2학기
중간/기말고사
대비

중3 수학 파이널 모의고사

정답 및 해설

빠른 정답

2학기 중간고사 대비

Ⅴ–(1) 삼각비

중단원 평가 제1회 (본문 10~13쪽)

01 ④	02 ③	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ③	07 ③	08 ④	09 ②	10 ④
11 ①	12 ⑤	13 ③, ④	14 ⑤	15 ③
16 ①	17 $\frac{7\sqrt{29}}{29}$	18 $2+\sqrt{3}$	19 $\frac{11}{9}$	20 $60°$

중단원 평가 제2회 (본문 14~17쪽)

01 ③	02 ⑤	03 ②	04 ②	05 ③
06 ③	07 ④	08 ⑤	09 ②, ④	10 ④
11 ①	12 ④	13 ②	14 ③	15 ④
16 ①	17 $4\sqrt{34}$	18 $\frac{\sqrt{3}}{2}$	19 6	20 46.445

Ⅴ–(2) 삼각비의 활용

중단원 평가 제1회 (본문 18~21쪽)

01 ②	02 ④	03 ④	04 ①	05 ⑤
06 ③	07 ④	08 ③	09 ②	10 ⑤
11 ①	12 ④	13 ④	14 ③	15 ①
16 ③	17 $216\pi\ \text{cm}^3$		18 $40\sqrt{7}\ \text{m}$	
19 $3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$		20 $\frac{3}{5}$		

중단원 평가 제2회 (본문 22~25쪽)

01 ②	02 ⑤	03 ④	04 ③	05 ⑤
06 ④	07 ⑤	08 ③	09 ①	10 ⑤
11 ④	12 ①	13 ①	14 ②	15 ②
16 ④	17 $(16\sqrt{3}+48)\ \text{m}$		18 $(5+5\sqrt{3})\ \text{m}$	
19 $(12\pi-9\sqrt{3})\ \text{cm}^2$		20 $\frac{45\sqrt{3}}{4}\ \text{cm}^2$		

Ⅵ–(1) 원과 직선

중단원 평가 제1회 (본문 26~29쪽)

01 ④	02 ①	03 ⑤	04 ③	05 ②
06 ①	07 ④	08 ⑤	09 ②	10 ⑤
11 ⑤	12 ④	13 ①	14 ②	15 ②
16 ③	17 $4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$		18 $6\sqrt{6}\ \text{cm}$	
19 $5\ \text{cm}$	20 $\frac{10}{3}$			

중단원 평가 제2회 (본문 30~33쪽)

01 ⑤	02 ④	03 ①	04 ③	05 ②
06 ①	07 ②	08 ⑤	09 ④	10 ③
11 ⑤	12 ④	13 ①	14 ②	15 ③
16 ①	17 $2\sqrt{55}\ \text{cm}$		18 $3\sqrt{5}\ \text{cm}$	
19 $12\sqrt{3}\ \text{cm}$		20 $4\ \text{cm}$		

Ⅵ–(2) 원주각

중단원 평가 제1회 (본문 34~37쪽)

01 ②	02 ③	03 ⑤	04 ④	05 ④
06 ①	07 ②	08 ③	09 ①	10 ①
11 ④	12 ⑤	13 ④	14 ②	15 ③
16 ⑤	17 $174°$	18 27π	19 $38\pi\ \text{cm}$	20 $120°$

중단원 평가 제2회 (본문 38~41쪽)

01 ①	02 ⑤	03 ①	04 ②	05 ③
06 ④	07 ⑤	08 ①	09 ⑤	10 ③
11 ④	12 ②	13 ④	14 ①	15 ③
16 ②	17 $62°$	18 $57°$	19 $\frac{56\sqrt{2}}{3}\ \text{cm}$	
20 $6\pi\ \text{cm}$				

Ⅴ-(1) 삼각비 ~ Ⅵ-(2) 원주각

실전 모의고사 〈기본〉 제1회 본문 44~49쪽

01 ④ 02 ① 03 ② 04 ③ 05 ③ 06 ①
07 ④ 08 ② 09 ④ 10 ③ 11 ⑤ 12 ①
13 ① 14 ③ 15 ② 16 ⑤ 17 ② 18 ⑤
19 ① 20 ④ 21 30° 22 90 cm^2 23 $\frac{36}{13}$
24 23° 25 10

실전 모의고사 〈기본〉 제2회 본문 50~55쪽

01 ⑤ 02 ④ 03 ⑤ 04 ④ 05 ① 06 ③
07 ② 08 ③ 09 ① 10 ④ 11 ② 12 ④
13 ⑤ 14 ① 15 ② 16 ① 17 ② 18 ③
19 ② 20 ④ 21 $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ 22 $\sqrt{39}\text{ cm}$
23 $6\sqrt{10}\text{ cm}^2$ 24 $10\sqrt{3}\text{ cm}$ 25 $\frac{64\sqrt{2}}{3}\text{ cm}$

실전 모의고사 〈기본〉 제3회 본문 56~61쪽

01 ② 02 ③ 03 ① 04 ④ 05 ② 06 ①
07 ⑤ 08 ④ 09 ② 10 ⑤ 11 ④ 12 ④
13 ⑤ 14 ③ 15 ③ 16 ② 17 ⑤ 18 ①
19 ③ 20 ① 21 $27(\sqrt{3}-1)$ 22 $15\sqrt{3}\text{ cm}^2$
23 $2\sqrt{21}\text{ km}$ 24 $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 25 46°

실전 모의고사 〈기본〉 제4회 본문 62~67쪽

01 ② 02 ② 03 ⑤ 04 ④ 05 ① 06 ①
07 ③ 08 ② 09 ⑤ 10 ⑤ 11 ③ 12 ①
13 ④ 14 ③ 15 ① 16 ② 17 ③ 18 ②
19 ④ 20 ④ 21 $243\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ 22 $12\sqrt{6}\text{ m}$
23 $160+12\sqrt{51}$ 24 21 cm^2 25 $2\sqrt{6}\text{ cm}$

실전 모의고사 〈기본〉 제5회 본문 68~73쪽

01 ② 02 ② 03 ④ 04 ④ 05 ① 06 ④
07 ① 08 ③ 09 ⑤ 10 ③ 11 ② 12 ⑤
13 ③ 14 ③ 15 ⑤ 16 ④ 17 ① 18 ②
19 ④ 20 ③ 21 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 22 45 cm^2
23 $8\sqrt{5}\text{ cm}$ 24 2 cm 25 $\frac{25\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

Ⅴ-(1) 삼각비 ~ Ⅵ-(2) 원주각

실전 모의고사 〈실력〉 제1회 본문 76~81쪽

01 ④ 02 ③ 03 ② 04 ① 05 ⑤
06 ① 07 ④ 08 ② 09 ① 10 ⑤
11 ⑤ 12 ① 13 ③ 14 ② 15 ④
16 ② 17 ② 18 ④ 19 ③ 20 ③
21 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ 22 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ 23 $3(\sqrt{3}+1)\text{ cm}$ 24 14
25 4 cm

실전 모의고사 〈실력〉 제2회 본문 82~87쪽

01 ① 02 ③ 03 ⑤ 04 ③ 05 ③
06 ② 07 ① 08 ③ 09 ② 10 ④
11 ⑤ 12 ① 13 ② 14 ② 15 ③
16 ① 17 ⑤ 18 ④ 19 ④ 20 ⑤
21 $\frac{1}{3}$ 22 $2\sqrt{6}+6\sqrt{2}$ 23 $(75+25\sqrt{3})\text{ cm}^2$
24 $14+2\sqrt{3}$ 25 $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

Ⅴ-(1) 삼각비 ~ Ⅵ-(2) 원주각

서술형 평가 제1회 본문 90~93쪽

01 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 02 $\frac{5\sqrt{2}}{2}\text{ cm}^2$ 03 5 04 $\frac{\sqrt{3}}{24}$
05 $\frac{30\sqrt{3}}{11}$ 06 10 cm 07 $\frac{7}{5}$ 08 $(4\sqrt{2}+12)\text{ m}$
09 $4\sqrt{3}\text{ cm}$ 10 $12\sqrt{3}\pi$ 11 $\left(27\pi-\frac{81\sqrt{3}}{4}\right)\text{ cm}^2$
12 $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 13 2 cm 14 $14\sqrt{2}\text{ cm}$
15 $15\pi\text{ cm}$

서술형 평가 제2회 본문 94~97쪽

01 $-\frac{1}{15}$ 02 $12\sqrt{3}\text{ cm}$ 03 $-1-2\sqrt{3}$
04 $2\sqrt{5}$ 05 $96\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 06 $42\sqrt{3}$
07 $25\pi\text{ cm}^2$ 08 $2-\sqrt{3}$ 09 $32\sqrt{15}\text{ cm}^2$
10 3 11 54° 12 $\frac{200(3+\sqrt{3})}{3}\text{ m}$
13 85π 14 $48\pi\text{ cm}$ 15 $(\sqrt{2}+\sqrt{6})\text{ cm}$

2학기 기말고사 대비

Ⅵ-(3) 원주각의 활용

중단원 평가 제1회 (본문 100~103쪽)

01 ①, ③	02 ④	03 ①	04 ③	05 ⑤
06 ⑤	07 ④	08 ③	09 ③	10 ②
11 ①	12 ②	13 ⑤	14 ④	15 ①
16 ②	17 $109°$	18 $50°$	19 $36°$	20 $10°$

중단원 평가 제2회 (본문 104~107쪽)

01 ②	02 ④	03 ①	04 ⑤	05 ①
06 ⑤	07 ③	08 ⑤	09 ②	10 ②
11 ④	12 ②	13 ④	14 ③	15 ①
16 ③	17 $36°$	18 $26°$	19 $47°$	20 $70°$

Ⅶ-(1) 대푯값과 산포도

중단원 평가 제1회 (본문 108~111쪽)

01 ③	02 ①	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ⑤	07 ③	08 ⑤	09 ①	10 ④
11 ②	12 ④	13 ②	14 ③	15 ⑤
16 ④	17 $\frac{\sqrt{30}}{5}$점 또는 $\sqrt{1.2}$점		18 24	
19 $\frac{8\sqrt{7}}{7}$회	20 B선수			

중단원 평가 제2회 (본문 112~115쪽)

01 ①	02 ③	03 ②	04 ④	05 ⑤
06 ①	07 ②	08 ①	09 ④	10 ④
11 ③	12 ⑤	13 ③	14 ②, ⑤	15 ⑤
16 ②	17 70.3 kg	18 5.2	19 -7	
20 $\frac{\sqrt{14}}{2}$ 또는 $\sqrt{3.5}$				

Ⅶ-(2) 상관관계

중단원 평가 제1회 (본문 116~119쪽)

01 ②	02 ④	03 ④	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ③	08 ③	09 ④	10 ①
11 ⑤	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ④
16 ②	17 8	18 6	19 9시간	20 50 %

중단원 평가 제2회 (본문 120~123쪽)

01 ③	02 ③	03 ④	04 ②	05 ①
06 ④	07 ⑤	08 ②, ⑤	09 ④	10 ②
11 ④	12 ②	13 ③	14 ③	15 ③, ⑤
16 ①	17 6	18 20 %	19 170점	20 5점

Ⅵ-(3) 원주각의 활용 ~ Ⅶ-(2) 상관관계

실전 모의고사 〈기본〉 제1회 (본문 126~131쪽)

01 ⑤	02 ③	03 ①	04 ①	05 ⑤
06 ②	07 ④	08 ①	09 ④	10 ②
11 ③	12 ①	13 ⑤	14 ③	15 ③
16 ④	17 ②	18 ③	19 ④	20 ③, ⑤
21 $15°$	22 $91°$	23 $60°$	24 4점	25 130

실전 모의고사 〈기본〉 제2회 (본문 132~137쪽)

01 ①	02 ②	03 ⑤	04 ②	05 ②
06 ⑤	07 ③	08 ①	09 ④	10 ②
11 ③, ⑤	12 ④	13 ③	14 ①	15 ③
16 ④	17 ①, ⑤	18 ③	19 ④	20 ③
21 $57°$	22 $149°$	23 1점	24 $\sqrt{6}$	25 53

실전 모의고사 〈기본〉 제3회 본문 138~143쪽

01 ④	02 ③	03 ⑤	04 ①	05 ③
06 ④	07 ②	08 ③	09 ⑤	10 ①
11 ③	12 ④	13 ④	14 ②, ⑤	15 ④
16 ⑤	17 ⑤	18 ①	19 ②	20 ②
21 110°	22 59°	23 66°	24 -24	25 185점

실전 모의고사 〈기본〉 제4회 본문 144~149쪽

01 ②, ⑤	02 ④	03 ③	04 ①	05 ③
06 ④	07 ②	08 ②	09 ③	10 ③
11 ④	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ④
16 ①	17 ③	18 ②	19 ①, ③	20 ②
21 124°	22 51°	23 82 cm	24 12	25 37.5점

실전 모의고사 〈기본〉 제5회 본문 150~155쪽

01 ④	02 ③	03 ③	04 ②	05 ②
06 ①	07 ⑤	08 ②	09 ①	10 ②
11 ③	12 ④	13 ⑤	14 ⑤	15 ②
16 ③	17 ①	18 ④	19 ⑤	20 ④
21 147°	22 23°	23 85°	24 $2\sqrt{2}$	25 14회

Ⅵ-(3) 원주각의 활용 ~ Ⅶ-(2) 상관관계

실전 모의고사 〈실력〉 제1회 본문 158~163쪽

01 ①	02 ⑤	03 ②	04 ③	05 ②
06 ④	07 ⑤	08 ⑤	09 ①	10 ④
11 ④	12 ①	13 ③	14 ③	15 ⑤
16 ②	17 ④	18 ③	19 ③	20 ①
21 122°	22 $\frac{240}{11}$	23 54°	24 4	25 150점

실전 모의고사 〈실력〉 제2회 본문 164~169쪽

01 ④	02 ①	03 ④	04 ③	05 ⑤
06 ③, ④	07 ①	08 ①	09 ③	10 ②
11 ④	12 ③	13 ⑤	14 ④	15 ②
16 ②	17 ⑤	18 ③	19 ③	20 ⑤
21 15°	22 110°	23 1 : 3	24 $\frac{44}{3}$	25 4

Ⅵ-(3) 원주각의 활용 ~ Ⅶ-(2) 상관관계

서술형 평가 제1회 본문 172~175쪽

01 22°	02 54°	03 26°	04 125°	05 198°
06 30°	07 192°	08 46°	09 63°	10 13
11 177 cm	12 -8	13 $\frac{1}{2}$	14 13	15 80점

서술형 평가 제2회 본문 176~179쪽

01 80°	02 58°	03 70°	04 95°	05 60°
06 152°	07 256°	08 25°	09 3°	10 4
11 88점	12 3.5 또는 $\frac{7}{2}$		13 45°	14 157
15 8.6점				

정답 및 해설

2학기 중간고사 대비

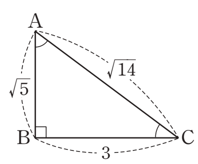
V－(1) 삼각비

중단원 평가 제1회

본문 10~13쪽

01 ④	**02** ③	**03** ⑤	**04** ①	**05** ②
06 ③	**07** ③	**08** ④	**09** ②	**10** ④
11 ①	**12** ⑤	**13** ③, ④	**14** ⑤	**15** ③
16 ①	**17** $\frac{7\sqrt{29}}{29}$	**18** $2+\sqrt{3}$	**19** $\frac{11}{9}$	**20** $60°$

01 직각삼각형 ABC에서



$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+3^2}=\sqrt{14}$

① $\sin A=\frac{3}{\sqrt{14}}=\frac{3\sqrt{14}}{14}$

② $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{70}}{14}$

③ $\tan A=\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\sin C=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{70}}{14}$

⑤ $\cos C=\frac{3}{\sqrt{14}}=\frac{3\sqrt{14}}{14}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

02 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{5}$이므로 $\overline{AB}=k$, $\overline{BC}=\sqrt{5}k$ $(k>0)$로 놓으면

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5}k)^2-k^2}=2k$

따라서 $\sin B=\frac{2k}{\sqrt{5}k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

03 $\cos B=\frac{\overline{BC}}{8\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$에서

$\overline{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 8\sqrt{2}=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-8^2}=8(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 8=32(\text{cm}^2)$

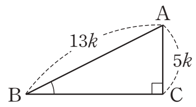
04 $\sin A=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$에서

$\overline{AC}=6\times\frac{4}{3}=8$

따라서 $\overline{AB}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$이므로

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

05 $\sin B=\frac{5}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AB}=13k$, $\overline{AC}=5k$ $(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{BC}=\sqrt{(13k)^2-(5k)^2}=12k$

ㄱ. $\sin A=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$

ㄴ. $\cos A=\frac{5k}{13k}=\frac{5}{13}$

ㄷ. $\tan A=\frac{12k}{5k}=\frac{12}{5}$

ㄹ. $\cos B=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$

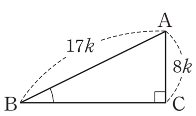
ㅁ. $\tan B=\frac{5k}{12k}=\frac{5}{12}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

06 직각삼각형 ABC에서 $\angle C=90°$이므로

$\angle A+\angle B=180°-90°=90°$

즉, $\sin(90°-A)=\sin B=\frac{8}{17}$이므로



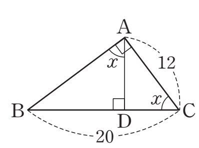
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=17k$, $\overline{AC}=8k$ $(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{(17k)^2-(8k)^2}=15k$

이므로

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{15k}{8k}=\frac{15}{8}$

07 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서



$\angle B$는 공통, $\angle BAC=\angle BDA=90°$

이므로

$\triangle ABC\sim\triangle DBA$ (AA 닮음)

따라서 $\angle BCA=\angle BAD=x$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{20^2-12^2}=16$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

08 $\triangle BFH$는 $\angle BFH=90°$인 직각삼각형이고,

$\triangle EFH$에서

$\overline{FH}=\sqrt{\overline{EF}^2+\overline{EH}^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

이므로

$\overline{BH}=\sqrt{\overline{BF}^2+\overline{FH}^2}$

$=\sqrt{4^2+(4\sqrt{2})^2}$

$=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

09 $\sin 45^\circ \times \tan 30^\circ - \cos 45^\circ \times \sin 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{6} - \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$= -\frac{\sqrt{6}}{12}$$

10 직각삼각형 ABD에서

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AD}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

이므로

$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 9\sqrt{2} = 9$$

따라서 직각삼각형 ADC에서

$$\sin 60^\circ = \frac{9}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

이므로

$$\overline{AC} = 9 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

11 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$ ($a\neq0$, b는 상수)라 하면

$a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

이때 직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(-5, 0)$을 지나므로

$0 = -5\sqrt{3}+b$

에서

$b = 5\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y = \sqrt{3}x + 5\sqrt{3}$

12 ① $\sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

② $\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

③ $\tan x = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$

④ $\sin y = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

⑤ $\tan z = \frac{\overline{AD}}{\overline{DE}} = \frac{1}{\overline{DE}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

13 ① $\sin 0^\circ \times \cos 0^\circ = 0 \times 1 = 0$

② $\sin 90^\circ \times \cos 0^\circ = 1 \times 1 = 1$

③ $\sin 0^\circ - \tan 30^\circ \times \tan 60^\circ = 0 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = -1$

④ $\cos 0^\circ \times (1+\tan 0^\circ)(1+\tan 45^\circ)$

$= 1 \times (1+0) \times (1+1)$

$= 2$

⑤ $(\sin 0^\circ - \sin 45^\circ)(\cos 0^\circ + \cos 45^\circ)$

$$= \left(0 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

14 A의 크기가 커지면 $\sin A$의 값은 $\boxed{\text{커지고}}$, $\cos A$의 값은 $\boxed{\text{작아진다}}$.

또 $\sin A$의 값 중 가장 작은 값은 $\sin 0^\circ = \boxed{0}$, 가장 큰 값은 $\sin 90^\circ = \boxed{1}$이고, $\tan A$의 값 중 가장 작은 값은 $\tan 0^\circ = \boxed{0}$이고 가장 큰 값은 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 (마)이다.

