 3-1] 문제의 조건으로부터 a 의 범위를 알아내고 닫힌 구간에서 정의된 연속함수가 최댓값, 최솟값을 가짐을 이용한다. 미분을 통해 극대, 극소를 구하고 구간 양 끝점의 값과 비교하여 최댓값, 최솟값 구한다. 이후 이차방정식을 이용하여 문제에서 요구하는 최댓값, 최솟값을 구한다.

[문제 3-2] 주어진 식이 $f(x)$ 에 대한 이차방정식임을 알아낸다. 완전제곱식으로 풀어서 $f(x)$ 를 구하고, 주어진 정적분을 치환, 부분적분 등을 이용하여 구한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 3-1	$a(b^2+1)=8$ 와 $1 \leq a \leq 8$ 보이면 +4점 $7 \leq 2a+b^2 \leq 16$ 보이면 +4점 $M=100, m=64$ 보이면 +2점	10
문제 3-2	$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2$ 구하면 +8점 치환적분 (+3점), 부분적분 (+3점), 계산결과 \sqrt{e} (+1점) 합하여 +7점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]

넓이 조건에서 $a(b^2 + 1) = 8$ 이 나온다. $1 + b^2 \geq 1$ 이므로 $a \leq 8$ 이고 범위 $1 \leq a \leq 8$ 을 얻을 수 있다. $a(b^2 + 1) = 8$ 을 대입하면 $2a + b^2 = 2a + \frac{8}{a} - 1 = f(a)$ 이 되고 미분하여 $a = 2$ 에서 최솟값 $f(2) = 7$ 을 갖고 $f(1) = 9$, $f(8) = 16$ 이므로 $7 \leq 2a + b^2 \leq 16$ 이다. 이 구간에 대하여 $20(2a + b^2) - (2a + b^2)^2$ 은 $2a + b^2 = 10$ 에서 최댓값 $M = 100$ 을 가지고 $2a + b^2 = 16$ 에서 최솟값 $m = 64$ 을 갖는다.

[문제 3-2]

조건 (가)에서 주어진 식을 $(1 + \sin x)^2$ 로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면 $\frac{\cos x}{1 + \sin x} f(x) = 1 \pm \sin x$ 이고 조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2 \quad (*)$$

$f'(x) \cos x - f(x) \sin x = (f(x) \cos x)'$ 을 고려하고 (*)을 쓰면

$$(f(x) \cos x)' = ((1 + \sin x)^2)' = 2(1 + \sin x) \cos x \text{ 이므로}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (f'(x) \cos x - f(x) \sin x) e^{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2(\sin x + 1) \cos x e^{\sin x} dx \text{ 이고 } \sin x = t \text{로 치환적분하면}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} 2(t+1) e^t dt \text{이 되고 부분적분하면 } \sqrt{e} \text{가 된다.}$$

[문제 3-2 별해]

조건 (가)에서 주어진 식을 $f(x)$ 에 대한 이차방정식으로 보고 풀어서 정리하면

$$f(x) = \frac{(1 + \sin x)(1 \pm \sin x)}{\cos x} \text{ 이다.}$$

(또는 주어진 식을 $(1 + \sin x)^2$ 로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면 $\frac{\cos x}{1 + \sin x} f(x) = 1 \pm \sin x$ 이다.)

조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2 \quad (*)$$

$f'(x) \cos x - f(x) \sin x = (f(x) \cos x)'$ 을 고려하여 부분적분하면

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (f'(x) \cos x - f(x) \sin x) e^{\sin x} dx = [f(x) \cos x e^{\sin x}]_0^{\frac{\pi}{6}} - \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) \cos x e^{\sin x} \cos x dx$$

을 얻고 방정식 (*)를 이용하면

$$[(1 + \sin x)^2 e^{\sin x}]_0^{\frac{\pi}{6}} - \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) \cos x e^{\sin x} \cos x dx = \left(\frac{9}{4} \sqrt{e} - 1\right) - \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \sin x)^2 e^{\sin x} \cos x dx$$

이다. $1 + \sin x = t$ 로 치환적분하면

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \sin x)^2 e^{\sin x} \cos x dx = \int_1^{\frac{3}{2}} t^2 e^{t-1} dt = \frac{5}{4} e^{\frac{1}{2}} - 1 \text{이다. 답은 } \sqrt{e} \text{이다.}$$

문항카드 14

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	생명과학 탐구 방법, 노폐물의 배설, 항상성
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

<p>(가) 가설이란 관찰을 통해 인식한 문제를 해결하기 위한 잠정적인 답이다. 가설은 예측 가능해야 하고, 옳은지 그른지 실험이나 관찰을 통해 확인할 수 있어야 한다. 가설을 검증하기 위하여 탐구를 설계하고 수행한다. 탐구를 수행할 때는 대조군을 설정하고 실험군과 비교하는 대조 실험을 하여 실험 결과의 타당성을 높여야 한다. 실험에 관계되는 요인을 변인이라고 하는데, 변인에는 독립변인과 종속변인이 있다. 이처럼 자연 현상에서 문제를 인식하고 가설을 세워 이를 실험적으로 검증하는 탐구 방법을 가설을 활용한 연역적 탐구 방법이라고 한다.</p> <p>(나) 세포가 세포 호흡을 통해 에너지를 전환하는 과정에서 여러 가지 노폐물이 생성된다. 배설은 이산화 탄소, 물, 암모니아와 같이 물질대사의 결과로 생성된 노폐물이나 독성 물질을 몸 밖으로 내보내는 과정이다. 암모니아는 독성이 강해 간에서 물질대사를 통해 독성이 약한 요소로 전환된다. 물질대사의 결과로 생성되는 물질 중 여분의 물과 요소는 순환계를 통해 배설계로 이동하며, 배설계에서는 혈액 속의 요소를 걸러 내어 물과 함께 오줌으로 배설한다. 이처럼 노폐물의 배설 과정은 물질대사와 호흡계, 순환계, 배설계의 통합 작용으로 일어난다. 물질대사의 결과로 생성된 노폐물이 배설되지 못하면 세포나 조직이 해를 입는다.</p> <p>(다) 말초 신경계는 구심성 뉴런과 원심성 뉴런으로 나눌 수 있다. 감각기에서 받아들인 자극은 구심성 뉴런을 통해 중추 신경계로 전달되고, 중추 신경계에서 내린 반응 명령은 원심성 뉴런을 통해 근육이나 분비샘 등의 반응기로 전달된다. 원심성 뉴런으로 구성된 신경계는 체성 신경계와 자율 신경계로 구분된다. 체성 신경계는 대뇌의 지배를 받아 의식적인 골격근의 반응을 조절한다. 자율 신경계는 대뇌의 영향을 직접 받지 않고 간뇌, 중간뇌, 연수의 조절을 받아 몸의 기능을 조절하는데, 자율 신경계의 말단이 내장 기관, 혈관, 분비샘에 분포하여 주로 소화, 순환, 호흡 운동과 호르몬 분비 등 생명 유지에 필수적인 기능을 조절한다.</p> <p>(라) 교감 신경과 부교감 신경은 대부분 내장 기관에 같이 분포하면서 서로 반대 효과를 나타내는 길항 작용을 한다. 일반적으로 교감 신경은 위기 상황에 처했을 때 몸 상태를 위기 상황에 대처할 수 있도록 긴장 상태로 만들어 주고, 부교감 신경은 이를 원래 상태로 되돌리는 작용을 한다. 사람이 위험한 상황에 처하거나 스트레스를 받으면 교감 신경이 활성화되어 부신 속질에서 에피네프린의 분비가 촉진된다. 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하는 과정을 촉진하고, 분해된 포도당을 혈액으로 방출하여 혈당량을 높인다. 또한 교감 신경의 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장 박동이 촉진되며, 호흡이 빨라진다. 그리고 위급한 상황이 지나가면 부교감 신경이 원래의 편안한 상태로 회복시켜 준다. 자율 신경의 길항 작용은 항상성에 매우 중요한 역할을 한다. 간뇌의 시상 하부는 체내 상태의 변화가 감지되면 자율 신경을 통해 내장 기관의 기능과 호르몬 분비를 조절하여 체내 상태를 일정하게 유지한다.</p>
--