15 $0^\circ < A < 45^\circ$일 때, $0 < \sin A < \cos A$이므로

$\sin A + \cos A > 0$, $\sin A - \cos A < 0$

따라서

$\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$

$= (\sin A + \cos A) - \{-(\sin A - \cos A)\}$

$= \sin A + \cos A - (-\sin A + \cos A)$

$= \sin A + \cos A + \sin A - \cos A$

$= 2\sin A$

16 $\cos 43^\circ = \frac{\overline{AB}}{5} = 0.7314$이므로

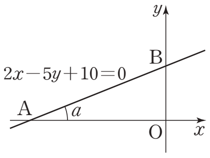
$\overline{AB} = 5 \times 0.7314 = 3.657$

$\sin 43^\circ = \frac{\overline{AC}}{5} = 0.6820$이므로

$\overline{AC} = 5 \times 0.6820 = 3.41$

따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 3.657 + 3.41 = 7.067$

17 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $2x-5y+10=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$2x-5y+10=0$에서

$y=0$일 때 $x=-5$,

$x=0$일 때 $y=2$

이므로

A$(-5, 0)$, B$(0, 2)$

직각삼각형 AOB에서

$\overline{OA} = 5$, $\overline{OB} = 2$, $\overline{AB} = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{29}$

이므로

$\sin a = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$, $\cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

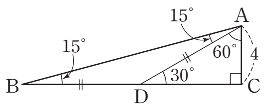
따라서

$$\sin a + \cos a = \frac{2}{\sqrt{29}} + \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$= \frac{7}{\sqrt{29}}$$

$$= \frac{7\sqrt{29}}{29}$$

18 직각삼각형 ADC에서



$\cos 60^\circ = \dfrac{4}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{2}$

이므로

$\overline{AD} = 4 \times 2 = 8$

또 $\tan 60^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{4} = \sqrt{3}$이므로

$\overline{CD} = 4\sqrt{3}$

$\triangle ABD$는 $\overline{AD} = \overline{BD} = 8$인 이등변삼각형이고

$\angle ADC = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

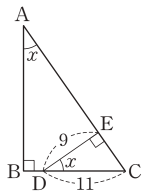
이므로

$\angle BAD = \angle B = \dfrac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$이므로

$\tan 75^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{8+4\sqrt{3}}{4} = 2+\sqrt{3}$

19 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서



$\angle C$는 공통,

$\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$

이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

따라서 $\angle EDC = \angle BAC = x$

직각삼각형 EDC에서

$\overline{CE} = \sqrt{11^2 - 9^2} = 2\sqrt{10}$

이므로

$\tan x = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{DE}} = \dfrac{2\sqrt{10}}{9}$,

$\sin x = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{DC}} = \dfrac{2\sqrt{10}}{11}$

따라서

$\dfrac{\tan x}{\sin x} = \dfrac{2\sqrt{10}}{9} \times \dfrac{11}{2\sqrt{10}} = \dfrac{11}{9}$

20 $45^\circ < x < 90^\circ$일 때,

$0 < \cos x < \sin x < 1 < \tan x$

이므로

$1 - \tan x < 0$, $\tan x - \cos x > 0$

따라서

$\sqrt{(1-\tan x)^2} - \sqrt{(\tan x - \cos x)^2}$

$= -(1-\tan x) - (\tan x - \cos x)$

$= -1 + \tan x - \tan x + \cos x$

$= -1 + \cos x$

즉, $-1 + \cos x = -\dfrac{1}{2}$이므로

$\cos x = \dfrac{1}{2}$

이때 $45^\circ < x < 90^\circ$이므로

$x = 60^\circ$

중단원 평가 제2회

본문 14~17쪽

01 ③	**02** ⑤	**03** ②	**04** ②	**05** ③
06 ③	**07** ④	**08** ⑤	**09** ②, ④	**10** ④
11 ①	**12** ④	**13** ②	**14** ③	**15** ④
16 ①	**17** $4\sqrt{34}$	**18** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	**19** 6	
20 46.445				

01 직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC} = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - 10^2} = 5$

이므로

$\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{5}{5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos A = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{10}{5\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

따라서

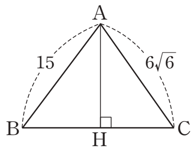
$\sin A \times \cos A = \dfrac{\sqrt{5}}{5} \times \dfrac{2\sqrt{5}}{5} = \dfrac{2}{5}$

02 $\tan B = \dfrac{\overline{AC}}{10} = \dfrac{3}{5}$에서

$\overline{AC} = \dfrac{3}{5} \times 10 = 6(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB} = \sqrt{10^2 + 6^2} = 2\sqrt{34}(\text{cm})$

03 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 ABH에서



$\cos B = \dfrac{\overline{BH}}{15} = \dfrac{3}{5}$

이므로

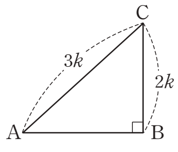
$\overline{BH} = \dfrac{3}{5} \times 15 = 9$

따라서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$이므로

직각삼각형 AHC에서

$\sin C = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{6\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

04 $\sin A = \dfrac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$이고, $\overline{AC} = 3k$, $\overline{BC} = 2k$ $(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



따라서

$\overline{AB} = \sqrt{(3k)^2 - (2k)^2} = \sqrt{5}k$

이므로

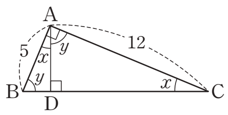
$\cos A \times \tan A = \dfrac{\sqrt{5}k}{3k} \times \dfrac{2k}{\sqrt{5}k} = \dfrac{2}{3}$

[다른 풀이]

$\overline{AC}=3k$, $\overline{BC}=2k$ $(k>0)$인 직각삼각형 ABC에서

$$\cos A\times\tan A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}\times\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$
$$=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$
$$=\frac{2k}{3k}=\frac{2}{3}$$

05 △ABC와 △DBA에서



∠B는 공통,

$\angle BAC=\angle BDA=90°$

이므로

△ABC∽△DBA (AA 닮음)

따라서 $\angle BCA=\angle BAD=x$

마찬가지로 △ABC∽△DAC (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle DAC=y$

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{5^2+12^2}=13$이므로

$\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{12}{13}$, $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{5}{13}$

따라서 $\cos x-\cos y=\frac{12}{13}-\frac{5}{13}=\frac{7}{13}$

06 △ABC와 △EBD에서

$\boxed{\angle B}$는 공통, $\angle BAC=\angle BED=90°$

이므로

△ABC∽△EBD ($\boxed{AA}$ 닮음)

따라서 $\angle BCA=\angle BDE=\boxed{x}$

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{25^2-7^2}=\boxed{24}$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\boxed{\frac{24}{25}}$

따라서 옳은 것은 (다)이다.

07 △AEG는 $\angle AEG=90°$인 직각삼각형이고,

△EFG에서

$\overline{EG}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

이므로

$\overline{AG}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서

$\sin x=\frac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\frac{10}{10\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\frac{10}{10\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\tan x=\frac{\overline{AE}}{\overline{EG}}=\frac{10}{10}=1$

이므로

$$\sin x+2\tan x+3\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}+2\times1+3\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=2+2\sqrt{2}$$

08 기울기가 $-\frac{1}{3}$이므로 $y=-\frac{1}{3}x+b$ (b는 상수)라 하면 직선이

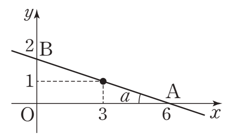
점 (3, 1)을 지나므로

$1=-1+b$

에서

$b=2$

$y=-\frac{1}{3}x+2$가 x축, y축과 만나는



점을 각각 A, B라 하자.

$y=0$을 대입하면 $x=6$이므로

A(6, 0)

$x=0$을 대입하면 $y=2$이므로

B(0, 2)

직각삼각형 ABO에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$

이므로

$\sin a=\frac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

$\cos a=\frac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\frac{6}{2\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

따라서

$$\sin a+\cos a=\frac{\sqrt{10}}{10}+\frac{3\sqrt{10}}{10}$$
$$=\frac{4\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$$

09 ① $\tan 45°\times\sin 30°=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

② $\frac{\sin 30°}{\cos 30°}=\frac{1}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $3\sin 30°-\sqrt{3}\tan 60°$

$=3\times\frac{1}{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=\frac{3}{2}-3=-\frac{3}{2}$

④ $\cos 45°+\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}\tan 30°-\sqrt{2}\sin 45°$

$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=1-1=0$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

10 직각삼각형 ABC에서

$\tan 60°=\frac{\overline{BC}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$

이므로

$\overline{BC}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$

직각삼각형 BCD에서

$\sin 45°=\frac{\sqrt{6}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

이므로

$\overline{BD}=\sqrt{6}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$

11 $\sin 45^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{OA}}=\overline{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45^\circ=\frac{\overline{DB}}{\overline{OB}}=\overline{DB}=1$

이때 $\cos 45^\circ=\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}}=\overline{OC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{CB}=\overline{OB}-\overline{OC}$

$=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 사다리꼴 ACBD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(\overline{AC}+\overline{DB})\times\overline{CB}$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\times\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\frac{1}{4}$

12 ㄱ. $\sin 90^\circ=1$, $\cos 90^\circ=0$이므로

$\sin 90^\circ\neq\cos 90^\circ$

ㄴ. $\sin 0^\circ=0$, $\cos 90^\circ=0$이므로

$\sin 0^\circ=\cos 90^\circ$

ㄷ. $\tan 45^\circ=1$, $\sin 90^\circ=1$이므로

$\tan 45^\circ=\sin 90^\circ$

ㄹ. $\sin 90^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$이므로

$\sin 90^\circ\neq\tan 0^\circ$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

13 $\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ-\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ+\tan 0^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1\times1+0$

$=\frac{1}{2}-1+0$

$=-\frac{1}{2}$

14 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\cos A<\sin A<1<\tan A$이므로

$\cos A<\sin A<\tan A$

15 $0^\circ<x<45^\circ$일 때,

$0<\sin x<\cos x<1$, $\tan x>0$

이므로

$\sin x-\cos x<0$, $\sin x>0$, $\tan x>0$

따라서

$\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}+\sqrt{\sin^2 x}-\sqrt{\tan^2 x}$

$=-(\sin x-\cos x)+\sin x-\tan x$

$=\cos x-\tan x$

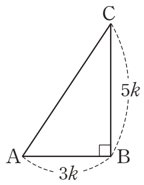
16 $\cos A=\frac{6691}{10000}=0.6691$

이때 $\cos 48^\circ=0.6691$이므로

$\angle A=48^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+48^\circ)=42^\circ$

17 $\tan A=\frac{5}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=5k$ $(k>0)$인 직각삼각형

ABC를 생각할 수 있다.

이때

$\overline{AC}=\sqrt{(3k)^2+(5k)^2}=\sqrt{34}k$

따라서

$\sin A=\frac{5k}{\sqrt{34}k}=\frac{5\sqrt{34}}{34}$,

$\cos A=\frac{3k}{\sqrt{34}k}=\frac{3\sqrt{34}}{34}$

이므로

$17(\sin A+\cos A)=17\times\left(\frac{5\sqrt{34}}{34}+\frac{3\sqrt{34}}{34}\right)$

$=17\times\frac{8\sqrt{34}}{34}$

$=4\sqrt{34}$

18 $\angle A:\angle B:\angle C=1:3:5$이므로

$\angle A=x$, $\angle B=3x$, $\angle C=5x$ $(x>0)$

라 하면 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$x+3x+5x=180^\circ$

$9x=180^\circ$

$x=20^\circ$

따라서 $\angle B=3\times20^\circ=60^\circ$이므로

$\cos B\times\tan B=\cos 60^\circ\times\tan 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

19 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45°이므로

$a=\tan 45^\circ=1$

이때 직선 $y=x+b$가 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$4=-2+b$

에서

$b=6$

따라서 $ab=1\times6=6$

20 직각삼각형 ABC에서 $\angle C=37^\circ$이므로

$\angle A=180^\circ-(90^\circ+37^\circ)$

$=53^\circ$

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 53^\circ=1.3270$이므로

$\tan 53^\circ=\frac{\overline{BC}}{35}=1.3270$

따라서 $\overline{BC}=35\times1.327=46.445$

Ⅴ-(2) 삼각비의 활용

중단원 평가 제1회

본문 18~21쪽

01 ②	02 ④	03 ④	04 ①	05 ⑤
06 ③	07 ④	08 ③	09 ②	10 ⑤
11 ①	12 ④	13 ④	14 ③	15 ①
16 ③	17 216π cm^3		18 $40\sqrt{7}$ m	
19 $3\sqrt{3}$ cm^2		20 $\frac{3}{5}$		

01 △ABC에서

ㄱ. $\tan B=\frac{b}{a}$이므로 $b=a\tan B$

ㄴ. $\cos B=\frac{a}{c}$이므로 $c=\frac{a}{\cos B}$

ㄷ. $\sin A=\frac{a}{c}$이므로 $a=c\sin A$

ㄹ. $\tan A=\frac{a}{b}$이므로 $b=\frac{a}{\tan A}$

ㅁ. $\sin B=\frac{b}{c}$이므로 $b=c\sin B$

따라서 $\overline{AC}$의 길이를 나타내는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

02 △ABC에서

$\angle A=180°-(90°+55°)=35°$

이므로

$\overline{BC}=20\sin 35°=20\times 0.57=11.4$

직각삼각형 HBC에서

$\overline{BH}=\overline{BC}\sin 55°$

$=11.4\times 0.82=9.348$

03 $\overline{HE}=\overline{GF}=\boxed{5}$ cm이므로

직각삼각형 HEF에서

$\overline{HF}=\sqrt{5^2+5^2}=\boxed{5\sqrt{2}}$(cm)

직각삼각형 BHF에서

$\overline{BF}=\boxed{5\sqrt{2}}\tan 60°$

$=5\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\boxed{5\sqrt{6}}$(cm)

따라서 직육면체의 부피는

$5\times5\times\boxed{5\sqrt{6}}=\boxed{125\sqrt{6}}$(cm^3)

따라서 옳지 않은 것은 (라)이다.

04 △ABC에서

$\overline{AC}=100\tan 45°=100\times 1=100$(m)

△DBC에서

$\overline{DC}=100\tan 30°$

$=100\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{100\sqrt{3}}{3}$(m)

따라서 송신탑의 높이는

$\overline{AD}=\overline{AC}-\overline{DC}$

$=100-\frac{100\sqrt{3}}{3}$

$=100\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$(m)

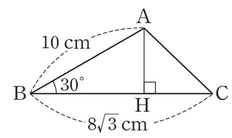
05 △ABC에서

$\overline{AC}=\frac{12}{\sin 18°}=12\times\frac{10}{3}=40$(m)

따라서 A 지점에서 초속 2 m로 C 지점까지 가는 데 걸리는 시간은

$\frac{40}{2}=20$(초)

06 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=10\sin 30°$

$=10\times\frac{1}{2}=5$(cm),

$\overline{BH}=10\cos 30°$

$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$(cm)

이므로

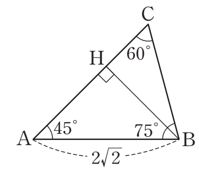
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$

$=8\sqrt{3}-5\sqrt{3}=3\sqrt{3}$(cm)

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{13}$(cm)

07 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=2\sqrt{2}\sin 45°$

$=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$

이때

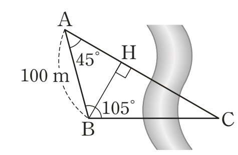
$\angle C=180°-(45°+75°)=60°$

이므로 △CHB에서

$\overline{BC}=\frac{2}{\sin 60°}$

$=2\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

08 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=100\cos 45°$

$=100\times\frac{\sqrt{2}}{2}=50\sqrt{2}$(m)

$\overline{BH}=100\sin 45°$

$=100\times\frac{\sqrt{2}}{2}=50\sqrt{2}$(m)

△BCH에서 $\angle HBC=105°-45°=60°$이므로

$\angle C=180°-(90°+60°)=30°$

따라서

$\overline{CH}=\dfrac{\overline{BH}}{\tan 30^\circ}=50\sqrt{2}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=50\sqrt{6}\,(\text{m})$

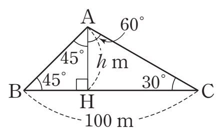
이므로

$\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}$

$=50\sqrt{2}+50\sqrt{6}$

$=50(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\text{m})$

09 크리스마스 트리의 높이를 h m라 하면 오른쪽 그림에서



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$

이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$

$\triangle AHC$에서

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{m})$

따라서

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$

$=h+\sqrt{3}h=100(\text{m})$

이므로

$(1+\sqrt{3})h=100$

$h=\dfrac{100}{1+\sqrt{3}}=50(\sqrt{3}-1)$

즉, 크리스마스 트리의 높이는 $50(\sqrt{3}-1)$ m이다.

10 $\triangle CAH$에서 $\angle ACH=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$

$\triangle CBH$에서 $\angle BCH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

이때 $\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$12=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)h=12$

따라서 산의 높이는

$h=12\div\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=12\times\left(\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}\right)$

$=12\times\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$

$=6(3+\sqrt{3})(\text{m})$

11 $\triangle ABC$의 넓이가 60 cm^2이므로

$\dfrac{1}{2}\times 15\times\overline{AC}\times\sin 30^\circ=60$

$\dfrac{1}{2}\times 15\times\overline{AC}\times\dfrac{1}{2}=60$

$\dfrac{15}{4}\overline{AC}=60$

따라서 $\overline{AC}=60\times\dfrac{4}{15}=16(\text{cm})$

12 $\triangle ABC$의 넓이가 20 cm^2이므로

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 8\times\sin(180^\circ-135^\circ)=20$

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=20$

$2\sqrt{2}\times\overline{AB}=20$

따라서 $\overline{AB}=\dfrac{20}{2\sqrt{2}}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

13 $\triangle ACD$에서

$\overline{AC}=\dfrac{6}{\cos 30^\circ}=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

이므로 사각형 ABCD의 넓이는

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 6\times\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 6\times\dfrac{1}{2}$

$=8\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$=14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14 평행사변형의 성질에 의하여

$\overline{BC}=\overline{AD}=12$,

$\angle ABC=\angle ADC=60^\circ$

이고, $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로 $\triangle AMC$의 넓이는

$\triangle AMC=\dfrac{1}{2}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 8\times 12\times\sin 60^\circ\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times 8\times 12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}$

15 사각형 ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 12\times 18\times\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}\times 12\times 18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=54\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

16 사각형 ABCD의 넓이가 $18\sqrt{2}$ cm^2이므로

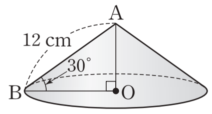
$\dfrac{1}{2}\times 6\times 12\times\sin x=18\sqrt{2}$

$\sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0^\circ<x<90^\circ$이므로

$x=45^\circ$

17 오른쪽 그림에서



$\overline{AO}=12\sin 30^\circ$

$=12\times\dfrac{1}{2}=6(\text{cm})$

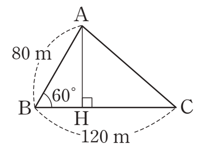
$\overline{BO}=12\cos 30^\circ$

$=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(6\sqrt{3})^2\times6=216\pi(\text{cm}^3)$

18 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{\text{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{\text{AH}}=80\sin 60^\circ$

$=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{\text{BH}}=80\cos 60^\circ$

$=80\times\frac{1}{2}=40(\text{m})$

이므로

$\overline{\text{CH}}=\overline{\text{BC}}-\overline{\text{BH}}$

$=120-40=80(\text{m})$

따라서 △AHC에서

$\overline{\text{AC}}=\sqrt{(40\sqrt{3})^2+80^2}=40\sqrt{7}(\text{m})$

19 $\overline{\text{AE}}/\!/\overline{\text{DC}}$이므로

△AED=△AEC

따라서 사각형 ABED의 넓이는

□ABED=△ABE+△AED

=△ABE+△AEC

=△ABC

$=\frac{1}{2}\times3\times4\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times3\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20 $\overline{\text{BM}}=\overline{\text{MC}}=\overline{\text{CN}}=\overline{\text{ND}}=2$ cm이므로

△ABM에서

$\overline{\text{AM}}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

△AND에서

$\overline{\text{AN}}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

따라서 △AMN의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}\times\sin x=10\sin x$ …… ㉠

또 △AMN의 넓이는

△AMN=□ABCD−(△ABM+△MCN+△AND)

$=4\times4-\left(\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times4\right)$

$=16-(4+2+4)$

$=6$ …… ㉡

㉠, ㉡이 같아야 하므로

$10\sin x=6$

따라서 $\sin x=\frac{3}{5}$

중단원 평가 제2회

본문 22~25쪽

01 ②	**02** ⑤	**03** ④	**04** ③	**05** ⑤
06 ④	**07** ⑤	**08** ③	**09** ①	**10** ⑤
11 ④	**12** ①	**13** ①	**14** ②	**15** ②
16 ④	**17** $(16\sqrt{3}+48)$ m		**18** $(5+5\sqrt{3})$ m	
19 $(12\pi-9\sqrt{3})$ cm^2		**20** $\frac{45\sqrt{3}}{4}$ cm^2		

01 $x=8\sin 42^\circ=8\times0.67=5.36$,

$y=8\cos 42^\circ=8\times0.74=5.92$

이므로

$y-x=5.92-5.36=0.56$

02 △ABC에서 $\tan A=\frac{8}{\overline{\text{AB}}}=\frac{2}{3}$이므로

$\overline{\text{AB}}=8\times\frac{3}{2}=12(\text{cm})$

따라서 △ABC의 넓이는

$\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times12\times8=48(\text{cm}^2)$

03 △ABO에서

$\overline{\text{AO}}=4\sqrt{3}\tan 45^\circ$

$=4\sqrt{3}\times1=4\sqrt{3}(\text{cm})$

△OBC에서

$\overline{\text{OC}}=\frac{4\sqrt{3}}{\tan 60^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=4(\text{cm})$

따라서 구하는 삼각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\right)\times4\sqrt{3}=32(\text{cm}^3)$

04 민영이의 눈에서 건물 꼭대기까지의 높이는

$10\tan 27^\circ=10\times0.51=5.1(\text{m})$

따라서 건물의 높이는

$1.7+5.1=6.8(\text{m})$

05 △ABC에서

$\overline{\text{AC}}=\frac{6\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=6\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=12(\text{cm})$,

$\overline{\text{BC}}=\frac{6\sqrt{3}}{\tan 60^\circ}=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=6(\text{cm})$

이때

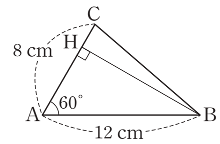
$\overline{\text{CD}}=\overline{\text{BD}}-\overline{\text{BC}}=9-6=3(\text{cm})$

이므로 △ECD에서

$\overline{\text{CE}}=\frac{3}{\cos 45^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 $\overline{\text{AC}}+\overline{\text{CE}}=12+3\sqrt{2}(\text{cm})$

06 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$HAB에서

$\overline{BH}=12\sin 60^\circ$

$\quad=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AH}=12\cos 60^\circ$

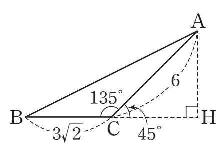
$\quad=12\times\dfrac{1}{2}=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{CH}=8-6=2(\text{cm})$이므로 $\triangle$CHB에서

$\overline{BC}=\sqrt{2^2+(6\sqrt{3})^2}$

$\quad=4\sqrt{7}(\text{cm})$

07 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

$\triangle$ACH에서

$\overline{AH}=6\sin 45^\circ$

$\quad=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2},$

$\overline{CH}=6\cos 45^\circ$

$\quad=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

이때 $\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$이므로

$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{AH}^2}$

$\quad=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}$

$\quad=3\sqrt{10}$

08 $\overline{AH}=h$라 하면 $\triangle$ABH에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$AHC에서 $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

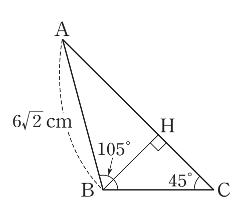
$10=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)h=10,\ \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$

따라서

$h=10\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$

09 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서

$\angle HBA=105^\circ-45^\circ=60^\circ$

이므로

$\angle A=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)$

$\quad=30^\circ$

따라서

$\overline{BH}=6\sqrt{2}\sin 30^\circ$

$\quad=6\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

이므로 $\triangle$HBC에서

$\overline{BC}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=6(\text{cm})$

10 $\overline{AH}=h$라 하면 $\angle BAH=60^\circ$이고, $\triangle$ABC에서 $\angle BAC=30^\circ$이므로

$\angle CAH=30^\circ$

따라서 $\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\boxed{\sqrt{3}h}$,

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}h}$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$\sqrt{3}h-\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}h}=\boxed{12}$

$\boxed{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h}=12$

따라서 $h=12\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\boxed{6\sqrt{3}}$

그러므로 옳지 않은 것은 (마)이다.

11 $\overline{AC}=h$ m라 하면 $\angle BAC=60^\circ$이므로 $\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{m})$

$\angle DAC=45^\circ$이므로 $\triangle$ADC에서

$\overline{DC}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$

이때 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}$이므로

$100=\sqrt{3}h-h$

$(\sqrt{3}-1)h=100$

$h=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}=50(\sqrt{3}+1)$

따라서 이 산의 높이는 $50(\sqrt{3}+1)$ m이다.

12 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\quad=60(\text{cm}^2)$

이때 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\triangle GBC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

$\quad=\dfrac{1}{3}\times 60=20(\text{cm}^2)$

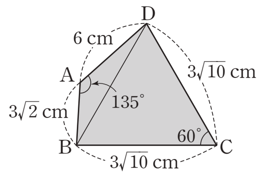
13 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 45^\circ$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\quad=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

14



위의 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 사각형 ABCD의 넓이는

$\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} \times \sin(180^\circ - 135^\circ) + \frac{1}{2} \times 3\sqrt{10} \times 3\sqrt{10} \times \sin 60^\circ$$

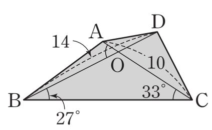
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times 3\sqrt{10} \times 3\sqrt{10} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 9 + \frac{45\sqrt{3}}{2} (\text{cm}^2)$$

15 마름모 ABCD의 넓이는

$10 \times 10 \times \sin 30^\circ = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 50(\text{cm}^2)$

16 오른쪽 그림과 같이 두 대각선의 교점을 O라 하면 $\triangle OBC$에서



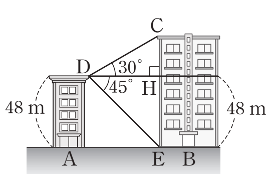
$\angle BOA = 27^\circ + 33^\circ = 60^\circ$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 14 \times 10 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 14 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 35\sqrt{3}$

17 오른쪽 그림의 $\triangle DEH$에서



$\angle DEH = 45^\circ$이므로

$\overline{DH} = 48\tan 45^\circ = 48(\text{m})$

$\triangle CDH$에서

$\overline{CH} = 48\tan 30^\circ$

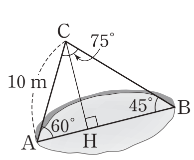
$= 48 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 건물 B의 높이는

$\overline{CE} = \overline{CH} + \overline{HE}$

$= 16\sqrt{3} + 48(\text{m})$

18 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH} = 10\cos 60^\circ$

$= 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{m})$

$\overline{CH} = 10\sin 60^\circ$

$= 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{m})$

$\angle ABC = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$이므로

$\triangle CHB$에서

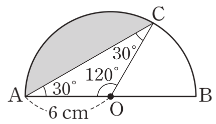
$\overline{HB} = \frac{5\sqrt{3}}{\tan 45^\circ} = 5\sqrt{3}(\text{m})$

따라서

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = 5 + 5\sqrt{3}(\text{m})$

이므로 두 지점 A, B 사이의 거리는 $(5 + 5\sqrt{3})$ m이다.

19 오른쪽 그림에서 $\overline{AO} = \overline{OC}$이므로



$\angle AOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ)$

$= 120^\circ$

따라서 부채꼴 AOC의 넓이는

$\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = 12\pi(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle AOC$의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

이므로 어두운 부분의 넓이는 $(12\pi - 9\sqrt{3})$ cm^2이다.

20 $\triangle ABM = \frac{1}{2} \triangle ABC$

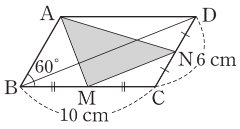
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \square ABCD$

마찬가지로 하면

$\triangle AND = \frac{1}{4} \square ABCD$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle NMC \backsim \triangle DBC$ (SAS 닮음)

이고 닮음비는 1 : 2이므로 넓이의 비는

$1 : 2^2 = 1 : 4$

이다.

따라서

$\triangle NMC = \frac{1}{4} \triangle DBC$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{8} \square ABCD$

이므로

$\triangle AMN$

$= \square ABCD - (\triangle ABM + \triangle NMC + \triangle AND)$

$= \square ABCD - \left(\frac{1}{4} \square ABCD + \frac{1}{8} \square ABCD + \frac{1}{4} \square ABCD\right)$

$= \frac{3}{8} \square ABCD$

$= \frac{3}{8} \times (10 \times 6 \times \sin 60^\circ)$

$= \frac{3}{8} \times \left(10 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{45\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2)$

Ⅵ-(1) 원과 직선

중단원 평가 제1회

본문 26~29쪽

01 ④	02 ①	03 ⑤	04 ③	05 ②
06 ①	07 ④	08 ⑤	09 ②	10 ⑤
11 ⑤	12 ④	13 ①	14 ②	15 ②
16 ③	17 $4\sqrt{3}$ cm^2		18 $6\sqrt{6}$ cm	
19 5 cm	20 $\frac{10}{3}$			

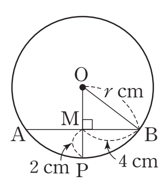
01 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$(cm)

이므로

$\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{21}=4\sqrt{21}$(cm)

02 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)



원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OM}=\overline{OP}-\overline{MP}=(r-2)$ cm

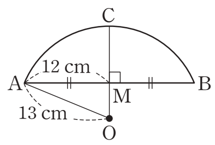
이므로 직각삼각형 OMB에서

$r^2=(r-2)^2+4^2$

$4r=20$, $r=5$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 직각삼각형 AOM에서



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12$(cm)

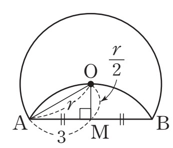
이므로

$\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(cm)

따라서

$\overline{CM}=\overline{OC}-\overline{OM}=13-5=8$(cm)

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}$

따라서 직각삼각형 OAM에서

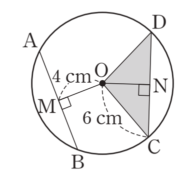
$r^2=3^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$

$\frac{3}{4}r^2=9$, $r^2=12$

이때 $r>0$이므로 $r=2\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$이다.

05 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{ON}=\overline{OM}=4$ cm

직각삼각형 OCN에서

$\overline{CN}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$(cm)

따라서

$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$(cm)

이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$(cm^2)

06 사각형 OHCN에서

$\angle HCN=360^\circ-(116^\circ+90^\circ+90^\circ)=64^\circ$

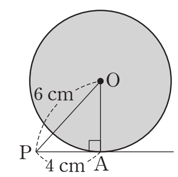
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times64^\circ=52^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OPA$는 $\angle OAP=90^\circ$인 직각삼각형이므로



$\overline{OA}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$(cm)

따라서 원의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{5})^2=20\pi$(cm^2)

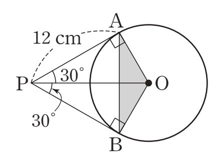
08 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$는 이등변삼각형이고, $\angle APB=60^\circ$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle APB$는 정삼각형이므로 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$(cm^2)

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$,

$\overline{PO}$는 공통, $\overline{AO}=\overline{BO}$

이므로

$\triangle APO\equiv\triangle BPO$ (RHS 합동)

따라서 $\angle APO=\angle BPO=30^\circ$이므로

직각삼각형 APO에서

$\overline{OA}=\overline{AP}\tan30^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$(cm)

한편 $\angle APB=60^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

따라서 $\triangle ABO$의 넓이는

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}$(cm^2)

10 $\overline{BD}=\boxed{\overline{BE}}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$이고, $\overline{AE}=\boxed{\overline{AF}}$이므로

$\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=(\overline{AB}+\overline{BE})+(\overline{AC}+\overline{CF})$

$=\overline{AE}+\overline{AF}$

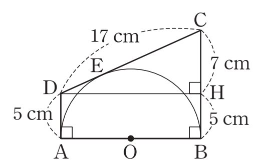
$=\boxed{2}\,\overline{AE}$

$=2\times(11+\boxed{6})$

$=\boxed{34}\,(cm)$

따라서 옳지 않은 것은 (마)이다.

11 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E, 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DE}=\overline{AD}=5$ cm,

$\overline{CE}=\overline{BC}=12$ cm

이므로

$\overline{DC}=5+12=17(cm)$, $\overline{CH}=12-5=7(cm)$

따라서 직각삼각형 CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{17^2-7^2}=4\sqrt{15}\,(cm)$

이므로 반원 O의 지름 AB의 길이는 $4\sqrt{15}$ cm이다.

12 $\triangle ABC$에서

$\angle C=180^\circ-(72^\circ+56^\circ)=52^\circ$

이때 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로 $\triangle FEC$는 이등변삼각형이다.

따라서

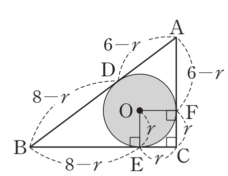
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)$

$=64^\circ$

13 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r라 하고, $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그으면



□OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{OE}=\overline{OF}=r$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}=6-r$,

$\overline{BD}=\overline{BE}=8-r$이고, $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$10=(6-r)+(8-r)$

$2r=4$, $r=2$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2이므로 넓이는

$\pi\times2^2=4\pi$

14 $\overline{BP}=\overline{BQ}=5$ cm이고,

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$

$=(4+5)+(7+6)=22(cm)$

이므로 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=(\overline{AB}+\overline{CD})+(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=22+22$

$=44(cm)$

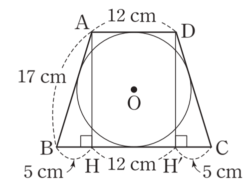
15 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$이고,

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2\overline{AB}=12+22=34(cm)$

따라서 $\overline{AB}=17$ cm

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(22-12)=5(cm)$

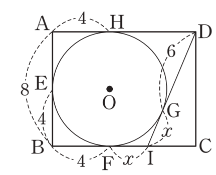
이므로 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{17^2-5^2}=2\sqrt{66}\,(cm)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AH}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{66}=\sqrt{66}\,(cm)$

16 $\overline{BE}=\overline{BF}=4$이고,



$\overline{AH}=\overline{AE}=8-4=4$이므로

$\overline{DG}=\overline{DH}=10-4=6$

$\overline{FI}=\overline{IG}=x$라 하면

$\overline{DI}=6+x$, $\overline{IC}=6-x$

이므로 직각삼각형 DIC에서

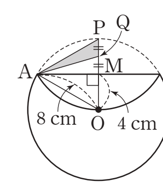
$(6+x)^2=(6-x)^2+8^2$

$24x=64$, $x=\frac{8}{3}$

따라서 $\overline{DI}=6+\frac{8}{3}=\frac{26}{3}$

17 원 O의 반지름의 길이가 8 cm이므로

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면



$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times8=4(cm)$

직각삼각형 AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(cm)$

이때

$\overline{PQ}=\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{OM}=\frac{1}{2}\times4=2(cm)$

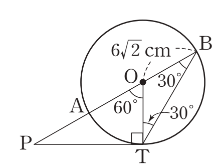
이므로

$\triangle PAQ=\frac{1}{2}\times\overline{PQ}\times\overline{AM}$

$=\frac{1}{2}\times2\times4\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(cm^2)$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면

$\triangle BOT$는 $\overline{OB}=\overline{OT}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OTB=\angle OBT=30^\circ$

따라서 $\angle POT=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

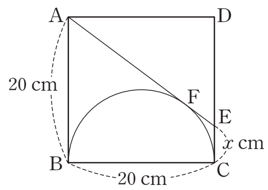
이때 $\triangle OPT$는 $\angle OTP=90^\circ$인 직각삼각형이고,

$\overline{OT}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12\sqrt{2}=6\sqrt{2}\,(cm)$

이므로

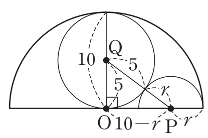
$\overline{PT}=\overline{OT}\tan60^\circ=6\sqrt{2}\times\sqrt{3}=6\sqrt{6}\,(cm)$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$와 반원의 접점을 F, $\overline{CE}=x$ cm라 하면



$\overline{AF}=\overline{AB}=20$ cm,
$\overline{EF}=\overline{EC}=x$ cm
이므로
$\overline{AE}=(20+x)$ cm
이때 $\overline{DE}=(20-x)$ cm이므로 직각삼각형 AED에서
$(20+x)^2=20^2+(20-x)^2$
$80x=400$, $x=5$
따라서 $\overline{CE}$의 길이는 5 cm이다.

20 오른쪽 그림과 같이 반원 P의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OQ}\perp\overline{OP}$이므로



△OPQ에서
$5^2+(10-r)^2=(5+r)^2$
$30r=100$, $r=\frac{10}{3}$
따라서 반원 P의 반지름의 길이는 $\frac{10}{3}$이다.

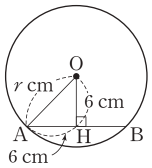
중단원 평가 제2회

본문 30~33쪽

01 ⑤	**02** ④	**03** ①	**04** ③	**05** ②
06 ①	**07** ②	**08** ⑤	**09** ④	**10** ③
11 ⑤	**12** ④	**13** ①	**14** ②	**15** ③
16 ①	**17** $2\sqrt{55}$ cm		**18** $3\sqrt{5}$ cm	
19 $12\sqrt{3}$ cm		**20** 4 cm		

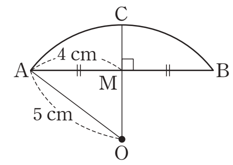
01 $\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OB}=\frac{1}{2}\times8=4$
이므로 직각삼각형 COH에서
$\overline{CH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$
따라서
$\overline{CD}=2\overline{CH}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

02 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
직각삼각형 OAH에서



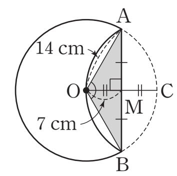
$r=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$(cm)
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times6\sqrt{2}=12\sqrt{2}\pi$(cm)

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 직각삼각형 AOM에서



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)
이므로
$\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm)
따라서 $\overline{CM}=\overline{CO}-\overline{OM}=5-3=2$(cm)

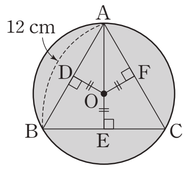
04 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라 하면



$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times14=7$(cm)
직각삼각형 AOM에서
$\cos(\angle AOM)=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$
이때 $0^\circ<\angle AOM<90^\circ$이므로
$\angle AOM=60^\circ$
△AOM≡△BOM (RHS 합동)이므로
$\angle AOB=2\angle AOM$
$=2\times60^\circ=120^\circ$

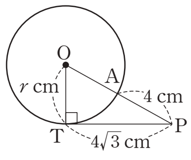
05 △OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times12=24$
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=24$

06 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
따라서 △ABC는 정삼각형이므로
$\angle A=60^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면
△ADO≡△AFO (RHS 합동)
이므로



$\angle DAO=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
이때 점 O는 △ABC의 외심이므로
$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)
△ADO에서
$\overline{AO}=\frac{6}{\cos30^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$(cm)
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$(cm^2)

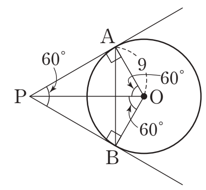
07 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\angle OTP=90^\circ$이므로 직각삼각형 POT에서



$(r+4)^2=(4\sqrt{3})^2+r^2$
$8r=32$, $r=4$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

08 $\angle \mathrm{PTO}=\angle \mathrm{PT'O}=90^\circ$이므로
사각형 TPT′O에서
$\angle \mathrm{TOT'}=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$
따라서 어두운 부분의 부채꼴의 중심각의 크기는
$360^\circ-120^\circ=240^\circ$
이므로 넓이는
$\pi\times3^2\times\dfrac{240}{360}=6\pi(\mathrm{cm}^2)$

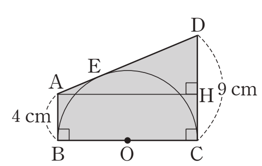
09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OP}}$를 그으면



$\triangle \mathrm{APO}\equiv\triangle \mathrm{BPO}$ (RHS 합동)
이므로
$\angle \mathrm{AOP}=\angle \mathrm{BOP}=60^\circ$
직각삼각형 APO에서
$\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{OA}}\tan 60^\circ$
$=9\times\sqrt{3}=9\sqrt{3}$
한편 사각형 APBO에서
$\angle \mathrm{APB}=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)$
$=60^\circ$
이때 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로 $\triangle \mathrm{APB}$는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{PA}}=9\sqrt{3}$

10 ㄱ. 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{PX}}=\overline{\mathrm{PY}}$
ㄴ, ㄷ. $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$, $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$인지 알 수 없다.
ㄹ. $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AX}}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BY}}$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AX}}+\overline{\mathrm{BY}}$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

11 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{\mathrm{AD}}$의 접점을 E, 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{DC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



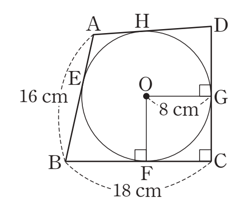
$\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AB}}=4$ cm,
$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DC}}=9$ cm
이므로
$\overline{\mathrm{AD}}=4+9=13(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{DH}}=9-4=5(\mathrm{cm})$
직각삼각형 AHD에서
$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\mathrm{cm})$
따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times(4+9)\times12=78(\mathrm{cm}^2)$

12 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=\boxed{6}$ cm, $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AD}}=\boxed{4}$ cm,
$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=9-4=\boxed{5}(\mathrm{cm})$
이므로
$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{EC}}=6+5=\boxed{11}(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle \mathrm{ABC}$의 둘레의 길이는
$\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{AC}}=(4+6)+11+9$
$=\boxed{30}(\mathrm{cm})$
그러므로 옳지 않은 것은 (라)이다.