[문제 4-1] 고혈압 치료제 후보 물질들이 기관계 상호작용에 어떤 영향을 주는지 확인하기 위해 다음과 같은 실험을 진행하였다.

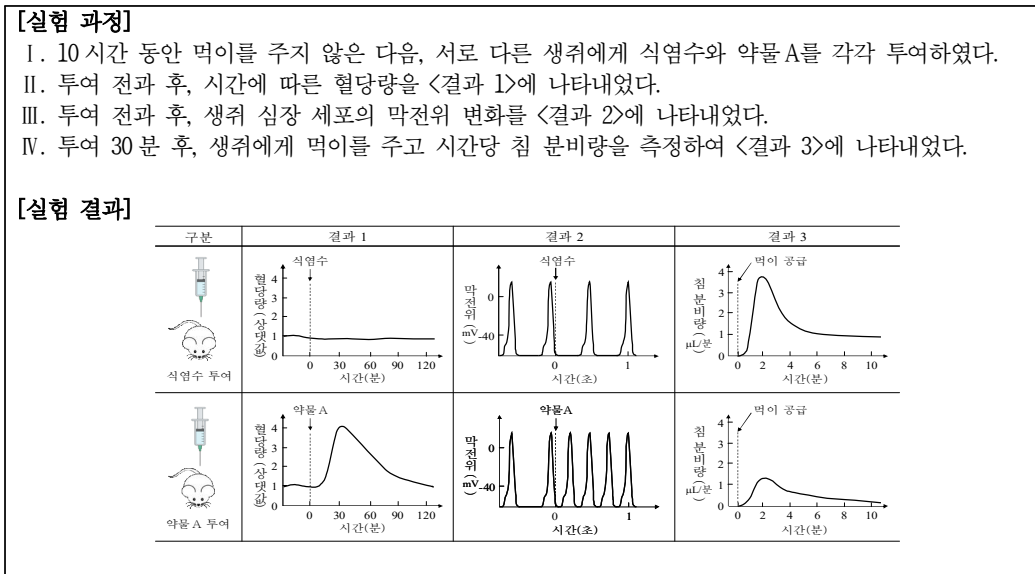
[실험 과정]
 I. 고혈압 치료제 후보 물질 X와 Y를 각각 용매 S에 녹여 약물 A와 B를 만든 후, 서로 다른 생쥐에게 혈관을 통해 약물을 주입하였다.
 II. 약물 주입 2일 후, 생쥐의 각 기관의 물질 함유량을 물질 분석기를 이용하여 측정하고, 그 결과를 <표 1>에 정리하였다.

<표 1> 물질 분석 결과 (수치는 상댓값)

물질	산소			이산화 탄소			요소			암모니아			물		
	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B
근육	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
간	1.0	1.1	1.1	1.0	1.2	1.1	1.0	2.1	1.2	1.0	1.1	1.1	1.0	1.0	1.0
콩팥	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.1	1.0	20.3	20.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.2
폐	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.2

[4-1] 위의 실험 결과를 종합적으로 해석하여 고혈압 치료제 후보 물질 X와 Y 가운데 인체에 보다 안전하게 사용할 수 있는 물질은 무엇인지와 그 이유를 논리적으로 제시하고, 이 실험 결과의 타당성을 높이기 위해서는 어떤 실험을 추가해야 하는지 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

[문제 4-2] 다음은 저혈당 치료제로 개발 중인 약물 A의 효능을 보기 위해 진행한 실험 과정과 결과를 나타낸 것이다.



[4-2] 위 실험 결과를 통합적으로 해석하고, 약물 A가 생쥐에게 어떤 영향을 주는지 설명하시오. 또한 제시문 (다)와 (라)를 바탕으로 약물 A를 투여한 생쥐에서 시간에 따른 혈당량 변화의 이유를 논리적으로 설명하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

우리 몸에서 소화계, 순환계, 호흡계, 배설계는 서로 다른 기능을 수행하면서도 유기적으로 연결되어 생명 활동에 필요한 에너지를 얻기 위해 통합적으로 작용한다. 따라서 한 기관계에 이상이 생기면 생명 활동이 정상적으로 일어나기 어렵다. [문제 4-1]에서는 순환계를 통한 물질의 이동과 배설계를 통한 노폐물의 배출에 대한 생명체의 항상성을 이해하고, 노폐물이 특정 조직이나 기관에 쌓이게 되면 생명체의 항상성이 깨져 문제가 일어날 수 있음을 이해하고 있는지 확인하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 이해하고, [실험 과정]에 주어진 내용을 해석하면 치료제 후보 물질 X와 Y는 모두 용매 S에 녹인 다음 생쥐에 주입했음을 알 수 있다. <표 1>의 결과를 분석하여 산소, 이산화 탄소, 물의 비율은 약물을 처리하지 않은 실험군과 처리한 군에서의 차이를 발견하고, 조직 안에서 물질의 축적이 미칠 영향에 대해서 제시문과 <표 1>의 해석을 통해 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 실험 설계에서 물질 X와 Y를 용매 S에 녹여 주입하여서 <표 1>에 나타난 결과가 용매 S에 의한 것인지 물질 X, Y에 의한 것인지 정확히 알 수 없다. A, B 처리 시 모두 콩팥에 요소 노폐물이 축적되는 현상이 관찰되었는데, 이 현상이 용매 S에 의한 것이라면 B가 실제 치료제로 활용할 수 있는 가능성이 높으며, 제시문 (가)를 활용하여 용매 S만을 처리한 대조군 실험을 다시 진행하여야 할 것이다. 이를 통해 실제 측정된 물질 검사 결과와 실험 설계 방법을 활용하여 주어진 실험 결과 상황 속에서 논리적으로 추론하고, 새로운 방법을 제시할 수 있는지 확인하고자 하였다.