13 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=4$ cm, $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=8$ cm이므로
$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{AB}}=(x+4)$ cm,
$\overline{\mathrm{BC}}=(x+8)$ cm,
$\overline{\mathrm{AC}}=4+8=12(\mathrm{cm})$
직각삼각형 ABC에서
$(x+4)^2+12^2=(x+8)^2$
$8x=96$, $x=12$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=12+4=16(\mathrm{cm})$이므로 $\triangle \mathrm{ABC}$의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times16\times12=96(\mathrm{cm}^2)$

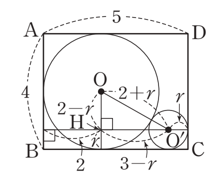
14 $\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}$이므로
$\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}=16+11=27(\mathrm{cm})$
이때 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{BC}}=1:2$이므로
$\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{2}{3}\times27=18(\mathrm{cm})$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OF}}$, $\overline{\mathrm{OG}}$를 그으면



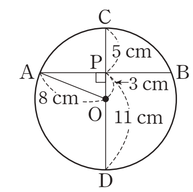
$\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{OG}}=8$ cm
이므로
$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BF}}=18-8$
$=10(\mathrm{cm})$
따라서
$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{AE}}=16-10$
$=6(\mathrm{cm})$

16 원 O의 반지름의 길이는
$\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{1}{2}\times4=2$
오른쪽 그림과 같이 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면 직각삼각형 OHO′에서



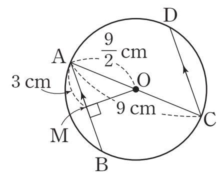
$\overline{\mathrm{OO'}}=2+r$,
$\overline{\mathrm{OH}}=2-r$,
$\overline{\mathrm{O'H}}=5-2-r=3-r$
이므로
$(2-r)^2+(3-r)^2=(2+r)^2$
$r^2-14r+9=0$
이때 $0<r<2$이므로
$r=7-2\sqrt{10}$
따라서 원 O′의 반지름의 길이는 $7-2\sqrt{10}$이다.

17 원 O의 반지름의 길이는
$\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{1}{2}\times(5+11)=8(\mathrm{cm})$
이때 $\overline{\mathrm{OP}}=11-8=3(\mathrm{cm})$이므로
오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AO}}$를 그으면
직각삼각형 AOP에서



$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AP}}=2\sqrt{55}(\mathrm{cm})$

18 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

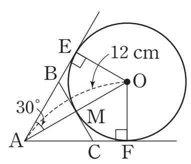
이고, $\overline{OA}=\frac{9}{2}$ cm이므로 직각삼각형 AMO에서

$\overline{OM}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2-3^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 점 O와 두 현 AB, CD 사이의 거리는 같고, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 두 현 AB, CD 사이의 거리는

$2\overline{OM}=2\times\frac{3\sqrt{5}}{2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

19 오른쪽 그림에서



$\triangle EAO\equiv\triangle FAO$ (RHS 합동)

이므로

$\angle EAO=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

직각삼각형 AOE에서

$\overline{AE}=\overline{OA}\cos 30^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

위의 그림과 같이 $\overline{BC}$와 원 O의 접점을 M이라 하면

$\overline{BM}=\overline{BE}$, $\overline{CM}=\overline{CF}$

이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(\overline{AB}+\overline{BE})+(\overline{AC}+\overline{CF})$

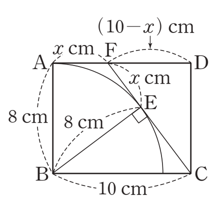
$=\overline{AE}+\overline{AF}$

$=2\overline{AE}$

$=2\times6\sqrt{3}$

$=12\sqrt{3}(\text{cm})$

20 $\overline{AF}=\overline{FE}=x$ cm라 하면



$\overline{FD}=(10-x)$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면 직각삼각형 BCE에서 $\overline{BE}=8$ cm이므로

$\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 CDF에서

$(6+x)^2=(10-x)^2+8^2$

$32x=128$

$x=4$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 4 cm이다.

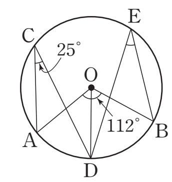
Ⅵ-(2) 원주각

중단원 평가 제1회

본문 34~37쪽

01 ②	**02** ③	**03** ⑤	**04** ④	**05** ④
06 ①	**07** ②	**08** ③	**09** ①	**10** ①
11 ④	**12** ⑤	**13** ④	**14** ②	**15** ③
16 ⑤	**17** 174°	**18** 27π	**19** 38π cm	**20** 120°

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



$\angle AOD=2\angle ACD$

$=2\times25^\circ=50^\circ$

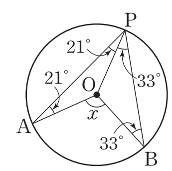
이므로

$\angle DOB=112^\circ-50^\circ=62^\circ$

따라서

$\angle DEB=\frac{1}{2}\angle DOB=\frac{1}{2}\times62^\circ=31^\circ$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle OPA$에서 $\overline{OP}=\overline{OA}$이므로

$\angle OPA=\angle OAP=21^\circ$

마찬가지로 $\triangle OBP$에서

$\angle OPB=\angle OBP=33^\circ$

따라서 $\angle APB=21^\circ+33^\circ=54^\circ$이므로

$\angle x=2\angle APB$

$=2\times54^\circ=108^\circ$

03 $\angle y=2\angle BCD=2\times128^\circ=256^\circ$

이때

$\angle BOD=360^\circ-\angle y=360^\circ-256^\circ=104^\circ$

이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times104^\circ=52^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=52^\circ+256^\circ=308^\circ$

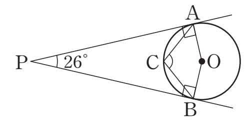
04 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=30^\circ$

따라서 $\angle BAC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로

$\angle x=2\angle BAC=2\times120^\circ=240^\circ$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면 □APBO에서



$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+26^\circ)$

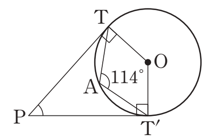
$=154^\circ$

따라서

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(360^\circ-\angle AOB)$

$=\frac{1}{2}\times(360^\circ-154^\circ)=103^\circ$

06 $\angle TAT'$의 중심각의 크기는 $2\angle TAT'$이므로



$\angle TOT'=360^\circ-2\boxed{\angle TAT'}$
$=360^\circ-2\times114^\circ$
$=\boxed{132^\circ}$

□$TPT'O$에서
$\angle OTP=\angle OT'P=\boxed{90^\circ}$이므로
$\angle TPT'=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+132^\circ)$
$=360-\boxed{312^\circ}=\boxed{48^\circ}$

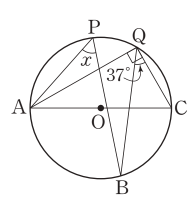
따라서 옳지 않은 것은 (가)이다.

07 ㄱ. $\angle ABC$(또는 $\angle ADC$)와 $\angle BAD$(또는 $\angle BCD$)의 크기를 비교할 수 없으므로 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$인지 알 수 없다.
ㄴ. 호 BD에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle PAB=\angle PCD$
ㄷ. ㄱ에서 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$인지 알 수 없으므로 $\angle BAP=\angle PDC$인지 알 수 없다.
ㄹ. $\triangle APB$와 $\triangle CPD$에서
$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$
이므로
$\triangle APB \backsim \triangle CPD$ (AA 닮음)

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

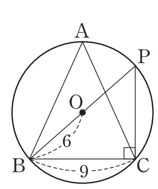
08 호 BC에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$
$\triangle BQD$에서 $\angle ABD=25^\circ+\angle x$이므로
$\triangle ABP$에서
$\angle x+(25^\circ+\angle x)=65^\circ$
$2\angle x=40^\circ$
따라서 $\angle x=20^\circ$

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$를 그으면



$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle AQC=90^\circ$
따라서 $\angle AQB=90^\circ-37^\circ=53^\circ$이므로
$\angle x=\angle AQB=53^\circ$

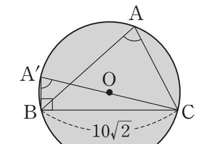
10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 P라 하면 $\overline{BP}$는 원 O의 지름이므로



$\angle BCP=90^\circ$
따라서 직각삼각형 PBC에서
$\overline{BP}=2\times6=12$이므로
$\overline{PC}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$
이때 $\angle BAC=\angle BPC$이므로

$$\cos A=\cos P=\frac{\overline{PC}}{\overline{PB}}$$
$$=\frac{3\sqrt{7}}{12}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

11 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'C}$를 그으면



$\angle BAC=\angle BA'C$
반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로
$\angle A'BC=90^\circ$
이때 $\tan A'=\tan A=5$이므로

$$\overline{A'B}=\frac{10\sqrt{2}}{\tan A'}=\frac{10\sqrt{2}}{5}=2\sqrt{2}$$

$\triangle A'BC$에서
$\overline{A'C}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(10\sqrt{2})^2}=4\sqrt{13}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}\overline{A'C}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{13}=2\sqrt{13}$$

이므로 넓이는
$\pi\times(2\sqrt{13})^2=52\pi$

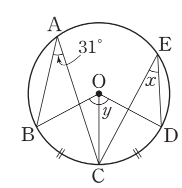
12 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로
$\angle ACB=90^\circ$, $\overline{AB}=16\text{ cm}$
$\triangle ABC$는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$$\overline{AC}=16\cos 60^\circ=16\times\frac{1}{2}=8(\text{cm})$$

따라서 $\triangle CAD$에서

$$\overline{CD}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$$

13 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로
$\angle x=\angle BAC=31^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle BOC=2\angle BAC=2\times31^\circ=62^\circ$,
$\angle COD=2\angle CED=2\times31^\circ=62^\circ$이므로
$\angle y=\angle BOC+\angle COD$
$=62^\circ+62^\circ$
$=124^\circ$
따라서 $\angle y-\angle x=124^\circ-31^\circ=93^\circ$

14 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle BAC=\angle ADB=28^\circ$
따라서 $\triangle ABD$에서
$\angle ABD=180^\circ-(28^\circ+54^\circ+28^\circ)$
$=70^\circ$

15 $\angle ADB:\angle CAD=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=3:4$이므로

$$\angle CAD=\frac{4}{3}\angle ADB$$

$\triangle APD$에서 $\angle ADP+\angle PAD=105^\circ$이므로

$$\angle ADP+\frac{4}{3}\angle ADP=105^\circ$$

$$\frac{7}{3}\angle ADP=105^\circ$$

따라서 $\angle ADP=105^\circ\times\dfrac{3}{7}=45^\circ$

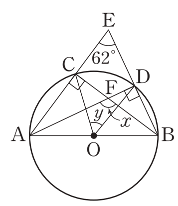
16 $\angle APD=35^\circ+18^\circ+55^\circ=108^\circ$이므로

$\overparen{ABD}=2\pi\times8\times\dfrac{108}{180}=\dfrac{48}{5}\pi(\text{cm})$

따라서

$\overparen{PA}+\overparen{PD}=2\pi\times8-\dfrac{48}{5}\pi=\dfrac{32}{5}\pi(\text{cm})$

17 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ACB=\angle ADB=90^\circ$

$\square ECFD$에서

$\angle CFD=360^\circ-(62^\circ+90^\circ+90^\circ)$

$=118^\circ$

이때 $\angle x$와 $\angle CFD$는 맞꼭지각이므로

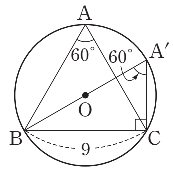
$\angle x=\angle CFD=118^\circ$

또 $\triangle EAD$에서 $\angle EAD=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$이므로

$\angle y=2\angle CAD=2\times28^\circ=56^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=118^\circ+56^\circ=174^\circ$

18 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'B}$를 그으면



$\angle BA'C=\angle BAC=60^\circ$

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

$\angle BCA'=90^\circ$

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=\dfrac{9}{\sin60^\circ}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\overline{A'B}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

이므로 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{3})^2=27\pi$

19 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times52^\circ=76^\circ$

이때 $\angle BAC:\angle ABC=\overparen{BC}:\overparen{AC}$이므로

$76:52=\overparen{BC}:26\pi$

$52\overparen{BC}=76\times26\pi$

따라서 $\overparen{BC}=38\pi$ cm

20 $\angle A:\angle B:\angle C=\overparen{BC}:\overparen{CA}:\overparen{AB}$

$=8:7:3$

이므로

$\angle A=\dfrac{8}{8+7+3}\times180^\circ=\dfrac{8}{18}\times180^\circ=80^\circ$,

$\angle B=\dfrac{7}{8+7+3}\times180^\circ=\dfrac{7}{18}\times180^\circ=70^\circ$,

$\angle C=\dfrac{3}{8+7+3}\times180^\circ=\dfrac{3}{18}\times180^\circ=30^\circ$

따라서

$\angle A+\angle B-\angle C=80^\circ+70^\circ-30^\circ=120^\circ$

중단원 평가 제2회

본문 38~41쪽

01 ①	**02** ⑤	**03** ①	**04** ②	**05** ③
06 ④	**07** ⑤	**08** ①	**09** ⑤	**10** ③
11 ④	**12** ②	**13** ④	**14** ①	**15** ③
16 ②	**17** 62°	**18** 57°	**19** $\dfrac{56\sqrt{2}}{3}$ cm	
20 6π cm				

01 $\angle y=2\angle APB=2\times34^\circ=68^\circ$이고,

$\angle AQB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times68^\circ=34^\circ$

이때 $\overline{OB}=\overline{OQ}$이므로 $\angle x=\angle AQB=34^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=34^\circ+68^\circ=102^\circ$

02 어두운 부분에 해당하는 부채꼴의 중심각의 크기는

$2\angle ABC=2\times135^\circ=270^\circ$

이므로 넓이는

$\pi\times6^2\times\dfrac{270}{360}=27\pi(\text{cm}^2)$

03 $\angle APB=\dfrac{1}{2}\times(360^\circ-\angle x)$이므로

$118^\circ=\dfrac{1}{2}\times(360^\circ-\angle x)$

따라서 $\angle x=360^\circ-236^\circ=124^\circ$

04 $\angle ADC=\dfrac{1}{2}\boxed{\angle AOC}=\dfrac{1}{2}\times72^\circ=\boxed{36^\circ}$

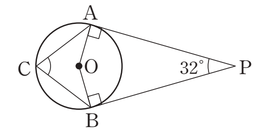
또 $\angle BAD=\dfrac{1}{2}\boxed{\angle BOD}=\dfrac{1}{2}\times30^\circ=\boxed{15^\circ}$

$\triangle ADP$에서 $\angle ADC=\angle APD+\angle PAD$이므로

$\angle APD=\angle ADC-\angle PAD=36^\circ-15^\circ=\boxed{21^\circ}$

따라서 옳지 않은 것은 (나)이다.