[생명과학 문제 4-2]

진핵생물의 유전자 발현 및 조절 과정을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 진핵생물의 전사 인자는 다른 유전자의 프로모터에 결합함으로써 유전자의 발현을 촉진하거나 억제할 수 있고, 유전자의 발현은 전사와 번역 과정을 통해 이루어지는 것을 이해하는지와 제한 효소의 개념을 파악하고 있는지를 통합적으로 평가하고자 하였다. 특히 전사 인자는 프로모터에만 결합한다는 단서와 전사 인자가 결합한 DNA의 경우 제한 효소가 작용하지 못한다는 단서를 조합하여 암세포에서만 발현하고 있는 유전자 a와 b가 항암제 X와 Y에 의해 어떻게 영향을 받는지를 찾는 문제이며, 문제 해결 과정을 통해 통합 추론 능력을 확인하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	생명과학 I (1) 생명과학의 이해 [12생과 I 01-02] 생명과학의 통합적 특성을 이해하고, 다른 학문 분야와의 연계성을 들어 설명할 수 있다. [12생과 I 01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다.

	(나)	생명과학 I (2) 사람의 물질대사 [12생과 I 02-02] 세포 호흡 결과 발생한 노폐물의 배설 과정을 물질대사와 관련하여 설명할 수 있다.
	(다)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-03] 중추 신경계와 말초 신경계의 구조와 기능을 이해하고, 신경계와 관련된 질환을 조사하여 토의할 수 있다.
	(라)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	생명과학 I (1) 생명과학의 이해 [12생과 I 01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다. (2) 사람의 물질대사 [12생과 I 02-02] 세포 호흡 결과 발생한 노폐물의 배설 과정을 물질대사와 관련하여 설명할 수 있다.
	문제 4-2	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-03] 중추 신경계와 말초 신경계의 구조와 기능을 이해하고, 신경계와 관련된 질환을 조사하여 토의할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	심규철 외	비상	2018	11, 35, 70-77
	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2018	19, 38
	생명과학 I	권혁빈 외	교학사	2018	76-81
	생명과학 I	김윤택 외	동아출판	2018	22, 40
	생명과학 I	오현선 외	미래엔	2018	26, 46, 82-92
	생명과학 I	전상학 외	지학사	2018	22, 42
	생명과학 I	심재호 외	금성출판사	2018	28, 52, 86-92

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

[문제 4-1]에서는 순환계를 통한 물질의 이동과 배설계를 통한 노폐물의 배출에 대한 생명체의 항상성을 이해하고, 노폐물이 특정 조직이나 기관에 쌓이게 되면 생명체의 항상성이 깨져 문제가 일어날 수 있음을 이해하고 있는지 확인하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 이해하고, [실험 과정]에 주어진 내용을 해석하면 치료제 후보 물질 X와 Y는 모두 용매 S에 녹인 다음 생쥐에 주입했음을 알 수 있다. <표 1>의 결과를 분석하여 산소, 이산화탄소, 물의 비율은 약물을 처리하지 않은 실험군과 처리한 군에서의 차이를 발견하고, 조직 안에서 물질의 축적이 미칠 영향에 대해서 제시문과 <표 1>의 해석을 통해 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 실험 설계에서 물질 X와 Y를 용매 S에 녹여 주입하여서 <표 1>에 나타

난 결과가 용매 S에 의한 것인지 물질 X, Y에 의한 것인지 정확히 알 수 없다. A, B 처리 시 모두 콩팥에 요소 노폐물이 축적되는 현상이 관찰되었는데, 이 현상이 용매 S에 의한 것이라면 B가 실제 치료제로 활용할 수 있는 가능성이 높으며, 제시문 (가)를 활용하여 용매 S만을 처리한 대조군 실험을 다시 진행하여야 할 것이다.

[생명과학 문제 4-2]

저혈당을 치료하기 위해 약물 A를 생쥐에게 투여하였을 때 나타나는 생리적 변화가 결과 1, 2, 3으로 주어져 있다. 결과 1에 의해 약물A 투여가 혈당량을 높이고 있음을 알 수 있고, 결과 2에 의해 심장 박동이 빨라졌음을 알 수 있다. 또한 결과 3은 약물 A투여 후 침 분비량이 감소하였음을 보여주고 있는데, 이러한 생리적 변화는 주어진 제시문에 의하면 교감 신경 활성화에 의해 나타나는 작용임을 유추할 수 있다.

또한 혈당량 변화의 경우 약물 A에 의해 교감 신경의 활성화로 부신 속질에서 에피네프린의 분비가 촉진되고, 에피네프린에 의해 간에서 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈당량을 높이는 변화가 나타났을 것으로 유추할 수 있고, 시간이 지나면서 혈당량이 감소하는 이유는 길항 작용에 의해 부교감 신경이 활성화 되어 혈당량이 원래 상태로 돌아가는 것으로 예측할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	<표 1>을 분석하여 후보 물질 A를 사용했을 경우, 간과 콩팥에 문제가 있음을 제시하면,	3점
	<표 1>을 분석하여 후보 물질 B를 사용했을 경우, 콩팥에 문제가 있음을 제시하면,	3점
	[실험 과정]에서 물질 A, B를 용매 S에 녹여 전달했음을 제시하고, 이에 대한 대조군으로 약물 미처리 군만 사용하는 것은 실험 설계에 문제가 있음을 제시하면,	5점
	용매 S만을 단독으로 처리하여 실험하는 과정이 필요하고, <표 1>의 물질 B 처리 시 나타난 콩팥 문제가 용매 S에 의한 문제이고, 독성이 없는 다른 용매로 바꾸어 물질 B를 사용하면 치료제로 사용할 수 있다고 논리적으로 제시하면,	4점
문제 4-2	약물 A 투여군의 심장박동 증가 및 침분비 억제를 설명하면	4점
	약물 A 투여군에서 나타나는 현상이 교감 신경 활성화에 의한 것임을 설명하면	4점
	약물 A 투여군에서 에피네프린에 의해 간에서 글리코젠 분해 및 혈중 포도당 증가 기전을 설명하면	4점
	길항 작용 또는 부교감 신경 활성화에 의한 혈당 감소를 설명하면	3점

7. 예시 답안

[생명과학 문제 4-1]

- 약물 A를 처리하면 간에서 암모니아가 요소로 분해되지 못하고 축적되어 간세포의 기능이 저하될 것이며, 콩팥에서는 요소가 배출되지 못하고 축적되어 있어 콩팥에서 요소의 배출에 문제가 있음을 <표 1>을 통해 알 수 있다. 또한 약물 B를 처리하면 콩팥에 요소가 배출되지 못하고 축적되어 있음을 확인할 수 있다.
- [실험 과정]에서 후보 물질 X, Y를 각각 용매 S에 녹여 약물 A, B를 만든 다음 생쥐에 주입하였는데, 약물 A, B를 처리했을 때 공통적으로 나타난 콩팥 기능 이상이 용매 S에 의한 것인지 약물 A, B에 의한 것인지 주어진 실험을 통해서 확인하기 어렵다.
- 따라서 제시문 (가)에 의해 용매 S만을 처리해준 적절한 실험 대조군을 사용하여 용매 S에 의한 간 및 콩팥의 기능을 추가로 확인해야 한다. 만약 <표 1>에서 나타난 간 및 콩팥의 기능 문제가 용매 S에 의한 것이라면, 치료제 후보 물질 B의 용매를 다른 용매로 바꾸어 볼 수 있다. 따라서 간에도 문제가 있는 물질 X에 비해 물질 Y가 용매에 의한 기능 저하 문제가 해결되면 인체 적용 가능성이 높은 물질이라고 추론해 볼 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

- 식염수 투여군에 비해 약물 A 투여군의 경우 생쥐의 혈당량이 급격히 증가하며 심장박동이 빨라지고 침분비량은 감소하는 것을 알 수 있음. 이러한 반응은 제시문에 근거하여 약물 A 투여에 의해 생쥐의 교감신경이 활성화되어 나타나는 반응이라고 유추할 수 있고, 약물 A는 교감신경을 활성화하는 약물이라고 생각할 수 있음. 따라서 약물 A를 투여받은 생쥐는 교감신경 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장박동이 촉진되며, 호흡이 빨리지는 현상이 나타날 수 있음.
- 제시문에 의하면 약물 A에 의해 혈당이 증가하는 현상은 교감신경 활성화에 따라 에피네프린의 분비가 촉진되고, 분비된 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈액으로 방출함으로써 혈당을 높이는 현상으로 예측할 수 있고, 30분이 지나면서 혈당량이 감소하는 것으로 관찰되는 것은 교감신경과 길항작용을 하는 것으로 알려진 부교감 신경이 활성화되기 시작하면서 나타나는 현상으로 유추할 수 있음.

문항카드 15

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	운동량 보존 법칙, 뉴턴 운동 법칙, 포물선 운동
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 마찰이 없는 수평면 위에서 질량이 각각 m_A, m_B 이고 속도가 v_A, v_B 인 물체 A, B가 직선상에서 운동하다가 충돌한 후 속도가 각각 v_A', v_B' 이 될 때 다음 식이 성립한다.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

위의 식에서 좌변은 충돌 전 두 물체의 운동량의 합을 나타내고, 우변은 충돌 후 두 물체의 운동량의 합을 나타낸다. 따라서 충돌 과정에서 두 물체의 상호 작용으로 각각의 운동량은 변하지만 두 물체의 운동량의 합은 일정하게 보존됨을 알 수 있다. 일반적으로 외부에서 힘이 작용하지 않으면 물체들의 운동량의 총합은 항상 일정하게 보존된다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 운동량 보존 법칙은 한 개의 물체가 여러 개로 분리되는 경우에도 성립된다. 또한 두 물체가 충돌 후 함께 붙어서 운동하는 경우에도 성립된다.

(나) 갈릴레오는 물체에 작용하는 마찰력을 무시하면 수평면에서는 힘이 작용하지 않아도 물체가 계속 등속도로 운동을 한다고 생각하였고, 이러한 현상이 물체가 자신의 운동 상태를 계속 유지하려는 성질(관성)을 가지기 때문에 나타난다고 하였다. 뉴턴은 등속도 운동을 하는 물체에 작용하는 알짜힘은 0이라고 하였다. 즉, 물체에 작용하는 알짜힘이 0이면, 등속도 운동을 하던 물체는 계속 등속도 운동을 한다. 이를 뉴턴 제1법칙 또는 관성 법칙이라고 한다.

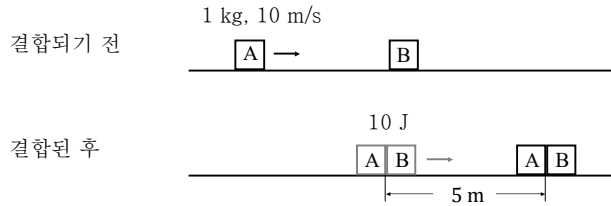
(다) 볼링공에 힘을 작용하여 일을 해 주면 볼링공은 굴러가 핀을 쓰러뜨리는 일을 할 수 있다. 움직이는 볼링공처럼 운동하는 물체가 가진 에너지를 운동 에너지라고 한다. 볼링공을 같은 속력으로 굴러더라도 질량이 클수록 핀을 잘 쓰러뜨린다. 또한, 볼링공의 질량이 같을 때는 더 빠른 속력으로 굴러가는 볼링공이 핀을 잘 쓰러뜨린다. 이처럼 물체의 운동 에너지는 물체의 질량이 클수록, 속력이 빠를수록 크다. 질량이 m , 속력이 v 인 물체의 운동 에너지 E_k 는 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 으로 나타낼 수 있다. 운동 에너지의 단위는 J이다.

(라) 높은 곳에서 물체를 오른쪽 수평 방향으로 v_0 의 속도로 던졌을 때 물체는 수평 방향으로는 v_0 의 속도로 등속도 운동을, 연직 방향으로는 중력 가속도 g 로 등가속도 운동을 한다. 따라서 오른쪽 수평 방향을 $+x$ 축 방향으로, 연직 아래 방향을 $+y$ 축 방향으로 하고 던진 지점을 기준으로 하면, 던진 순간부터 시간 t 가 지났을 때 물체의 속도와 위치의 x 성분, y 성분은 각각 다음과 같다.