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$

이므로 $\square AOBP$에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+32^\circ)=148^\circ$

따라서 $\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times148=74^\circ$

06 $\square APBO$에서 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+58^\circ)=122^\circ$

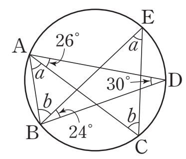
따라서 $\angle y=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times122^\circ=61^\circ$

또 $\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle x=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-122^\circ)=29^\circ$

따라서 $\angle y-\angle x=61^\circ-29^\circ=32^\circ$

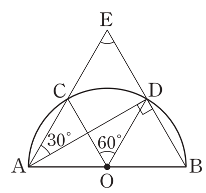
07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle BAC=\angle BEC=\angle a$,
$\angle ABE=\angle ACE=\angle b$
$\triangle ABD$에서
$(26^\circ+\angle a)+(\angle b+24^\circ)+30^\circ=180^\circ$
이므로
$\angle a+\angle b=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

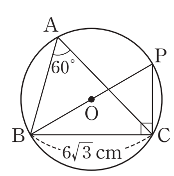
08 $\overline{AE}/\!/\overline{BD}$이므로
$\angle AEC=\angle DPE=29^\circ$ (엇각)
$\overline{AE}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ACE=90^\circ$
따라서 $\triangle CAE$에서
$\angle CAE=180^\circ-(90^\circ+29^\circ)=61^\circ$

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



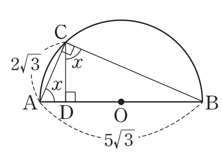
$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로
$\angle ADB=90^\circ$
$\angle COD=60^\circ$이므로
$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$
$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
$\triangle ADE$에서
$\angle E=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{BP}$를 그으면



$\angle BPC=\angle A=60^\circ$
반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로
$\angle BCP=90^\circ$
직각삼각형 PBC에서
$\overline{PB}=\frac{6\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=6\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=12(\text{cm})$
따라서 원 O의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

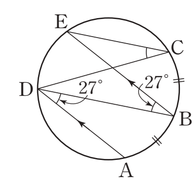
11 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로



$\angle ACB=90^\circ$
이때
$\angle CAB=90^\circ-\angle DCA$
$=\angle BCD=x$
이고, $\overline{BC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=3\sqrt{7}$이므로
$\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{5}$,
$\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}=\frac{2}{5}$
따라서 $\sin x\times\cos x=\frac{\sqrt{21}}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{2\sqrt{21}}{25}$

12 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle ACB=90^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=10$이므로
$\overline{BC}=10\sin 30^\circ=10\times\frac{1}{2}=5$,
$\overline{AC}=10\cos 30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=10+5+5\sqrt{3}$
$=15+5\sqrt{3}$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$를 그으면

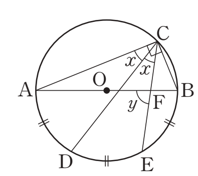


$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로
$\angle ADB=\angle BDC$
따라서
$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC=\frac{1}{2}\times54=27^\circ$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로
$\angle DBE=\angle ADB=27^\circ$ (엇각)
따라서 호 DE에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle DCE=\angle DBE=27^\circ$

14 $\angle ACB:\angle CAD=\widehat{AB}:\widehat{CD}=4:12=1:3$이므로
$\angle CAD=3\angle ACB=3\times24^\circ=72^\circ$
따라서 $\triangle ACP$에서
$\angle x=72^\circ-24^\circ=48^\circ$

15 $\triangle PBA$에서
$\angle BPA=\frac{1}{2}\times200^\circ=100^\circ$
이므로
$\angle PBA+\angle PAB=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ …… ㉠
이때 $\widehat{PB}=\frac{1}{3}\widehat{PA}$이므로
$\angle PAB=\frac{1}{3}\angle PBA$
즉, $\angle PBA=3\angle PAB$ …… ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$3\angle PAB+\angle PAB=80^\circ$
$4\angle PAB=80^\circ$
따라서 $\angle PAB=20^\circ$

16 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이고, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면



$\widehat{AD}=\widehat{DE}=\widehat{EB}$이므로
$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$
$=90^\circ\times\frac{1}{3}=30^\circ$
즉, $\angle x=30^\circ$
또 $\widehat{AC}:\widehat{BC}=7:2$이므로
$\angle CAB=90^\circ\times\frac{2}{9}=20^\circ$

$\triangle$CAF에서

$\angle y=2\angle x+\angle \mathrm{CAB}$

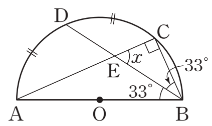
$=2\times 30^\circ+20^\circ$

$=80^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=30^\circ+80^\circ=110^\circ$

17 $\angle \mathrm{CBD}=\angle \mathrm{CAD}=18^\circ$, $\angle \mathrm{CAB}=\angle \mathrm{CDB}=37^\circ$
이므로 $\triangle$ABC에서
$63^\circ+37^\circ+(\angle x+18^\circ)=180^\circ$
따라서 $\angle x=180^\circ-118^\circ=62^\circ$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}$를 그으면
반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로
$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$
이때 $\widehat{\mathrm{AD}}=\widehat{\mathrm{CD}}$이므로
$\angle \mathrm{CBD}=\angle \mathrm{DBA}=33^\circ$
따라서 $\triangle$CEB에서
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+33^\circ)=57^\circ$



19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PO'}}$, $\overline{\mathrm{QB}}$를 그으면

$\overline{\mathrm{AO'}}=28\times\dfrac{3}{4}=21(\mathrm{cm})$,

$\overline{\mathrm{PO'}}=\overline{\mathrm{OO'}}=28\times\dfrac{1}{4}=7(\mathrm{cm})$

이므로 직각삼각형 AO′P에서

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{21^2-7^2}=14\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

한편 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{AQB}=90^\circ$

$\triangle$PAO′과 $\triangle$QAB에서

$\angle \mathrm{APO'}=\angle \mathrm{AQB}=90^\circ$, $\angle$QAB는 공통

이므로

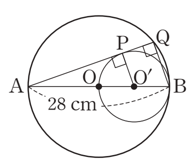
$\triangle \mathrm{PAO'} \backsim \triangle \mathrm{QAB}$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{\mathrm{AO'}}:\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{AQ}}$이므로

$21:28=14\sqrt{2}:\overline{\mathrm{AQ}}$

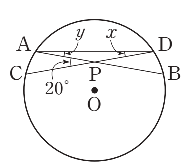
$21\overline{\mathrm{AQ}}=28\times 14\sqrt{2}$

따라서 $\overline{\mathrm{AQ}}=\dfrac{28\times 14\sqrt{2}}{21}=\dfrac{56\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm})$



20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 긋고
$\angle \mathrm{ADC}=\angle x$, $\angle \mathrm{DAB}=\angle y$라 하면
$\triangle$APD에서
$\angle x+\angle y=20^\circ$
이때 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의
크기의 합은 180°이고, $\widehat{\mathrm{AC}}$, $\widehat{\mathrm{BD}}$에 대한 원주각의 크기의 합이 20°이므로

$\widehat{\mathrm{AC}}+\widehat{\mathrm{BD}}=2\pi\times 27\times\dfrac{20}{180}=6\pi(\mathrm{cm})$



Ⅴ-(1) 삼각비 ~ Ⅵ-(2) 원주각

실전 모의고사 〈기본〉 제1회

본문 44~49쪽

01 ④	**02** ①	**03** ②	**04** ③	**05** ③
06 ①	**07** ④	**08** ②	**09** ④	**10** ③
11 ⑤	**12** ①	**13** ①	**14** ③	**15** ②
16 ⑤	**17** ②	**18** ⑤	**19** ①	**20** ④
21 30°	**22** $90\ \mathrm{cm}^2$	**23** $\dfrac{36}{13}$	**24** 23°	**25** 10

01 직각삼각형 ABC에서

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{3^2+(\sqrt{7})^2}=4$

① $\sin A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$　　② $\cos A=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{3}{4}$

③ $\tan A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$　　④ $\sin C=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{3}{4}$

⑤ $\cos C=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

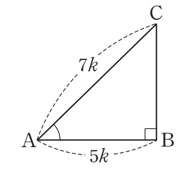
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 $7\cos A-5=0$에서

$\cos A=\dfrac{5}{7}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle \mathrm{B}=90^\circ$이고,
$\overline{\mathrm{AB}}=5k$, $\overline{\mathrm{AC}}=7k$ $(k>0)$인 직각삼각형
ABC를 생각할 수 있다.
이때 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(7k)^2-(5k)^2}=2\sqrt{6}k$이므로

$\sin A=\dfrac{2\sqrt{6}k}{7k}=\dfrac{2\sqrt{6}}{7}$

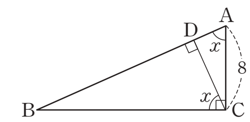


03 $\triangle$ABC와 $\triangle$CBD에서
$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{CDB}=90^\circ$,
$\angle$B는 공통
이므로
$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{CBD}$ (AA 닮음)
따라서 $\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BCD}=x$

$\triangle$ABC에서 $\tan x=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{8}=\sqrt{5}$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=8\sqrt{5}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(8\sqrt{5})^2+8^2}=8\sqrt{6}$



04 $\triangle$AEG는 $\angle \mathrm{AEG}=90^\circ$인 직각삼각형이고,
$\triangle$EFG에서
$\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\mathrm{cm})$
이므로
$\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

따라서

$\sin x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\tan x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{EG}}=\dfrac{5}{5}=1$

이므로

$2\sin x+4\cos x+\tan x$

$=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$

$=3\sqrt{2}+1$

05 직각삼각형 ABC에서

$\sin A=\dfrac{8\sqrt{3}}{16}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ<A<90^\circ$이고 $\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\angle A=60^\circ$

06 △ABC에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BC}=6\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

△ADC에서 $\tan 45^\circ=\dfrac{6}{\overline{DC}}=1$이므로

$\overline{DC}=6$

이때

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}$

$=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)$

이므로

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times6(\sqrt{3}-1)\times6=18(\sqrt{3}-1)$

07 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$ ($a\neq0$, b는 상수)라 하면

$a=\tan 45^\circ=1$

직선 $y=x+b$가 점 $(2, -1)$을 지나므로

$-1=2+b$, $b=-3$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=x-3$

08 ㄱ. $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0=0$

ㄴ. $2\cos 0^\circ\times\sin 60^\circ=2\times1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

ㄷ. $\sin 0^\circ+\cos 0^\circ-\tan 0^\circ=0+1-0=1$

ㄹ. $(\cos 0^\circ+\cos 45^\circ)\times(\sin 90^\circ-\sin 45^\circ)$

$=\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

ㅁ. $\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ+\tan 60^\circ\times\tan 30^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{3}{2}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

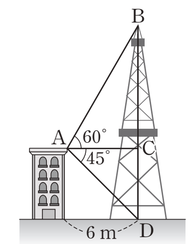
09 △ABH에서

$\overline{AH}=10\sin 27^\circ=10\times0.45=4.5$

△AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 49^\circ}=\dfrac{4.5}{0.75}=6$

10 오른쪽 그림의 △BAC에서



$\overline{BC}=6\tan 60^\circ$

$=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{m})$

△ADC에서

$\overline{CD}=6\tan 45^\circ=6\times1=6(\text{m})$

따라서 송신탑의 높이는

$\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}$

$=6\sqrt{3}+6=6(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

11 $\overline{AH}=h$라 하면 △AHC에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로

$\overline{HC}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

△AHB에서 $\angle BAH=30^\circ$이므로

$\overline{HB}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{HC}-\overline{HB}=9$이므로

$\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=9$

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=9$, $h=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$이다.

12 △ABC에서 $\overline{BC}=12$이므로

$\overline{AC}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

$\angle ACB=30^\circ$이므로

$\angle ACE=30^\circ+90^\circ=120^\circ$

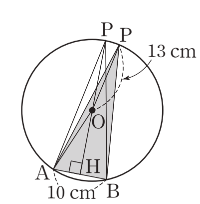
따라서

$\triangle AEC=\dfrac{1}{2}\times12\times6\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=54$

13 점 P에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발 H라 하면 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PH}$가 원의 중심 O를 지날 때, △ABP의 넓이가 최대가 된다.



이때

$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

이므로 직각삼각형 OAH에서

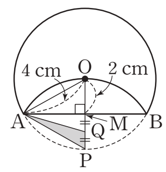
$\overline{OH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

즉, $\overline{PH}=\overline{PO}+\overline{OH}=13+12=25(\text{cm})$

따라서 △ABP의 넓이가 최대일 때의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times10\times25=125(\text{cm}^2)$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=4$ cm,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

이므로 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 $\overline{PQ}=\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{OM}=1(\text{cm})$이므로

$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

15 $\triangle$OPT는 $\angle OTP=90^\circ$인 직각삼각형이고, 넓이가 $9\sqrt{2}\text{ cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times3\sqrt{6}\times\overline{OT}=9\sqrt{2}$

$\overline{OT}=\frac{9\sqrt{2}\times2}{3\sqrt{6}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\pi(\text{cm})$

16 직각삼각형 PBO에서

$\overline{PO}=10+7=17(\text{cm})$이므로

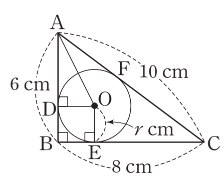
$\overline{PB}=\sqrt{17^2-7^2}=4\sqrt{15}(\text{cm})$

따라서 $\overline{PA}=\overline{PB}=4\sqrt{15}$ cm

17 $\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$, $\overline{OE}$를 긋고, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=6-r(\text{cm})$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=8-r(\text{cm})$

이때 $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$10=(6-r)+(8-r)$

$2r=4$, $r=2$

따라서 직각삼각형 ADO에서 $\overline{AD}=4$ cm, $\overline{DO}=2$ cm이므로

$\overline{AO}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

18 원 O의 지름의 길이가 12 cm이므로

$\overline{DC}=12$ cm

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=15+12=27(\text{cm})$

따라서 □ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times27\times12=162(\text{cm}^2)$

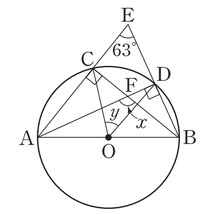
19 $\overline{AQ}$를 그으면 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle AQC=90^\circ$

$\angle AQB=90^\circ-35^\circ=55^\circ$이므로

$\angle x=\angle AQB=55^\circ$

20 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ACB=\angle ADB=90^\circ$

□ECFD에서

$\angle CFD=360^\circ-(63^\circ+90^\circ+90^\circ)$

$=117^\circ$

이때 $\angle x$와 $\angle$CFD는 맞꼭지각이므로

$\angle x=\angle CFD=117^\circ$

$\triangle$EAD에서

$\angle EAD=180^\circ-(90^\circ+63^\circ)=27^\circ$

이므로

$\angle y=2\angle CAD=2\times27^\circ=54^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=117^\circ+54^\circ=171^\circ$

21 $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $0<\sin x<\cos x<1$이므로

$\sin x-\cos x<0$, $\cos x-1<0$

따라서

$\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}+\sqrt{(\cos x-1)^2}$

$=-\sin x+\cos x-\cos x+1$

$=-\sin x+1$ ······················· [3점]

즉, $-\sin x+1=\frac{1}{2}$이므로

$\sin x=\frac{1}{2}$

이때 $0^\circ<x<45^\circ$이므로

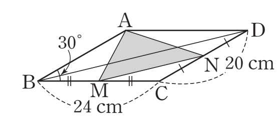
$x=30^\circ$ ······················· [2점]

22 $\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

마찬가지로 하면 $\triangle AND=\frac{1}{4}\square ABCD$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle NMC\backsim\triangle DBC$ (SAS 닮음)

이고 닮음비가 1 : 2이므로 넓이의 비는 1 : 4이다. 즉,

$\triangle NMC=\frac{1}{4}\triangle DBC$

$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{8}\square ABCD$ ······················· [3점]

따라서

$\triangle$AMN

$=\square ABCD-(\triangle ABM+\triangle NMC+\triangle AND)$

$=\square ABCD-\left(\frac{1}{4}\square ABCD+\frac{1}{8}\square ABCD+\frac{1}{4}\square ABCD\right)$

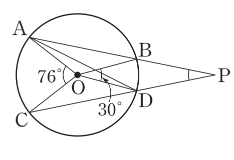
$=\frac{3}{8}\square ABCD$ ······················· [1점]

$=\frac{3}{8}\times(24\times20\times\sin30^\circ)$

$=\frac{3}{8}\times\left(24\times20\times\frac{1}{2}\right)=90(\text{cm}^2)$ ······················· [2점]

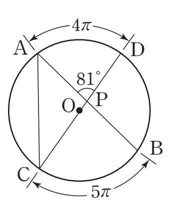
23 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$가 원 O의 접선이므로
$\overline{CP}=\overline{CA}=4$, $\overline{DP}=\overline{DB}=9$
따라서 $\overline{CD}=4+9=13$ .... [1점]
$\angle CAB=\angle DBA=90^\circ$이므로 두 직선 AC, BD는 평행하다.
$\triangle AQC$와 $\triangle DQB$에서
$\angle ACQ=\angle DBQ$ (엇각), $\angle CAQ=\angle BDQ$ (엇각)
이므로
$\triangle AQC \backsim \triangle DQB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AQ}:\overline{DQ}=\overline{AC}:\overline{DB}=4:9$ .... [2점]
또 $\triangle DCA$와 $\triangle DPQ$에서
$\overline{DC}:\overline{DP}=13:9$,
$\overline{DA}:\overline{DQ}=(4+9):9=13:9$,
$\angle CDA$는 공통
이므로
$\triangle DCA \backsim \triangle DPQ$ (SAS 닮음) .... [2점]
따라서 $\overline{CA}:\overline{PQ}=13:9$이므로
$4:\overline{PQ}=13:9$
즉, $\overline{PQ}=\dfrac{36}{13}$ .... [2점]

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=\dfrac{1}{2}\angle AOC$
$=\dfrac{1}{2}\times 76^\circ$
$=38^\circ$
$\angle BAD=\dfrac{1}{2}\angle BOD$
$=\dfrac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$ .... [3점]
$\triangle ADP$에서 $\angle ADC=\angle BPD+\angle BAD$이므로
$\angle BPD=\angle ADC-\angle BAD$
$=38^\circ-15^\circ=23^\circ$ .... [2점]

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACD:\angle CAB=\overparen{AD}:\overparen{BC}$
$=4\pi:5\pi$
$=4:5$ .... [2점]
이때 $\triangle ACP$에서
$\angle ACP+\angle CAP=81^\circ$이므로
$\angle ACD=81^\circ\times\dfrac{4}{9}=36^\circ$ .... [2점]
따라서 $\angle AOD=2\angle ACD=2\times 36^\circ=72^\circ$이므로
원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$2\pi\times r\times\dfrac{72}{360}=4\pi$
$r=10$
즉, 원 O의 반지름의 길이는 10이다. .... [2점]

실전 모의고사 〈기본〉 제2회

본문 50~55쪽

01 ⑤	**02** ④	**03** ⑤	**04** ④	**05** ①
06 ③	**07** ②	**08** ③	**09** ①	**10** ④
11 ②	**12** ④	**13** ⑤	**14** ①	**15** ②
16 ①	**17** ②	**18** ③	**19** ②	**20** ④

21 $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$ **22** $\sqrt{39}$ cm **23** $6\sqrt{10}$ cm^2
24 $10\sqrt{3}$ cm **25** $\dfrac{64\sqrt{2}}{3}$ cm

01 직각삼각형 ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{26^2-24^2}=10$
이므로
$\sin A=\dfrac{10}{26}=\dfrac{5}{13}$, $\sin C=\dfrac{24}{26}=\dfrac{12}{13}$
따라서 $\sin A+\sin C=\dfrac{5}{13}+\dfrac{12}{13}=\dfrac{17}{13}$

02 $\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{25}=\dfrac{4}{5}$에서
$\overline{BC}=\dfrac{4}{5}\times 25=20$
이므로
$\overline{AC}=\sqrt{25^2-20^2}=15$
따라서
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 20\times 15=150$

03 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\angle A$는 공통, $\angle C=\angle ADE$
이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)
따라서 $\angle B=\angle AED$
$\triangle ADE$에서 $\overline{AD}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$이므로
$\sin C=\sin(\angle ADE)$
$=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$
$\sin B=\sin(\angle AED)$
$=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
따라서 $\sin C+\sin B=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

04 $3\sqrt{3}\tan 30^\circ-2\sqrt{2}\sin 45^\circ+6\cos 60^\circ$
$=3\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+6\times\dfrac{1}{2}$
$=3-2+3=4$

05 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$ ($a\neq0$, b는 상수)라 하면

$a=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

직선 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=-\sqrt{3}+b$, $b=\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$

06 ㄱ. $\triangle$AOB에서 $\cos x=\dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{AO}}}=\dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}=\overline{\mathrm{OB}}$

ㄴ. $\triangle$COD에서 $\tan x=\dfrac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\dfrac{\overline{\mathrm{CD}}}{1}=\overline{\mathrm{CD}}$

ㄷ. $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{CD}}$이므로 $\angle z=\angle y$ (동위각)

$\sin x+\sin y+\sin z=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{1}+\dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}+\dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}$

$=\overline{\mathrm{AB}}+2\overline{\mathrm{OB}}$

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

07 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\cos A<\sin A<1$이고 $\tan A>1$이므로

$\cos A<\sin A<\tan A$

따라서 $\cos 55^\circ<\sin 55^\circ<\tan 55^\circ$이므로

$B<A<C$

08 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A<1$이므로

$\sin A-\cos A<0$, $\sin A+\cos A>0$

따라서

$\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}+\sqrt{(\sin A+\cos A)^2}$

$=-\sin A+\cos A+\sin A+\cos A$

$=2\cos A$

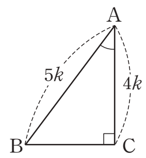
에서 $2\cos A=\dfrac{8}{5}$이므로

$\cos A=\dfrac{4}{5}$

따라서 오른쪽 그림과 같이

$\angle\mathrm{C}=90^\circ$, $\overline{\mathrm{AB}}=5k$, $\overline{\mathrm{AC}}=4k$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$이므로

$\tan A=\dfrac{3k}{4k}=\dfrac{3}{4}$

09 $\triangle$ABO에서

$\overline{\mathrm{OA}}=6\sqrt{3}\tan 30^\circ$

$=6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=6(\mathrm{cm})$

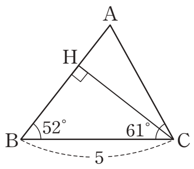
$\triangle$OBC에서

$\overline{\mathrm{OC}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

따라서 이 삼각뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\sqrt{3}\right)\times6=108(\mathrm{cm}^3)$

10 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



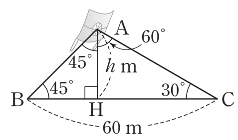
$\overline{\mathrm{CH}}=5\sin 52^\circ$

이때 $\angle\mathrm{A}=180^\circ-(52^\circ+61)=67^\circ$

이므로

$\overline{\mathrm{AC}}=\dfrac{\overline{\mathrm{CH}}}{\sin 67^\circ}=\dfrac{5\sin 52^\circ}{\sin 67^\circ}$

11 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, 연의 높이를 h m라 하면



$\angle\mathrm{BAH}=45^\circ$, $\angle\mathrm{CAH}=60^\circ$이므로

$\overline{\mathrm{BH}}=h\tan 45^\circ$

$=h(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{CH}}=h\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}h(\mathrm{m})$

이때 $\overline{\mathrm{BC}}=h+\sqrt{3}h=60$이므로

$(1+\sqrt{3})h=60$

$h=\dfrac{60}{1+\sqrt{3}}=30\sqrt{3}-30$

따라서 이 연의 높이는 $(30\sqrt{3}-30)$ m이다.