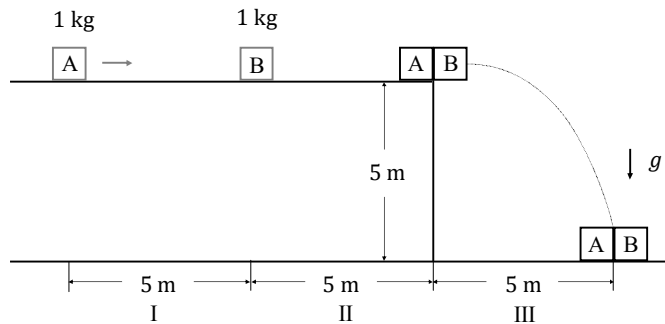
$$v_x = v_0, v_y = gt$$

$$x = v_0 t, y = \frac{1}{2} g t^2$$

[문제 4-1] 그림과 같이 마찰이 없는 평면에서 질량이 1 kg 인 물체 A가 속력 10 m/s 로 직선 운동을 한 후, 정지해 있던 물체 B와 한 덩어리로 결합되어 직선 운동을 한다. A와 B가 결합된 후 총 운동 에너지는 10 J이다. 결합된 물체가 결합된 후 거리 5m만큼 운동하는 데 걸린 시간을 제시문 (가) - (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) [15점]



[문제 4-2] 그림은 마찰이 없는 평면에서 질량이 1 kg 으로 동일한 물체 A, B가 직선 운동을 하다가 낙하하는 운동을 나타낸다. A는 구간 I에서 거리 5m를 이동한 후 정지해 있던 B와 한 덩어리로 결합된다. 결합된 물체는 구간 II에서 거리 5m를 이동한 후, 구간 III에서 중력에 의한 포물선 운동을 한다. 결합된 물체가 구간 III에서 수평으로 이동한 거리는 5m이고 낙하 거리는 5m이다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 물체가 구간 I, II, III 을 이동한 시간을 각각 논리적으로 구하시오. (단, 중력 가속도 g 는 10 m/s^2 이고, 물체의 크기, 공기 저항은 무시한다.) [15점]



3. 출제 의도

역학은 고등학교 물리학 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리학 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측하고, 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

물체의 운동과 운동량 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하여 역학적 에너지가 보존되지 않지만 운동량의 합은 보존된다. 이러한 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 충돌하는 물체의 질량이 모두 주어지지 않은 경우이므로 운동량 보존 법칙으로부터 문제 해결을 위해

필요한 속도와 질량에 관한 식이 도출된다. 직선 상에서 운동하는 경우이므로 충돌 전과 충돌 후는 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙, 운동량 보존 법칙을 이해하고 운동 에너지 식을 이용하여 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 등속 직선 운동을 하던 물체가 동일한 질량을 가진 물체와 충돌하여 결합하여 등속 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 각각의 운동에 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하여 역학적 에너지가 보존되지 않지만 운동량의 합은 보존된다. 이러한 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 충돌하는 물체의 초기 속도가 주어지지 않은 경우이므로 운동량 보존 법칙으로부터 문제 해결을 위해 필요한 속도에 관한 식이 도출된다. 직선 상에서 운동하는 경우이므로 충돌 전과 충돌 후는 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 결합된 물체가 낙하하는 운동은 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동이 되고 포물선 운동을 분석하여 속도를 구할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙과 운동량 보존 법칙은 물리학 1 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 수평으로 던져진 공의 포물선 운동은 물리학 2 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 물리학 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
	(나)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
	(다)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	(라)	물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I

문제 4-2	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I
	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. 물리학 I
	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I
	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I
	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. 물리학 II
	(1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 II
	(1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	손정우 외	비상교육	2018	30-47
	물리학 I	김영민 외	교학사	2018	24
	물리학 I	강남화 외	천재교육	2018	19
	물리학 II	김성진 외	미래엔	2018	31-32

5. 문항 해설

[문제 4-1]

물체의 운동과 운동량 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하지만 운동량의 합은 보존된다. 따라서 문제에서 주어진 조건을 이용하여 결합된 물체의 운동량을 결정할 수 있고 이로부터 결합된 물체의 질량과 결합된 물체의 속도에 관한 조건을 얻을 수 있다. 문제에서 주어진 운동 에너지의 조건에서 결합된 물체의 질량과 결합된 물체의 속도에 관한 다른 하나의 조건을 얻을 수 있으므로 물체의 질량과 속도를 모두 결정할 수 있고 이로부터 결합된 물체가 주어진 거리를 운동하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙, 운동량 보존 법칙을 이해하고 운동 에너지 식을 이용하여 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 등속 직선 운동을 하던 물체가 동일한 질량을 가진 물체와 충돌하여 결합하여 등속 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 각각의 운동에 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 평면 위에서 물체의 운동은 등속 직선 운동으로 이동 시간은 속도와 이동 거리에 의해 결정된다. 물체가 충돌하여 결합하기 전과 후의 속도가 변하게 되는데 운동량 보존의 법칙을 써서 결합된 물체의 속도의 조건을 구할 수 있다. 결합한 물체가 포물선 운동을 시작할 때에는 수평 방향의 초기 속도가 이 속도가 된다. 포물선 운동은 제시문에 주어진 식을 이용하여 운동을 분석할 수 있다. 포물선 운동을 하는 동안에는 수평 방향의 이동 거리와 낙하 거리가 수평 방향의 초기 속도와 중력 가속도에 의해 결정되므로 문제의 조건을 적용하면 수평 방향의 초기 속도가 결정되고 이로부터 운동에 걸리는 시간을 구할 수 있다. 등속 직선 운동과 운동량 보존 법칙은 물리학 1 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 수평으로 던져진 공의 포물선 운동은 물리학 2 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 물리학 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	A, B가 결합되기 전과 후 운동량 보존 법칙을 바르게 적용하였다.	+5점
	A, B가 결합된 후 속도를 바르게 구하였다.	+5점
	A, B가 결합된 후 5m를 이동하는데 걸린 시간을 바르게 구하였다.	+5점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	
문제 4-2	구간 I 과 구간 II 의 경계에서 속력의 비율을 바르게 구하였다.	+5점
	구간 I 과 구간 II 에서 속력을 바르게 구하였다.	+5점
	구간 I, II, III 을 통과한 시간을 각각 바르게 구하였다.	+5점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- ▶ 충돌하기 전 물체는 등속 직선 운동을 한다. 이 구간에서 물체의 운동량은 $m_A v_A = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ 이다.
- ▶ 물체 B의 질량을 m_B 이라 하고 충돌한 후 A, B가 결합한 물체의 속도를 v 라 하면 충돌 후

운동량은 $(1+m_B)v$ 이고 운동량 보존 법칙에 의해 $(1+m_B)v = 10\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 이다.

▶ 충돌 후 A, B가 결합한 물체의 운동에너지는 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2$ 이고 문제에서 이 값이 10J이므로 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2 = 10\text{J}$ 이 성립한다.

▶ $(1+m_B)v = 10\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 과 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2 = 10\text{J}$ 을 연립하면 $v = 2\text{m/s}$ 을 얻는다.

▶ $v = 2\text{m/s}$ 의 속도로 5m를 이동하는데 걸린 시간은 $\frac{5\text{m}}{2\text{m/s}} = 2.5\text{s}$ 이다.

[문제 4-2]

▶ A의 초기 속도를 v 라 하면 구간 I에서 A가 이동한 시간은 $t_1 = \frac{5}{v}\text{s}$ 이다.

▶ 구간 I과 구간 II의 경계에서 A, B는 운동량 보존 법칙을 만족한다. 따라서 충돌 후 A, B가 결합된 물체의 속도를 v' 이라 하면 $v = 2v'$ 이 되어서 $v' = \frac{1}{2}v$ 가 성립한다. 구간 II에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간은 $t_2 = \frac{5}{v'} = \frac{10}{v}\text{s}$ 이다.

▶ 구간 III에서 A, B가 결합된 물체는 수평 방향의 초기 속도 v' 을 가지고 포물선 운동을 한다. 구간 III에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간을 t_3 라 하면 수평 방향의 이동 거리는 5m이므로 $v't_3 = 5\text{m}$ 이고 낙하 거리는 5m이므로 $\frac{1}{2}gt_3^2 = 5\text{m}$ 이다. 따라서 $t_3 = 1\text{s}$ 이고 $v' = 5\text{m/s}$ 이며 $v = 10\text{m/s}$ 이다.

▶ 따라서 구간 I에서 A가 이동한 시간은 $t_1 = 0.5\text{s}$ 이고 구간 II에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간은 $t_2 = 1\text{s}$ 이며 구간 III을 통과한 시간은 $t_3 = 1\text{s}$ 이다.

문항카드 16

1. 일반정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	분자량, 화학 반응식, 양적 관계, 원자의 구조, 동위 원소, 이상 기체 방정식, 부분 압력
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 화학 반응식으로 알 수 있는 다양한 정보 가운데 반응물과 생성물 사이의 양적 관계가 중요하다. 화학 반응식을 이용하여 주어진 반응물로부터 얻을 수 있는 생성물의 양을 계산할 수 있고, 반대로 일정한 양의 생성물을 얻는 데 필요한 반응물의 양도 계산할 수 있다. 또한 화학 반응에서 몰과 질량의 관계를 이용하면 주어진 물질의 질량을 이용하여 다른 물질의 질량도 계산할 수 있다.

(나) 반응물이나 생성물에 기체가 포함된 화학 반응식의 계수비는 기체의 부피비와도 같다. 이처럼 온도와 압력이 같을 때 반응 기체와 생성 기체의 부피 사이에는 간단한 정수비가 성립한다. 또한 반응물의 질량 총합과 생성물의 질량 총합은 항상 같은데, 이를 질량 보존 법칙이라고 한다.

(다) 같은 원소의 원자들은 양성자수가 모두 같지만, 중성자수는 서로 다른 것이 존재하기도 한다. 예를 들어 양성자가 1개인 수소에는 중성자가 없는 수소와 중성자가 1개 있는 중수소, 중성자가 2개 있는 삼중수소가 있다. 이와 같이 양성자수가 같고 중성자수가 다른 원자들을 동위 원소라고 한다. 동위 원소가 자연에 존재하는 비율은 장소에 상관없이 거의 일정하며, 이를 동위 원소의 존재비라고 한다. 주기율표에 제시된 원소의 원자량은 각 동위 원소의 원자량과 존재비를 이용하여 구한 평균 원자량이다.

(라) 기체의 부피(V)는 기체의 몰수(n)와 절대 온도(T)에 비례하고 압력(P)에 반비례한다. 이를 비례 상수(R)를 이용하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 이 R를 기체 상수라고 한다.

$$PV = nRT$$

기체의 압력은 기체 분자가 용기 벽면에 충돌하여 나타나므로 기체 분자의 수가 많을수록 기체의 압력이 커진다. 즉, 온도와 부피가 일정할 때 기체의 압력은 몰수에 비례한다. 따라서 기체 A가 들어 있는 일정한 부피의 용기에 기체 B를 더 넣으면 기체 B의 압력만큼 전체 압력이 커진다.

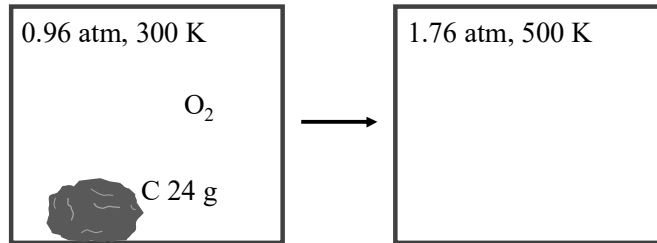
$$P_T = P_A + P_B$$

이때 P_T 는 혼합 기체의 전체 압력이고, P_A 와 P_B 는 혼합 기체에서 기체 A와 기체 B가 각각 차지하는 압력으로 부분 압력 또는 분압이라고 한다. 돌턴은 혼합 기체의 전체 압력이 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 밝혔고, 이를 부분 압력 법칙이라고 한다.

[문제 4-1]

그림과 같이 부피가 100 L로 일정한 용기에 순수한 흑연(C) 24 g과 산소 기체(O₂)가 들어 있다. 초기 상태에서 용기의 압력과 온도는 각각 0.96 atm, 300 K이다. 용기 내의 모든 흑연을 남김없

이 연소시켰을 때 기체 분자만 남고 용기의 압력과 온도가 각각 1.76 atm, 500 K이 되었다면, 이때 용기 내에 존재하는 모든 기체의 종류와 각각의 질량을 제시문 (가), (나), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 흑연의 부피는 무시하며, C와 O의 원자량은 각각 12와 16이다. 기체 상수는 $0.08 \text{ L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 이다.) [15점]



[문제 4-2]

가상의 원소 X는 ^{17}X , ^{18}X , ^{19}X 의 동위 원소가 존재하며, 존재 비율은 각각 70%, 20%, 10%이다. 가상의 원소 Z는 4Z 만 존재한다. 그림과 같이 온도 200 K, 부피 100 L의 용기에 기체 X_2 와 Z가 혼합되어 있으며, X_2 의 부분 압력이 Z의 부분 압력의 2배이다. X_2 중 분자량이 36인 X_2 의 존재 비율과 X_2 의 평균 분자량을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 각각 구하시오. 또한 분자량이 36인 X_2 의 부분 압력이 0.72 atm이라면 용기 내 전체 기체의 질량을 제시문 (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 기체 상수는 $0.08 \text{ L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 이고, X_2 와 Z는 서로 반응하지 않는다. 동위 원소의 존재비는 시간에 따라 변하지 않는다.) [15점]