12 $\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\sin A=12\sqrt{3}$이므로

$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ<A<90^\circ$이므로

$\angle\mathrm{A}=60^\circ$

13 $\triangle$ABD에서

$\overline{\mathrm{AD}}=\dfrac{4}{\tan 45^\circ}=4$,

$\overline{\mathrm{BD}}=\dfrac{4}{\sin 45^\circ}=4\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

이므로

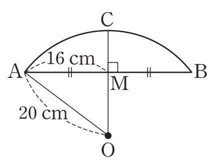
$\square\mathrm{ABCD}=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4+\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4+\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\dfrac{1}{2}$

$=8+6\sqrt{2}$

14 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 직각삼각형 AOM에서



$\overline{\mathrm{AM}}=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}$

$=\dfrac{1}{2}\times32=16(\mathrm{cm})$

이므로

$\overline{\mathrm{OM}}=\sqrt{20^2-16^2}=12(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{\mathrm{CM}}=20-12=8(\mathrm{cm})$

15 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)$

$=61^\circ$

16 $\angle PTO=\angle PT'O=90^\circ$이므로 □TPT′O에서

$\angle TOT'=180^\circ-72^\circ$

$=108^\circ$

따라서 $\overparen{TT'}=2\pi\times5\times\frac{108}{360}=3\pi(\text{cm})$

17 $\triangle ABC$에서

$\angle C=180^\circ-(46^\circ+60^\circ)$

$=74^\circ$

이때 $\overline{CE}=\overline{CF}$에서 $\triangle ECF$는 이등변삼각형이므로

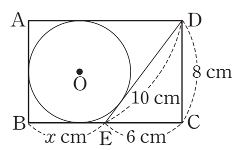
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-74^\circ)$

$=53^\circ$

18 직각삼각형 DEC에서

$\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}=x$ cm라 하면



$\overline{AD}=\overline{BC}=(x+6)$ cm

□ABED가 원 O에 외접하므로

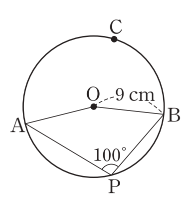
$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$에서

$8+10=(x+6)+x$

$2x=12$, $x=6$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 6 cm이다.

19 오른쪽 그림에서



$\overparen{ACB}$에 대한 중심각의 크기는

$2\angle APB=2\times100^\circ=200^\circ$

이므로

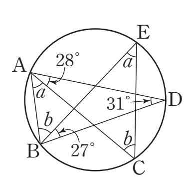
$\angle AOB=360^\circ-200^\circ=160^\circ$

따라서

$\overparen{AP}+\overparen{BP}=2\pi\times9\times\frac{160}{360}$

$=8\pi(\text{cm})$

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle BAC=\angle BEC=\angle a$,

$\angle ABE=\angle ACE=\angle b$

$\triangle ABD$에서

$(28^\circ+\angle a)+(\angle b+27^\circ)+31^\circ=180^\circ$

이므로

$\angle a+\angle b=180^\circ-86^\circ$

$=94^\circ$

21 $0^\circ<x<60^\circ$에서

$30^\circ<x+30^\circ<90^\circ$

$\tan(x+30^\circ)=\sqrt{3}$에서 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$x+30^\circ=60^\circ$

즉, $x=30^\circ$ .... [2점]

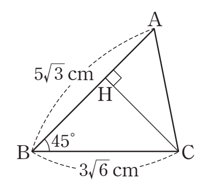
따라서

$\sin(x+15^\circ)+\cos 2x=\sin 45^\circ+\cos 60^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

.... [3점]

22 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=3\sqrt{6}\sin 45^\circ$

$=3\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=3\sqrt{3}(\text{cm})$ .... [2점]

$\overline{BH}=3\sqrt{6}\cos 45^\circ$

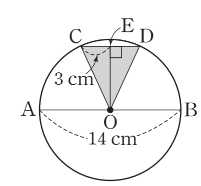
$=3\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$ .... [1점]

이때 $\overline{AH}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{39}(\text{cm})$ .... [2점]

23 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

.... [2점]

이때 $\overline{OC}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=7(\text{cm})$이므로

직각삼각형 COE에서

$\overline{OE}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}(\text{cm})$ .... [2점]

따라서

$\triangle COD=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{10}$

$=6\sqrt{10}(\text{cm}^2)$ .... [1점]

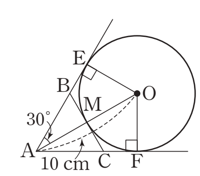
24 $\angle OEA=90^\circ$이고, $\angle EAO=30^\circ$이므로

직각삼각형 AOE에서

$\overline{AE}=\overline{OA}\cos 30^\circ$

$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$ .... [3점]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$와 원 O의 접점을 M이라 하면



$\overline{BM}=\overline{BE}$, $\overline{CM}=\overline{CF}$

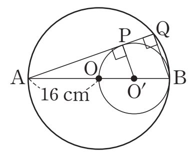
이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$

$=2\times5\sqrt{3}$

$=10\sqrt{3}(\text{cm})$ .... [3점]

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO'}$, $\overline{QB}$를 그으면



$\overline{AO'}=16+8=24(\text{cm})$,

$\overline{PO'}=\overline{OO'}=8\text{ cm}$

이므로 직각삼각형 $AO'P$에서

$\overline{AP}=\sqrt{24^2-8^2}=16\sqrt{2}(\text{cm})$ ······················· [2점]

한편 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle AQB=90^\circ$

$\triangle PAO'$과 $\triangle QAB$에서

$\angle APO'=\angle AQB=90^\circ$, $\angle QAB$는 공통

이므로

$\triangle PAO' \backsim \triangle QAB$ (AA 닮음) ······················· [2점]

따라서 $\overline{AO'}:\overline{AB}=\overline{AP}:\overline{AQ}$이므로

$24:32=16\sqrt{2}:\overline{AQ}$

$24\overline{AQ}=32\times16\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AQ}=\dfrac{32\times16\sqrt{2}}{24}=\dfrac{64\sqrt{2}}{3}(\text{cm})$ ······················· [3점]

실전 모의고사 〈기본〉 제3회

본문 56~61쪽

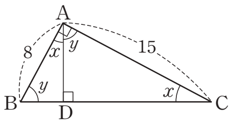
01 ②	**02** ③	**03** ①	**04** ④	**05** ②
06 ①	**07** ⑤	**08** ④	**09** ②	**10** ⑤
11 ④	**12** ④	**13** ⑤	**14** ③	**15** ③
16 ②	**17** ⑤	**18** ①	**19** ③	**20** ①
21 $27(\sqrt{3}-1)$		**22** $15\sqrt{3}\text{ cm}^2$		
23 $2\sqrt{21}\text{ km}$		**24** $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$		**25** 46°

01 $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{12}=\dfrac{5}{4}$에서

$\overline{AC}=12\times\dfrac{5}{4}=15$

따라서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+15^2}=3\sqrt{41}$

02 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서



$\angle B$는 공통,

$\angle BAC=\angle BDA=90^\circ$

이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

따라서 $\angle BCA=\angle BAD=x$

마찬가지로 하면 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle DAC=y$

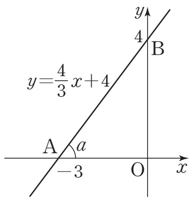
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{15}{17}$,

$\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{8}{17}$

따라서 $\cos x+\cos y=\dfrac{15}{17}+\dfrac{8}{17}=\dfrac{23}{17}$

03 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\dfrac{4}{3}x+4$가



x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면

$A(-3,\ 0)$, $B(0,\ 4)$

따라서 직각삼각형 AOB에서

$\overline{OA}=3$, $\overline{OB}=4$이고, $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

이므로

$\cos a=\dfrac{3}{5}$, $\tan a=\dfrac{4}{3}$

따라서 $5\cos a-6\tan a=5\times\dfrac{3}{5}-6\times\dfrac{4}{3}=-5$

04 점 M이 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{MA}=\overline{BM}=\overline{MC}$

즉, $\triangle ABM$은 이등변삼각형이므로

$\angle ABM=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\tan B=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

05 $\triangle ACO$에서 $\cos 45^\circ=\dfrac{3}{\overline{OA}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{OA}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{3}=1$이므로 $\overline{AC}=3$

이때 $\overline{OB}=\overline{OA}=3\sqrt{2}$이므로

$\overline{BC}=3+3\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ACB$에서

$\tan x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{3+3\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

06 $\sqrt{3}y-3x-12=0$에서

$y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$

즉, $\tan a=\sqrt{3}$이고, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$a=60^\circ$

따라서 $\cos a=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$

07 ㄱ. $\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\sin 45^\circ=\cos 45^\circ$

ㄴ. $0^\circ<x<45^\circ$인 범위에서 $\sin x<\cos x$이므로

$\sin 38^\circ<\cos 38^\circ$

ㄷ. $45^\circ<x<90^\circ$인 범위에서 $\sin x>\cos x$이므로

$\sin 49^\circ>\cos 49^\circ$

ㄹ. $45^\circ<x<90^\circ$인 범위에서 $\cos x<1$, $\tan x>1$이므로

$\cos 55^\circ<\tan 55^\circ$

ㅁ. $0^\circ<x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값도 커지므로

$\tan 70^\circ<\tan 80^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

08 주어진 삼각비의 표에서

$\sin 11^\circ=0.1908$, $\cos 15^\circ=0.9659$

이므로

$x=11^\circ$, $y=15^\circ$

따라서 $\tan(x+y-9)=\tan 17^\circ=0.3057$

09 $\triangle ABC$에서

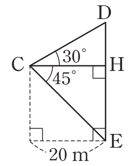
$\overline{AB}=8\sqrt{2}\sin 45^\circ=8\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8(\text{cm})$

$\overline{AC}=8\sqrt{2}\cos 45^\circ=8\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8(\text{cm})$

따라서 삼각기둥의 부피는

$\left(\dfrac{1}{2}\times 8\times 8\right)\times 9=288(\text{cm}^3)$

10 오른쪽 그림의 $\triangle DCH$에서



$\overline{DH}=20\tan 30^\circ$

$=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{20\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

$\triangle CEH$에서

$\overline{EH}=20\tan 45^\circ=20\times 1=20(\text{m})$

따라서 B 건물의 높이는

$\overline{DE}=\overline{DH}+\overline{EH}$

$=\dfrac{20\sqrt{3}}{3}+20$

$=\dfrac{20(3+\sqrt{3})}{3}(\text{m})$

11 $\overline{AH}=h$ cm라 하면 $\triangle ABH$에서 $\angle BAH=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{cm})$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h(\text{cm})$

이때 $\overline{BC}=\sqrt{3}h-h=10$이므로

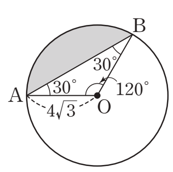
$(\sqrt{3}-1)h=10$

$h=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)$

따라서 $\overline{AH}=5(\sqrt{3}+1)$ cm이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\times 5(\sqrt{3}+1)=25(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

12 오른쪽 그림에서 $\angle AOB=120^\circ$이므로



부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}=16\pi$

$\triangle AOB$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}$

따라서 어두운 부분의 넓이는

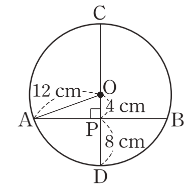
$16\pi-12\sqrt{3}$

13 원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times(8+16)=12(\text{cm})$

따라서 $\overline{OP}=16-12=4(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

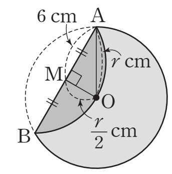


직각삼각형 OAP에서

$\overline{AP}=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AP}=16\sqrt{2}(\text{cm})$

14 오른쪽 그림과 같이 접힌 현을 $\overline{AB}$, 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{OA}=\dfrac{r}{2}(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 AMO에서

$r^2=\left(\dfrac{r}{2}\right)^2+6^2$, $r^2=48$

이때 $r>0$이므로 $r=4\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다.

15 $\square ONCH$에서

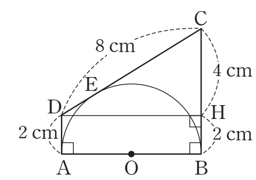
$\angle NCH=360^\circ-(112^\circ+90^\circ+90^\circ)=68^\circ$

이때 $\overline{OM}=\overline{OH}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times 68^\circ=44^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E, 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DE}=\overline{AD}=2$ cm,

$\overline{CE}=\overline{BC}=6$ cm

이므로

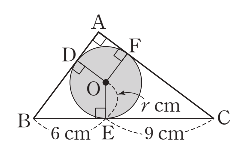
$\overline{DC}=2+6=8(\text{cm})$

직각삼각형 CDH에서

$\overline{AB}=\overline{DH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다.

17 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\square ADOF$가 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm

또 $\overline{BD}=\overline{BE}=6$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=9$ cm이므로

직각삼각형 ABC에서

$15^2=(6+r)^2+(9+r)^2$

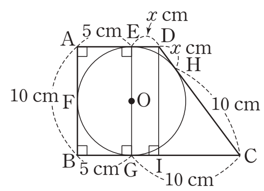
$r^2+15r-54=0$, $(r+18)(r-3)=0$

이때 $r>0$이므로 $r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이므로 넓이는

$\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

18 오른쪽 그림과 같이 접점을 E, F, G, H라 하면



$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}=5(\text{cm})$

이므로

$\overline{CH}=\overline{CG}=15-5=10(\text{cm})$

위의 그림과 같이 $\overline{DE}=\overline{DH}=x$ cm라 하고, 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 직각삼각형 CDI에서

$(x+10)^2=10^2+(10-x)^2$

$40x=100,\ x=\frac{5}{2}$

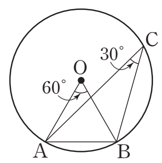
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=2\times\left\{\left(5+\frac{5}{2}\right)+15\right\}$

$=45(\text{cm})$

19 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times30^\circ=60^\circ$

따라서 △OAB가 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{OA}=7$ cm

20 $\angle ACB:\angle CAD=\widehat{AB}:\widehat{CD}$

$=6:18=1:3$

이므로

$\angle CAD=3\angle ACB=3\times27^\circ=81^\circ$

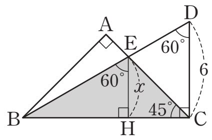
따라서 △APC에서

$\angle x=81^\circ-27^\circ=54^\circ$

21 △DBC에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{6}=\sqrt{3}$이므로

$\overline{BC}=6\sqrt{3}$ ························ [2점]

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{EH}=x$라 하면 △EHC에서



$\tan 45^\circ=\frac{x}{\overline{CH}}=1$

이므로

$\overline{CH}=x,\ \overline{BH}=6\sqrt{3}-x$ ························ [2점]

$\overline{EH}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\angle BEH=\angle BDC=60^\circ$

△EBH에서

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{EH}}=\frac{6\sqrt{3}-x}{x}=\sqrt{3}$

$6\sqrt{3}-x=\sqrt{3}x,\ (\sqrt{3}+1)x=6\sqrt{3}$

$x=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=3(3-\sqrt{3})$ ························ [2점]

따라서

$\triangle EBC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3(3-\sqrt{3})$

$=27(\sqrt{3}-1)$ ························ [1점]

22 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$\triangle AED=\triangle AEC$ ························ [2점]

따라서

$\square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$

$=\triangle ABE+\triangle AEC$

$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times6\times10\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

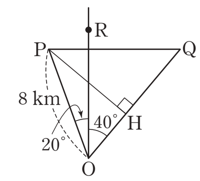
························ [3점]

23 민수와 영재가 자전거를 타고 달린 거리는

$\overline{OP}=16\times\frac{30}{60}=8(\text{km})$,

$\overline{OQ}=20\times\frac{30}{60}=10(\text{km})$ ························ [2점]

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{OQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △POH에서



$\overline{PH}=8\sin 60^\circ$

$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{km})$,

$\overline{OH}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4(\text{km})$ ························ [2점]

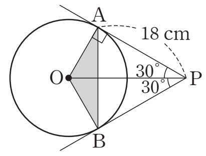
따라서 $\overline{QH}=10-4=6(\text{km})$이므로 △PHQ에서

$\overline{PQ}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+6^2}=2\sqrt{21}(\text{km})$

따라서 두 사람 사이의 거리는 $2\sqrt{21}$ km이다.

························ [2점]

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\angle OAP=90^\circ,\ \angle OPA=30^\circ$이므로

직각삼각형 AOP에서

$\overline{OA}=\overline{AP}\tan 30^\circ$

$=18\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$ ························ [2점]

□AOBP에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+60^\circ)=120^\circ$

이므로 △AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ························ [3점]

25 $\angle BAQ=\angle BDC=\angle x$

△PBD에서

$\angle x=28^\circ+\angle PBD$

이므로

$\angle PBD=\angle x-28^\circ$ ························ [2점]

따라서 △ABQ에서

$64^\circ=\angle x+(\angle x-28^\circ)$

$2\angle x=92^\circ$

따라서 $\angle x=46^\circ$ ························ [3점]

실전 모의고사 〈기본〉 제4회

본문 62~67쪽

01 ②	02 ②	03 ⑤	04 ④	05 ①
06 ①	07 ③	08 ②	09 ⑤	10 ⑤
11 ③	12 ①	13 ④	14 ③	15 ①
16 ②	17 ③	18 ②	19 ④	20 ④

21 $243\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$　22 $12\sqrt{6}\ \text{m}$　23 $160+12\sqrt{51}$

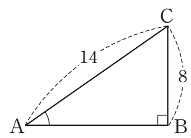
24 $21\ \text{cm}^2$　25 $2\sqrt{6}\ \text{cm}$

01 직각삼각형 ABC에서 $\sin A=\dfrac{8}{\overline{AC}}=\dfrac{4}{7}$이므로

$\overline{AC}=8\times\dfrac{7}{4}=14$

이때 $\overline{AB}=\sqrt{14^2-8^2}=2\sqrt{33}$이므로

$\cos A=\dfrac{2\sqrt{33}}{14}=\dfrac{\sqrt{33}}{7}$

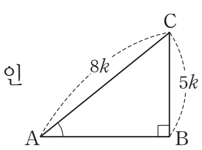


02 $\sin A=\dfrac{5}{8}$이므로 오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90^\circ$이고, $\overline{AC}=8k$, $\overline{BC}=5k\ (k>0)$인

직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{AB}=\sqrt{(8k)^2-(5k)^2}=\sqrt{39}k$이므로



$\cos A=\dfrac{\sqrt{39}k}{8k}=\dfrac{\sqrt{39}}{8}$,

$\tan A=\dfrac{5k}{\sqrt{39}k}=\dfrac{5}{\sqrt{39}}$

따라서

$24\cos A\times\tan A=24\times\dfrac{\sqrt{39}}{8}\times\dfrac{5}{\sqrt{39}}=15$

03 △ABC와 △HBA에서

∠B는 공통, $\angle BAC=\angle BHA=90^\circ$

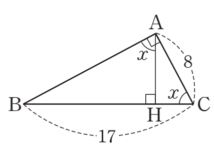
이므로

△ABC ∽ △HBA (AA 닮음)

따라서 $\angle BCA=\angle BAH=x$

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{15}{17}$



04 오른쪽 그림과 같이 일차방정식

$3x+4y-12=0$의 그래프가 x축, y축과

만나는 점을 각각 A, B라 하면

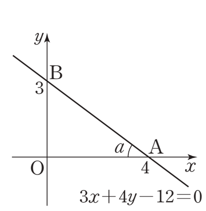
A(4, 0), B(0, 3)

따라서 직각삼각형 OAB에서

$\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=3$이고, $\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

따라서 $\sin a=\dfrac{3}{5}$, $\cos a=\dfrac{4}{5}$이므로

$2\sin a+\cos a=2\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}=2$



05 $10^\circ<x<30^\circ$에서 $30^\circ<3x<90^\circ$이므로

$15^\circ<3x-15^\circ<75^\circ$

이때 $\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$3x-15^\circ=30^\circ$, $3x=45^\circ$

따라서 $x=15^\circ$

06 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle ABC=67.5^\circ$

따라서 △BCH에서

$\angle CBH=180^\circ-(90^\circ+67.5^\circ)=22.5^\circ$

또 $\angle A=180^\circ-2\times67.5^\circ=45^\circ$이므로

△ABH에서

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

즉, $\overline{AH}=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{BH}=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

이때 $\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=8-4\sqrt{2}$이므로

△BCH에서

$$\tan 22.5^\circ=\frac{\overline{CH}}{\overline{BH}}=\frac{8-4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$$

07 ① $\cos x=\dfrac{\overline{OF}}{\overline{OC}}=\dfrac{\overline{OF}}{1}=\overline{OF}$

② $\sin x=\dfrac{\overline{CF}}{\overline{OC}}=\dfrac{\overline{CF}}{1}=\overline{CF}$

③ $\overline{CF}\,/\!/\,\overline{DB}$이므로 $\angle y=\angle ODB$

따라서 $\tan y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{DB}}=\dfrac{1}{\overline{DB}}$

④ $\cos y=\dfrac{\overline{CF}}{\overline{OC}}=\dfrac{\overline{CF}}{1}=\overline{CF}$

⑤ $\sin y=\dfrac{\overline{OF}}{\overline{OC}}=\dfrac{\overline{OF}}{1}=\overline{OF}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

08 $(\sin 30^\circ+\tan 0^\circ)\div\cos 60^\circ+\sin 0^\circ-\cos 90^\circ$

$=\left(\dfrac{1}{2}+0\right)\div\dfrac{1}{2}+0-0$

$=1$

09 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\sin A>\cos A$, $\tan A>1$이므로

$\sin A-\cos A>0$, $\tan A-1<0$

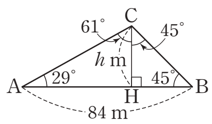
따라서

$\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}-\sqrt{(\tan A-1)^2}$

$=\sin A-\cos A-(-\tan A+1)$

$=\sin A-\cos A+\tan A-1$

10 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, 지면으로부터 열기구까지의 높이를 h m라 하면



$\angle ACH=61°$, $\angle BCH=45°$이므로

$\overline{AH}=h\tan 61°=1.8h(\text{m})$

$\overline{BH}=h\tan 45°=h(\text{m})$

이때 $\overline{AB}=1.8h+h=84$이므로

$2.8h=84$, $h=30$

따라서 지면으로부터 열기구까지의 높이는 30 m이다.