• X
• Z

200 K, 100 L

동위 원소	존재 비율(%)
^{17}X	70%
^{18}X	20%
^{19}X	10%

3. 출제 의도

본 모의 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정(화학 I 및 화학 II)에 대한 전반적인 이해도를 평가하고자 하였다. [문제 4-1]은 임의의 반응에서 생성물과 반응물의 양적 변화를 논리적으로 도출해 낼 수 있는지를 물어보는 문제이다. 화학 I에서 다루는 화학 반응 및 반응의 양적 관계에 대한 개념 적용 문제로서, 화학 교과에 대한 전반적인 이해도 및 실제 사례 응용 능력을 평가하고자 하였다. 물질을 구성하는 원소들의 원자량과 화합물의 분자량, 화학 반응식 만들기, 기체 반응 법칙, 질량 보존 법칙, 반응물과 생성물의 양적 관계, 이상 기체 방정식에 대해 질문함으로써 화학 반응에 대한 통합적인 이해도를 가늠하고 올바른 결론을 도출해내기 위한 사고 능력을 측정하고자 하였다. [문제 4-2]는 화학 I에서 다루는 원자의 구조, 화학 II에서 다루는 이상 기체의 성질에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 중성자의 개수에 따라 질량수가 달라지는 동위 원소들의 존재 비율을 올바르게 이해하고, 이를 통해 동위 원소를 포함하는 화합물의 질량수, 평균 분자량 등을 파악할 수 있어야 한다. 또한, 돌턴의 부분 압력의 법칙을 이용하여 각 기체가 가지는 압력을 계산하고, 이를 이상 기체 방정식에 적용하여 각 물질의 양을 정확히 도출하여야 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’ 을 바탕으로 작성

		영역별 내용
제시문	(가)	화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(나)	화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 알미하고 체험할 수 있다.
	(다)	화학 I. (2) 원자의 세계 (147쪽) [12화학 I 02-01] 양성자, 중성자, 전자로 구성된 원자를 원소 기호와 원자 번호로 나타내고, 동위 원소의 존재 비를 이용하여 평균 원자량을 구할 수 있다.
	(라)	화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-02] 이상 기체 방정식을 활용하여 기체의 분자량을 구할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-03] 혼합 기체에서 몰 분율을 이용하여 분압의 의미를 설명할 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가), (나), (라)에 근거
	4-2	제시문 (다), (라)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (가): p. 36-39 제시문 (나): p. 40-41 제시문 (다): p. 58-67
	화학 I	노태희 외 6인	(주)천재교육	2020	제시문 (가): p. 34-36 제시문 (나): p. 30-33 제시문 (다): p. 61-63
	화학 I	강대훈 외 3인	(주)와이비엠	2020	제시문 (가): p. 47-49 제시문 (나): p. 50-53 제시문 (다): p. 71-73
	화학 I	황성용 외 3인	동아출판(주)	2020	제시문 (가): p. 29-33 제시문 (나): p. 39-45 제시문 (다): p. 60-63
	화학 I	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	제시문 (가): p. 34-35 제시문 (나): p. 36-39 제시문 (다): p. 57-60
	화학 I	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (가): p. 34-36 제시문 (나): p. 37-38 제시문 (다): p. 55-59
	화학 II	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	제시문 (라): p. 13-27
	화학 II	장낙한 외 9명	(주)상상아카데미	2020	제시문 (라): p. 15-30
	화학 II	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	제시문 (라): p. 11-18
	화학 II	이상권 외 7명	(주)지학사	2019	제시문 (라): p. 13-25
	화학 II	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (라): p. 14-29
	화학 II	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (라): p. 15-30

5. 문항 해설

제시문의 내용은 화학 반응식과 반응에 관여한 물질의 양적 관계, 몰과 질량의 관계, 이상 기체 방정식, 기체 혼합물의 부분 압력, 원자의 구조 및 동위 원소 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 이 문항에서는 위에서 언급한 여러 가지 과학적 개념들을 명확하게 이해하여 주어진 결과를 종합적으로 분석하고 그 관계를 도출할 수 있는지 평가하고자 하였다.

하위 문항 1에서는 제시문 (가), (나), (라)의 내용을 이해하고 문제에서 주어진 기체의 압력 변화와 이상 기체 방정식으로부터 진행된 반응의 종류를 명확히 파악하여야 한다. 또한 해당 조건에서 존재하는 각 기체의 몰수로부터 질량을 바르게 도출하는 능력을 평가한다. 하위 문항 2는 제시문 (다)에서 소개된 원자의 구조 및 동위 원소 존재비를 이해하고 문제에서 언급한 가상의 이원자 분자의 분자량 분포와 평균 분자량, 부분 압력이 얼마인지 파악하여야 한다. 이를 제시문 (라)의 내용과 연계하여 다른 일원자 분자의 몰수를 계산하고 전체 기체의 몰수를 질량으로 변환할 수 있는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점요소] 몰수와 질량의 관계를 바르게 이해하고 계산할 수 있는가? 이상 기체 방정식을 이용하여 기체 생성물의 몰수와 질량을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1. 초기 상태 탄소 몰수를 올바르게 구하면 +2점 2. 초기 상태 산소 기체의 몰수를 올바르게 구하면 +3점 3. 흑연의 일부가 CO₂가 아닌 CO를 형성하여 기체의 총 몰수가 증가하는 것을 알고, 각 기체 간 양적 관계식을 바르게 계산하면 +4점 4. 각 기체의 질량을 올바르게 계산하면 +6점 ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.</p>	15
4-2	<p>[채점요소] 동위 원소의 존재 비율로부터 이원자 분자의 분자량 분포 및 평균 분자량을 계산할 수 있는가? 각 기체의 압력으로부터 몰수와 질량을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1. X의 동위 원소 존재 비율을 통해 전체 X₂ 중 분자량이 36인 X₂의 비율을 올바르게 구하면 +6점 (모든 분자량에 대해 존재 비율을 나타낼 필요 없음) 2. X₂의 평균 분자량을 올바르게 구하면 +2점 3. X₂와 Z 각각의 몰수를 올바르게 구하면 +4점 4. X₂와 Z의 몰수, 분자량으로부터 전체 기체의 질량을 올바르게 구하면 +3점 ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.</p>	15

7. 예시 답안

[문제 4-1]

▶ 먼저 초기 상태의 용기 내에 존재하는 흑연(탄소)와 산소 기체의 양을 계산한다.

$$C: \frac{24g}{12g/mol} = 2mol$$

$$O_2: n = \frac{PV}{RT} = \frac{0.96atm \times 100L}{(0.08atm \cdot L/mol \cdot K) \times 300K} = 4mol$$

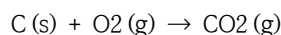
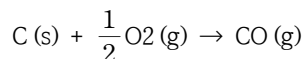
초기 상태에서 C는 2 mol, O₂는 4 mol (O 원자는 8 mol) 존재하였다.

▶ 만약 모든 흑연이 CO₂로 연소하는 경우, CO₂ 2 mol이 생성되고 O₂ 2 mol이 남는다.

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{(2+2)mol \times (0.08atm \cdot L/mol \cdot K) \times 500K}{100L} = 1.6atm$$

총 기체의 몰수는 4 mol, 온도는 500 K이 되었으므로, 이상 기체 방정식을 이용하면 1.6 atm의 압력이 얻어진다. 이는 문제에서 언급된 1.76 atm보다 작은 값이므로 실제로는 CO₂ 이외에 다른 생성물이 생성되었음을 알 수 있다.

▶ 흑연이 아래의 반응식에 따라 완전 연소시 CO₂를 생성하고, 불완전 연소시 CO를 생성한다.



$$\begin{aligned} \text{CO: } & x \text{ mol} \\ \text{CO}_2: & 2-x \text{ mol} \\ \text{O}_2 \text{의 O 원자: } & 8 - \{x + 2 \times (2-x)\} = 4 + x \text{ mol, 즉 } \text{O}_2: 2 + \frac{x}{2} \text{ mol} \end{aligned}$$

모든 탄소가 반응에 참여하였으므로, CO가 x mol 형성되었을 때 CO₂는 $2-x$ mol이 형성된다. 이때 반응에 참여하지 않고 남아 있는 O₂의 몰수는 $2 + \frac{x}{2}$ mol이 된다.

▶ 이때 기체의 총 몰수를 구한다.

$$n_{total} = n_{CO} + n_{CO_2} + n_{O_2} = x + (2-x) + (2 + \frac{x}{2}) = 4 + \frac{x}{2} \text{ mol}$$

▶ 이상 기체 방정식을 이용하여 x 의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} n &= \frac{PV}{RT} \\ 4 + \frac{x}{2} \text{ mol} &= \frac{1.76 \text{ atm} \times 100 \text{ L}}{(0.08 \text{ atm} \cdot \text{L} / \text{mol} \cdot \text{K}) \times 500 \text{ K}} \\ x &= 0.8 \end{aligned}$$

▶ 위에서 구한 x 의 값을 이용하여 각 기체의 몰수를 구한다.

$$\begin{aligned} n_{CO} &= 0.8 \text{ mol} \\ n_{CO_2} &= 2 - x \text{ mol} = 1.2 \text{ mol} \\ n_{O_2} &= 2 + \frac{x}{2} \text{ mol} = 2.4 \text{ mol} \end{aligned}$$

▶ 각 기체의 몰수로부터 질량을 구한다.

$$\begin{aligned} m_{CO} &= n_{CO} \times M_{CO} = 0.8 \text{ mol} \times 28 \text{ g/mol} = 22.4 \text{ g} \\ m_{CO_2} &= n_{CO_2} \times M_{CO_2} = 1.2 \text{ mol} \times 44 \text{ g/mol} = 52.8 \text{ g} \\ m_{O_2} &= n_{O_2} \times M_{O_2} = 2.4 \text{ mol} \times 32 \text{ g/mol} = 76.8 \text{ g} \end{aligned}$$

따라서 반응 후 용기 내에 존재하는 기체는 CO, CO₂, O₂이며, 이들의 질량은 각각 22.4 g, 52.8 g, 76.8 g이다. 이는 초기 상태에 존재하던 흑연과 산소 기체의 총 질량(152 g)과도 같다.

[문제 4-2]

▶ X₂의 분자량은 동위 원소의 존재 비율에 따라 34부터 38까지의 크기를 갖게 된다. 각각의 존재 비율을 계산한다.

	X2의 분자량	존재 비율
17X-17X	34	$0.7 \times 0.7 = 0.49 \rightarrow 49\%$
17X-18X	35	$0.7 \times 0.2 \times 2 = 0.28 \rightarrow 28\%$
17X-19X 및 18X-18X	36	$0.7 \times 0.1 \times 2 + 0.2 \times 0.2 = 0.18 \rightarrow 18\%$
18X-19X	37	$0.2 \times 0.1 \times 2 = 0.04 \rightarrow 4\%$
19X-19X	38	$0.1 \times 0.1 = 0.01 \rightarrow 1\%$
		계: 100%

따라서 전체 X2 분자 중 18%가 36의 분자량을 갖는다.

- ▶ X2 중 분자량이 36인 X2의 존재 비율이 18%인 것을 이용해 전체 X2의 부분 압력을 구한다. 문제의 설명에 따르면 Z의 부분 압력은 X2의 부분 압력의 절반이다.

$$\begin{aligned}
 X_{X_2(36)} \times P_{X_2, total} &= P_{X_2(36)} \\
 0.18 \times P_{X_2, total} &= 0.72 \text{atm} \\
 P_{X_2, total} &= 4 \text{atm} \\
 P_Z &= 2 \text{atm}
 \end{aligned}$$

- ▶ X2와 Z의 부분 압력으로부터 각각의 몰수를 구한다.

$$\begin{aligned}
 n_{X_2, total} &= \frac{P_{X_2, total} \times V}{RT} = \frac{4 \text{atm} \times 100 \text{L}}{(0.08 \text{atm} \cdot \text{L} / \text{mol} \cdot \text{K}) \times 200 \text{K}} = 25 \text{mol} \\
 n_Z &= \frac{P_Z \times V}{RT} = \frac{2 \text{atm} \times 100 \text{L}}{(0.08 \text{atm} \cdot \text{L} / \text{mol} \cdot \text{K}) \times 200 \text{K}} = 12.5 \text{mol}
 \end{aligned}$$

- ▶ 전체 기체의 질량을 구하기 위해 앞서 X2의 평균 분자량을 구한다.

$$M_{X_2} = \{(17 \times 0.7) + (18 \times 0.2) + (19 \times 0.1)\} \times 2 = 34.8$$

- ▶ 각 기체의 몰수와 평균 분자량으로부터 전체 기체의 질량을 구한다.

$$\begin{aligned}
 m_{total} &= m_{X_2} + m_Z = n_{X_2} \times M_{X_2} + n_Z \times M_Z \\
 &= 25 \text{mol} \times 34.8 \text{g/mol} + 12.5 \text{mol} \times 4 \text{g/mol} \\
 &= 920 \text{g}
 \end{aligned}$$

따라서 전체 기체의 질량은 920 g으로 얻어진다.