11 □ABCD의 넓이가 $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$이므로

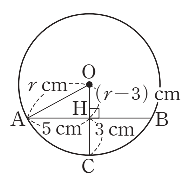
$\frac{1}{2}\times 6\times 8\times \sin x=12\sqrt{2}$

$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0°<x<90°$이므로 $x=45°$

12 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고,



원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OH}=(r-3)\text{ cm}$

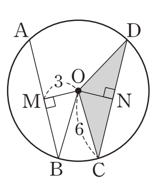
이므로 직각삼각형 OAH에서

$r^2=(r-3)^2+5^2$

$6r=34$, $r=\frac{17}{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{17}{3}$ cm이다.

13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=3$

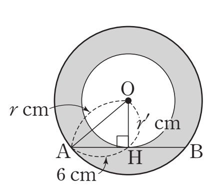
직각삼각형 OCN에서

$\overline{CN}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

따라서 $\overline{CD}=2\overline{CN}=6\sqrt{3}$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 3=9\sqrt{3}$

14 오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점을 H라 하고, 큰 원의 반지름의 길이를 r cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r' cm라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$

직각삼각형 OAH에서

$r^2=r'^2+6^2$

이므로

$r^2-r'^2=36$

이때 어두운 부분의 넓이는 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\pi r^2-\pi r'^2=\pi(r^2-r'^2)=36\pi(\text{cm}^2)$

15 $\overline{PY}=\overline{PX}=8\text{ cm}$이므로

$\overline{BY}=\overline{PY}-\overline{PB}=8-6=2(\text{cm})$

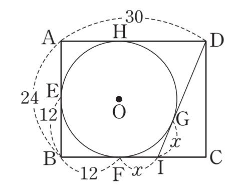
따라서 $\overline{BC}=\overline{BY}=2\text{ cm}$

또 $\overline{AX}=\overline{PX}-\overline{PA}=8-5=3(\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=\overline{AX}=3\text{ cm}$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=3+2=5(\text{cm})$

16 오른쪽 그림에서



$\overline{BE}=\overline{BF}=12$,

$\overline{AH}=\overline{AE}=24-12=12$

이므로

$\overline{DG}=\overline{DH}=30-12=18$

$\overline{FI}=\overline{IG}=x$라 하면

$\overline{DI}=18+x$, $\overline{IC}=18-x$

이므로 직각삼각형 DIC에서

$(18+x)^2=(18-x)^2+24^2$

$72x=576$, $x=8$

따라서 $\overline{DI}=18+8=26$

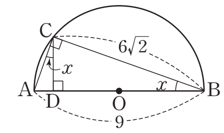
17 어두운 부분에 해당하는 부채꼴의 중심각의 크기는

$2\angle ABC=2\times 120°=240°$

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times 6^2\times\frac{240}{360}=24\pi(\text{cm}^2)$

18 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로



$\angle ACB=90°$

이때

$\angle ABC=90°-\angle CAD$

$=\angle ACD$

$=x$

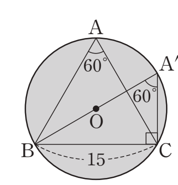
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{9^2-(6\sqrt{2})^2}=3$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$,

$\cos x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{6\sqrt{2}}{9}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

따라서 $\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

19 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'B}$를 그으면



$\angle BA'C=\angle BAC=60°$

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

$\angle BCA'=90°$

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=\frac{15}{\sin 60°}$

$=15\times\frac{2}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $5\sqrt{3}$이므로 넓이는

$\pi\times(5\sqrt{3})^2=75\pi$

20 $\angle BAC : \angle ABC : \angle BCA = \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} : \overset{\frown}{AB}$

$= 6 : 5 : 7$

따라서

$\angle BAC = \dfrac{6}{6+5+7} \times 180^\circ$

$= \dfrac{6}{18} \times 180^\circ = 60^\circ$

$\angle ABC = \dfrac{5}{6+5+7} \times 180^\circ$

$= \dfrac{5}{18} \times 180^\circ = 50^\circ$

$\angle BCA = \dfrac{7}{6+5+7} \times 180^\circ$

$= \dfrac{7}{18} \times 180^\circ = 70^\circ$

이므로

$a=60^\circ$, $b=50^\circ$, $c=70^\circ$

따라서 $a+b-c=60^\circ+50^\circ-70^\circ=40^\circ$

21 직각삼각형 ABO에서

$\overline{AO}=18\sin 60^\circ$

$=18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}(\text{cm})$,

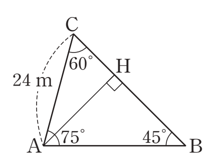
$\overline{BO}=18\cos 60^\circ$

$=18\times\dfrac{1}{2}=9(\text{cm})$ …………………… [3점]

따라서 이 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 9^2\times 9\sqrt{3}=243\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ …………………… [2점]

22 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=24\sin 60^\circ$

$=24\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

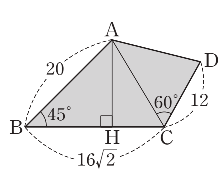
$=12\sqrt{3}(\text{m})$ …………………… [2점]

이때 $\angle ABC=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ}$

$=12\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=12\sqrt{6}(\text{m})$ …………………… [3점]

23 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=20\sin 45^\circ$

$=20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$

$\overline{BH}=20\cos 45^\circ$

$=20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$

이므로

$\overline{CH}=16\sqrt{2}-10\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ …………………… [3점]

$\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(10\sqrt{2})^2+(6\sqrt{2})^2}=4\sqrt{17}$ …………………… [1점]

따라서 □ABCD의 넓이는

□ABCD

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

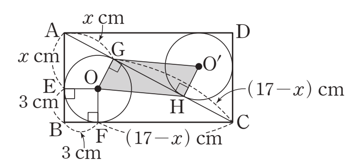
$=\dfrac{1}{2}\times16\sqrt{2}\times10\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{17}\times12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times16\sqrt{2}\times10\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{17}\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=160+12\sqrt{51}$ …………………… [2점]

24 □ABCD의 둘레의 길이가 46 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times46=23(\text{cm})$ …………………… [1점]



위의 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 접점을 각각 E, F라 하면

$\overline{BE}=\overline{BF}=3$ cm

이때 $\overline{AE}=x$ cm라 하면

$\overline{AG}=\overline{AE}=x$ cm,

$\overline{CG}=\overline{CF}=23-(x+3)-3=17-x(\text{cm})$

이므로

$\overline{AC}=\overline{AG}+\overline{CG}$

$=x+(17-x)=17(\text{cm})$ …………………… [2점]

즉, 직각삼각형 ABC에서

$(x+3)^2+(20-x)^2=17^2$

$x^2-17x+60=0$, $(x-5)(x-12)=0$

$\overline{AB}<\overline{BC}$에서 $\overline{AG}<\overline{CG}$이므로

$x=5$ …………………… [1점]

같은 방법으로 하면 $\overline{CH}=5$ cm이므로

$\overline{GH}=17-2\times5=7(\text{cm})$ …………………… [2점]

따라서 □GOHO′의 넓이는

$2\times\left(\dfrac{1}{2}\times7\times3\right)=21(\text{cm}^2)$ …………………… [1점]

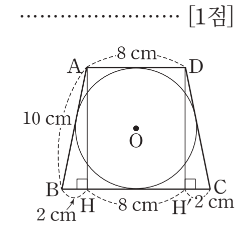
25 □ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$이고,

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2\overline{AB}=8+12=20$

따라서 $\overline{AB}=10$ cm …………………… [1점]

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\times(12-8)=2(\text{cm})$

이므로 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$ …………………… [3점]

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}(\text{cm})$ …………………… [2점]

실전 모의고사 〈기본〉 제5회 본문 68~73쪽

01 ②	**02** ②	**03** ④	**04** ④	**05** ①
06 ④	**07** ①	**08** ③	**09** ⑤	**10** ③
11 ②	**12** ⑤	**13** ③	**14** ③	**15** ⑤
16 ④	**17** ①	**18** ②	**19** ④	**20** ③
21 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	**22** 45 cm^2	**23** $8\sqrt{5}\text{ cm}$	**24** 2 cm	
25 $\frac{25\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$				

01 $\overline{AB}=k$, $\overline{BC}=\sqrt{6}k$ $(k>0)$로 놓으면 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{6}k)^2-k^2}=\sqrt{5}k$

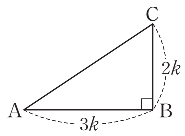
따라서 $\cos C=\frac{\sqrt{5}k}{\sqrt{6}k}=\frac{\sqrt{30}}{6}$

02 $3\tan A-2=0$에서 $\tan A=\frac{2}{3}$

따라서 오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=2k$ $(k>0)$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{(3k)^2+(2k)^2}=\sqrt{13}k$이므로

$\sin A=\frac{2k}{\sqrt{13}k}=\frac{2}{\sqrt{13}}$, $\cos A=\frac{3k}{\sqrt{13}k}=\frac{3}{\sqrt{13}}$

따라서 $\sin A\times\cos A=\frac{2}{\sqrt{13}}\times\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{6}{13}$

03 △ABC와 △EBD에서

∠B는 공통, $\angle BAC=\angle BED=90^\circ$

이므로

△ABC ∽ △EBD (AA 닮음)

따라서 $\angle BCA=\angle BDE=x$

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{15}{17}$

04 △ABC에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{10}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{BC}=10\sqrt{3}$

△BCD에서 $\sin 45^\circ=\frac{10\sqrt{3}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

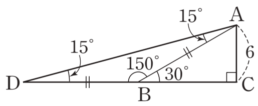
$\overline{BD}=10\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=10\sqrt{6}$

05 △ABC에서 $\sin 30^\circ=\frac{6}{\overline{AB}}=\frac{1}{2}$이므로

$\overline{AB}=2\times6=12$

$\tan 30^\circ=\frac{6}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{BC}=6\times\frac{3}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

오른쪽 그림에서



$\angle BAD=\angle ABC-\angle ADB$

$=30^\circ-15^\circ=15^\circ$

이므로

$\angle D=\angle DAB$

따라서 △BAD는 $\overline{BD}=\overline{BA}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BD}=\overline{AB}=12$

△ADC에서

$\tan 15^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}=\frac{6}{12+6\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

06 △AOB에서 $\angle OAB=90^\circ-48^\circ=42^\circ$이므로

$\cos 42^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.7431$,

$\tan 48^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=1.1106$

따라서 $\cos 42^\circ+\tan 48^\circ=0.7431+1.1106=1.8537$

07 $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $0<\sin x<\cos x$이므로

$\sin x-\cos x<0$, $\cos x>0$

따라서

$\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}-\sqrt{\cos^2 x}$

$=-(\sin x-\cos x)-\cos x$

$=-\sin x+\cos x-\cos x$

$=-\sin x$

08 $\angle A=52^\circ$이므로

$\angle B=90^\circ-52^\circ=38^\circ$

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 38^\circ=0.7813$이므로

$\tan 38^\circ=\frac{\overline{AC}}{30}=0.7813$

따라서 $\overline{AC}=30\times0.7813=23.439$

09 $\angle A=180^\circ-(90^\circ+67^\circ)=23^\circ$

△ABC에서

$\overline{BC}=10\sin 23^\circ=10\times0.39=3.9$

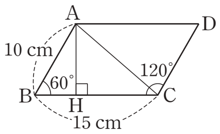
△BCH에서

$x=\overline{BC}\times\sin 67^\circ=3.9\times0.92=3.588$

10 $\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서

$\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=10\sin 60^\circ$

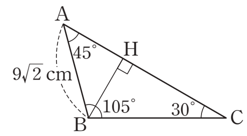
$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$

따라서 $\overline{CH}=15-5=10(\text{cm})$이므로 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+10^2}=5\sqrt{7}(\text{cm})$

11 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle A=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$

이므로

$\overline{BH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=9\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=9(\text{cm})$

따라서 △BCH에서

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 30^\circ}=9\times2=18(\text{cm})$

12 $\triangle BMD=\dfrac{1}{2}\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{4}\times(16\times18\times\sin 60^\circ)$

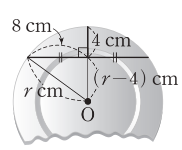
$=\dfrac{1}{4}\times16\times18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=36\sqrt{3}$

13 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AH}=4\sqrt{14}(\text{cm})$

14 오른쪽 그림과 같이 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$r^2=(r-4)^2+8^2$

$8r=80,\ r=10$

따라서 접시의 반지름의 길이는 10 cm이므로 넓이는

$\pi\times10^2=100\pi(\text{cm}^2)$

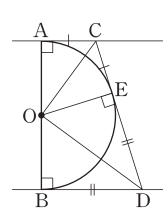
15 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

이때 $\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle ABO=90^\circ-62^\circ=28^\circ$

16 오른쪽 그림에서



△AOC≡△EOC (RHS 합동),

△OBD≡△OED (RHS 합동)

이므로

$\angle AOC=\angle EOC,\ \angle BOD=\angle EOD$

따라서

$\angle COD=\angle EOC+\angle EOD$

$=\dfrac{1}{2}\angle AOE+\dfrac{1}{2}\angle BOE$

$=\dfrac{1}{2}\angle AOB$

$=\dfrac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$

17 $\overline{AF}=\overline{AD}=4,\ \overline{BD}=\overline{BE}=8,\ \overline{CE}=\overline{CF}=4$이므로

△ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})$

$=2\times(4+8+4)=32$

18 직각삼각형 BCD에서

$\overline{CD}=\sqrt{(9\sqrt{2})^2-9^2}=9(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+9=7+9$

따라서 $\overline{AB}=16-9=7(\text{cm})$

19 ㄱ. $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$

ㄴ. □APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+44^\circ)=136^\circ$

ㄷ. $\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times136^\circ=68^\circ$

ㄹ. △OAB에서

$\angle ABO=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-136^\circ)=\dfrac{1}{2}\times44^\circ=22^\circ$

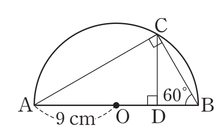
ㅁ. $\angle PAB=\angle PBA$

$=90^\circ-\angle ABO$

$=90^\circ-22^\circ=68^\circ$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

20 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로



$\angle ACB=90^\circ$

△ABC에서

$\overline{AB}=9\times2=18(\text{cm})$,

$\overline{BC}=18\cos 60^\circ=18\times\dfrac{1}{2}=9(\text{cm})$

△CDB에서

$\overline{CD}=9\sin 60^\circ=9\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

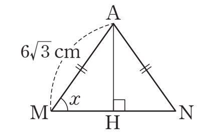
21 $\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=12\times\dfrac{1}{2}=6(\text{cm})$

△ACM에서 $\angle ACM=60^\circ,\ \angle AMC=90^\circ$이므로

$\overline{AM}=12\sin 60^\circ$

$=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$ ······················· [2점]

오른쪽 그림에서 △AMN은 $\overline{AM}=\overline{AN}$인 이등변삼각형이므로 점 A에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{MH}=\overline{NH}=\dfrac{1}{2}\overline{MN}$

$=\dfrac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$ ······················· [2점]

따라서 △AMH에서

$\overline{AH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ······················· [3점]

22 △ABC의 넓이가 63 cm²이므로

$\frac{1}{2}\times 14\times \overline{AC}\times \sin(\angle BAC)=63$

$\overline{AC}\times \sin(\angle BAC)=9$ ······················· [2점]

따라서 △ACD의 넓이는

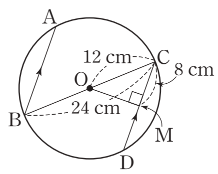
$\frac{1}{2}\times 10\times \overline{AC}\times \sin(\angle CAD)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times \overline{AC}\times \sin(\angle BAC)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 9$

$=45(\text{cm}^2)$ ······················· [3점]

23 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=8(\text{cm})$ ······················· [2점]

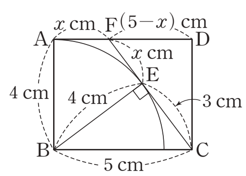
이때 $\overline{OC}=12$ cm이므로 직각삼각형 OMC에서

$\overline{OM}=\sqrt{12^2-8^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$ ······················· [2점]

이때 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이고, $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 두 현 AB, CD 사이의 거리는

$2\overline{OM}=2\times 4\sqrt{5}=8\sqrt{5}(\text{cm})$ ······················· [1점]

24 $\overline{AF}=\overline{FE}=x$ cm라 하면



$\overline{FD}=(5-x)$ cm

직각삼각형 BCE에서

$\overline{BE}=4$ cm이므로

$\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

······················· [3점]

따라서 직각삼각형 CDF에서

$(3+x)^2=(5-x)^2+4^2$, $16x=32$, $x=2$

즉, $\overline{AF}$의 길이는 2 cm이다. ······················· [2점]

25 $\angle ACD : \angle BDC=\overparen{AD} : \overparen{BC}$

$=12\pi : 24\pi$

$=1 : 2$ ······················· [1점]

즉, $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BDC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

또 $\overparen{BC}$에 대하여

$\angle CAB=\angle CDB=60^\circ$ ······················· [2점]

△ACP에서

$\angle APC=180^\circ-(30^\circ+60^\circ)=90^\circ$ ······················· [2점]

따라서 직각삼각형 ACP에서

$\overline{CP}=\overline{AC}\cos 30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\triangle ACP=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 10\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 10\times\frac{1}{2}$

$=\frac{25\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$ ······················· [2점]

Ⅴ-(1) 삼각비 ~ Ⅵ-(2) 원주각

실전 모의고사 〈실력〉 제1회

본문 76~81쪽

01 ④	**02** ③	**03** ②	**04** ①	**05** ⑤
06 ①	**07** ④	**08** ②	**09** ①	**10** ⑤
11 ⑤	**12** ①	**13** ③	**14** ②	**15** ④
16 ②	**17** ②	**18** ④	**19** ③	**20** ③
21 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$	**22** $\frac{5\sqrt{3}}{9}$	**23** $3(\sqrt{3}+1)$ cm		**24** 14
25 4 cm				

01 △ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

따라서

$\sin x=\frac{15}{17}$,

$\cos x=\frac{8}{17}$,

$\tan x=\frac{15}{8}$

이므로

$\frac{\sin x}{\cos x}+\tan x=\frac{15}{17}\times\frac{17}{8}+\frac{15}{8}$

$=\frac{15}{4}$

02 $\tan B=\frac{4}{\overline{BC}}=\frac{2}{3}$에서 $\overline{BC}=4\times\frac{3}{2}=6$이므로

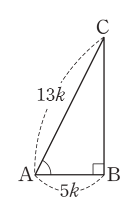
$\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 6=3$

따라서 △ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로

$\sin x=\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}=\frac{3}{5}$

03 $\cos A=\frac{5}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AB}=5k$, $\overline{AC}=13k$ $(k>0)$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{BC}=\sqrt{(13k)^2-(5k)^2}=12k$

ㄱ. $\sin A=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$

ㄴ. $\sin C=\frac{5k}{13k}=\frac{5}{13}$

ㄷ. $\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{5}{13}\times\frac{13}{12}=\frac{5}{12}$

ㄹ. $\tan C=\frac{5k}{12k}=\frac{5}{12}$

ㅁ. $\sin^2 A+\cos^2 A=\left(\frac{12}{13}\right)^2+\left(\frac{5}{13}\right)^2=1$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

04 △ABD에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{4}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2}$이므로

$\overline{AD}=4\times2=8$

$\tan 30^\circ=\dfrac{4}{\overline{BD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BD}=4\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

△ADC에서 $\angle CAD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로

$\angle CAD=\angle ACD$

즉, △ADC는 이등변삼각형이므로 $\overline{CD}=\overline{AD}=8$

따라서 △ABC에서

$$\tan 15^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}+\overline{DC}}$$
$$=\frac{4}{4\sqrt{3}+8}=\frac{1}{\sqrt{3}+2}$$
$$=2-\sqrt{3}$$

05 구하는 직선의 방정식 $y=ax+b$ ($a\neq0$, b는 상수)라 하면

$a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

x절편이 -4이므로 $x=-4$, $y=0$을 $y=\sqrt{3}x+b$에 대입하면

$-4\sqrt{3}+b=0$, $b=4\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$

06 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 1 : 2 : 3이므로

두 번째로 큰 각의 크기 A는

$$A=180^\circ\times\frac{2}{1+2+3}=180^\circ\times\frac{2}{6}=60^\circ$$

이때 $45^\circ\le x<90^\circ$에서 x의 값이 커질수록 $\cos x$의 값은 작아지므로

$\cos 45^\circ-\cos A>0$, $\cos 45^\circ+\cos A>0$

따라서

$$\sqrt{(\cos 45^\circ-\cos A)^2}-\sqrt{(\cos 45^\circ+\cos A)^2}$$
$$=\cos 45^\circ-\cos A-(\cos 45^\circ+\cos A)$$
$$=-2\cos A$$
$$=-2\cos 60^\circ$$
$$=-2\times\frac{1}{2}=-1$$

07 $\angle A=32^\circ$이므로

$\angle B=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 58^\circ=1.6003$이므로

$\tan 58^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{50}=1.6003$

따라서 $\overline{AC}=1.6003\times50=80.015$

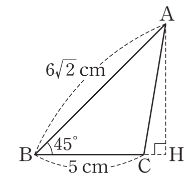
08 현우의 눈높이에서 국기 게양대 꼭대기까지의 높이는

$30\sin 35^\circ=30\times0.57=17.1$(m)

따라서 국기 게양대의 높이는

$1.55+17.1=18.65$(m)

09 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$\quad=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$(cm),

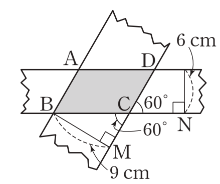
$\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$\quad=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$(cm)

이때 $\overline{CH}=6-5=1$(cm)이므로 △ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+6^2}=\sqrt{37}$(cm)

10 오른쪽 그림과 같이 겹쳐진 부분을 □ABCD라 하고, 점 B에서 폭이 9 cm인 종이 테이프의 변에 내린 수선의 발을 M이라 하면 △BMC에서



$\overline{BM}=9$ cm,

$\angle BCM=\angle DCN=60^\circ$(맞꼭지각)

이므로

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{BM}}{\sin 60^\circ}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$(cm)

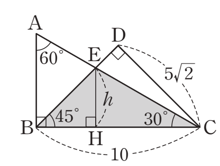
이때 □ABCD는 평행사변형이므로 넓이는

$6\sqrt{3}\times6=36\sqrt{3}$(cm^2)

11 △BCD에서

$\overline{BC}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=5\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=10$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{EH}=h$라 하면



$\angle BEH=45^\circ$, $\angle CEH=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$,

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

이때 $\overline{BC}=h+\sqrt{3}h=10$이므로

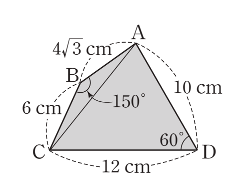
$(1+\sqrt{3})h=10$

$h=\dfrac{10}{\sqrt{3}+1}=5(\sqrt{3}-1)$

따라서 △EBC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times10\times5(\sqrt{3}-1)=25(\sqrt{3}-1)$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



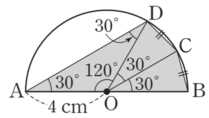
□ABCD의 넓이는

□ABCD

$=$△ABC$+$△ACD

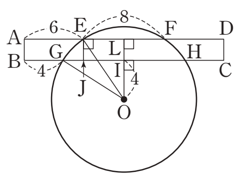
$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6\times\sin(180^\circ-150^\circ)+\frac{1}{2}\times10\times12\times\sin 60^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times10\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=6\sqrt{3}+30\sqrt{3}$$
$$=36\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OC}$를 그으면



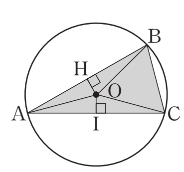
$\triangle AOD$에서 $\overline{AO}=\overline{OD}$이므로
$\angle ADO=\angle DAO=30^\circ$
따라서 $\angle DOB=60^\circ$
이때 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 두 부채꼴 BOC, COD의 중심각의 크기는 같다.
즉, $\angle BOC=\angle COD=30^\circ$
따라서 $\triangle COB$의 넓이는
$\triangle COB=\triangle DOC$
$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{1}{2}=4(\text{cm}^2)$
이때 $\angle AOD=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로
$\triangle AOD=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
따라서
$\square ABCD=\triangle AOD+\triangle COB+\triangle DOC$
$=4\sqrt{3}+4+4$
$=8+4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 J, $\overline{OI}$의 연장선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 L이라 하면



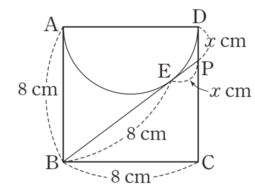
$\overline{GJ}=\overline{AE}-\overline{BG}=6-4=2$,
$\overline{JI}=\overline{EL}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\frac{1}{2}\times8=4$
따라서 $\overline{GI}=\overline{GJ}+\overline{JI}=2+4=6$
위의 그림과 같이 $\overline{OG}$를 그으면 $\triangle OIG$에서
$\overline{OG}=\sqrt{\overline{GI}^2+\overline{OI}^2}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$
$\overline{AB}=x$라 하면 $\overline{LI}=x$이고,
$\overline{OI}=4$, $\overline{OE}=\overline{OG}=2\sqrt{13}$
이므로 $\triangle OLE$에서
$(2\sqrt{13})^2=4^2+(x+4)^2$
$x^2+8x-20=0$, $(x+10)(x-2)=0$
이때 $x>0$이므로 $x=2$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 2이다.

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



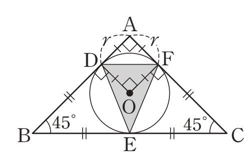
$\overline{OH}=\overline{OI}$이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$
따라서 $\angle AOB=\angle AOC$
$\widehat{AB}:\widehat{BC}=5:2$이므로
$\angle AOB:\angle BOC=5:2$
따라서 $\angle AOB=\angle AOC=5k$, $\angle BOC=2k\,(k>0)$라 하면
$\angle AOB+\angle AOC+\angle BOC=360^\circ$이므로
$5k+5k+2k=360^\circ$
$12k=360^\circ$, $k=30^\circ$
따라서 $\angle AOB=\angle AOC=150^\circ$, $\angle BOC=60^\circ$이므로
$\triangle ACB$의 넓이는
$\triangle AOB+\triangle BOC+\triangle COA$
$=2\times\triangle AOB+\triangle BOC$
$=2\times\left\{\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}\times\sin(180^\circ-150^\circ)\right\}$
$+\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{OC}\times\sin 60^\circ$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=18+9\sqrt{3}$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 지름으로 하는 반원과 $\overline{BP}$의 접점을 E라 하고,



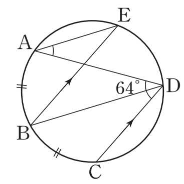
$\overline{PD}=x$ cm라 하면
$\overline{BE}=\overline{AB}=8$ cm,
$\overline{EP}=\overline{PD}=x$ cm,
$\overline{PC}=(8-x)$ cm
따라서 $\triangle PBC$에서
$(8+x)^2=8^2+(8-x)^2$
$32x=64$, $x=2$
따라서 $\overline{BP}=8+x=8+2=10(\text{cm})$

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 $\overline{OD}=\overline{OF}$이고



$\overline{OD}\perp\overline{AB}$, $\overline{OF}\perp\overline{AC}$이므로
$\square ADOF$는 정사각형이다.
따라서 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{OD}=\overline{OF}=\overline{AD}=\overline{AF}=r$
이때 $\overline{AB}=\overline{AC}=4$이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=4-r$, $\overline{CE}=\overline{CF}=4-r$
직각이등변삼각형 ABC에서
$\overline{BC}=\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ}=4\times\frac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$
이고, $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로
$4\sqrt{2}=(4-r)+(4-r)$
$4\sqrt{2}=8-2r$, $2r=8-4\sqrt{2}$, $r=4-2\sqrt{2}$
즉, $\overline{AD}=\overline{AF}=4-2\sqrt{2}$
따라서
$\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{CE}$
$=4-(4-2\sqrt{2})=2\sqrt{2}$
이므로
$\triangle DEF=\triangle ABC-(\triangle ADF+\triangle BED+\triangle CFE)$
$=\triangle ABC-\triangle ADF-2\triangle BED$
$=\frac{1}{2}\times4\times4-\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AF}$
$-2\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{BE}\times\sin 45^\circ\right)$
$=\frac{1}{2}\times4\times4-\frac{1}{2}\times(4-2\sqrt{2})^2$
$-2\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$=8-(12-8\sqrt{2})-4\sqrt{2}=-4+4\sqrt{2}$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle BDC$

따라서

$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ADC$

$=\frac{1}{2}\times 64=32^\circ$

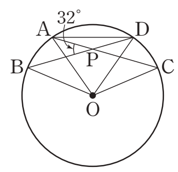
이때 $\overline{BE}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로

$\angle EBD=\angle BDC=32^\circ$ (엇각)

따라서 호 DE에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle EAD=\angle EBD=32^\circ$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$와 $\overline{AD}$를 그으면 $\triangle APD$에서



$\angle DAP+\angle ADP=32^\circ$

이고,

$\angle AOB=2\angle ADB$, $\angle COD=2\angle CAD$

이므로

$\angle AOB+\angle COD=2(\angle ADB+\angle CAD)$

$=2\times 32^\circ=64^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\widehat{AB}+\widehat{CD}=2\pi r\times\frac{64}{360}=\frac{16}{45}\pi r$

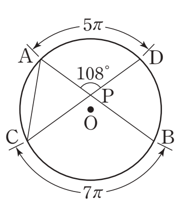
즉, $\frac{16}{45}\pi r=8\pi$이므로

$r=8\times\frac{45}{16}=\frac{45}{2}$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{45}{2}=45\pi(\text{cm})$

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\widehat{AD}:\widehat{BC}=5\pi:7\pi=5:7$이므로

$\angle ACD:\angle CAB=5:7$

$\triangle ACP$에서

$\angle ACP+\angle CAP=108^\circ$이므로

$\angle ACD=108^\circ\times\frac{5}{12}=45^\circ$

따라서 $\angle AOD=2\angle ACD=2\times 45^\circ=90^\circ$이므로

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$2\pi r\times\frac{90}{360}=5\pi$, $r=10$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10이다.

21 $\triangle ADC$에서

$\overline{DE}^2=\overline{AE}\times\overline{CE}=2\times 3=6$

이때 $\overline{DE}>0$이므로

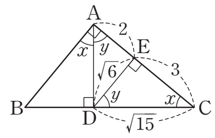
$\overline{DE}=\sqrt{6}$

또 $\overline{CD}^2=\overline{CE}\times\overline{CA}=3\times 5=15$

이때 $\overline{CD}>0$이므로

$\overline{CD}=\sqrt{15}$ ······················· [2점]

한편 $\triangle CAD\backsim\triangle ABD$ (AA 닮음)이므로



$\angle ACD=\angle BAD=x$

$\triangle EDC$에서

$\sin x=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

또 $\triangle EDC\backsim\triangle EAD$ (AA 닮음)이므로

$\angle CDE=\angle DAE=y$

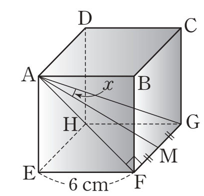
$\triangle EDC$에서

$\cos y=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$ ······················· [3점]

따라서

$\sin x+\cos y=\frac{\sqrt{10}}{5}+\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ······················· [1점]

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$를 그으면



$\triangle AEF$에서

$\overline{AF}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{FM}=\overline{MG}=3$ cm이므로

$\triangle AFM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+3^2}$

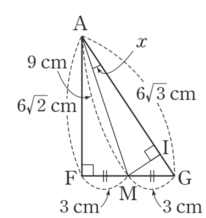
$=9(\text{cm})$ ······················· [2점]

$\triangle AFG$에서

$\overline{AG}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+6^2}$

$=6\sqrt{3}(\text{cm})$ ······················· [1점]

오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{AG}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 $\triangle AMG$에서



$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times\overline{MI}=\frac{1}{2}\times 3\times 6\sqrt{2}$

이므로

$\overline{MI}=\sqrt{6}$ cm ······················· [2점]

따라서 $\triangle AMI$에서

$\overline{AI}=\sqrt{9^2-(\sqrt{6})^2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

이므로

$\cos x=\frac{\overline{AI}}{\overline{AM}}=\frac{5\sqrt{3}}{9}$ ······················· [2점]

23 $3\angle AOC=4\angle COB$에서 $\angle AOC:\angle COB=4:3$이므로

$\angle AOC=\frac{4}{7}\angle AOB$

$=\frac{4}{7}\times 140^\circ=80^\circ$ ······················· [1점]

$\triangle AOC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)$

$=50^\circ$

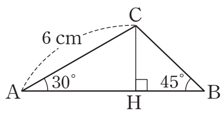
또 $\triangle AOB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)$

$=20^\circ$

따라서 $\angle CAB=50^\circ-20^\circ=30^\circ$ ······················· [2점]

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$CAH에서



$\overline{AH}=6\cos 30^\circ$

$=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)

$\overline{CH}=6\sin 30^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$(cm)

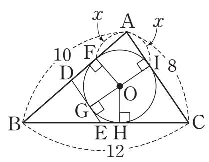
$\triangle$CHB에서 $\overline{BH}=\dfrac{3}{\tan 45^\circ}=3$(cm) ······················ [2점]

따라서

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=3\sqrt{3}+3=3(\sqrt{3}+1)$(cm)

······················ [1점]

24 오른쪽 그림과 같이 원 O와 □ADEC의 접점을 각각 F, G, H, I라 하고,



$\overline{AF}=\overline{AI}=x$라 하면

$\overline{BH}=\overline{BF}=10-x$,

$\overline{CH}=\overline{CI}=8-x$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$12=(10-x)+(8-x)$

$2x=6$, $x=3$ ······················ [3점]

따라서 $\triangle$BED의 둘레의 길이는

$\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{BD}+(\overline{DG}+\overline{GE})+\overline{BE}$

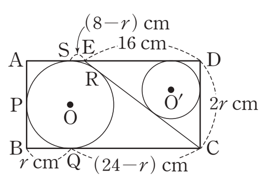
$=\overline{BD}+\overline{DF}+\overline{EH}+\overline{BE}$

$=\overline{BF}+\overline{BH}$

$=2\overline{BF}$

$=2\times(10-3)=14$ ······················ [2점]

25 오른쪽 그림과 같이 원 O와 □ABCD의 접점을 각각 P, Q, R, S라 하고, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{BQ}=\overline{AS}=r$ cm이므로

$\overline{CR}=\overline{CQ}=(24-r)$ cm,

$\overline{ER}=\overline{ES}=24-16-r=8-r$(cm)

따라서

$\overline{EC}=\overline{ER}+\overline{CR}$

$=(8-r)+(24-r)$

$=32-2r$(cm) ······················ [3점]

이때 $\overline{DC}=2r$ cm이므로 $\triangle$ECD에서

$(32-2r)^2=16^2+(2r)^2$

$128r=768$, $r=6$ ······················ [2점]

따라서

$\overline{CD}=2r=12$(cm), $\overline{EC}=32-2r=20$(cm)

이므로 원 O′의 반지름의 길이를 r' cm라 하면

$\triangle$ECD에서

$\dfrac{1}{2}\times16\times12=\dfrac{1}{2}\times r'\times(16+20+12)$

$24r'=96$, $r'=4$

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 4 cm이다.

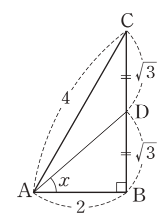
······················ [2점]

실전 모의고사 〈실력〉 제2회

본문 82~87쪽

01 ①	**02** ③	**03** ⑤	**04** ③	**05** ③
06 ②	**07** ①	**08** ③	**09** ②	**10** ④
11 ⑤	**12** ①	**13** ②	**14** ②	**15** ③
16 ①	**17** ⑤	**18** ④	**19** ④	**20** ⑤
21 $\dfrac{1}{3}$	**22** $2\sqrt{6}+6\sqrt{2}$		**23** $(75+25\sqrt{3})$ cm^2	
24 $14+2\sqrt{3}$		**25** $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$		

01 직각삼각형 ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

이므로

$\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

직각삼각형 ABD에서

$\overline{AD}=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}$

이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{DB}}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$, $\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$

따라서 $\dfrac{\sin x}{\cos x}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

02 $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$에서

$\overline{AC}=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$

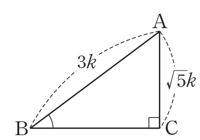
이므로

$\overline{BC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}$

따라서 $\triangle$ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{14}$

03 $\sin B=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=\sqrt{5}k$ $(k>0)$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(\sqrt{5}k)^2}=2k$이므로

$\sin A=\dfrac{2k}{3k}=\dfrac{2}{3}$, $\cos A=\dfrac{\sqrt{5}k}{3k}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\cos B=\dfrac{2k}{3k}=\dfrac{2}{3}$, $\tan B=\dfrac{\sqrt{5}k}{2k}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

ㄱ. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\cos A$

ㄴ. $\sin A=\cos B$

ㄷ. $\sin A\neq\sin B$

ㄹ. $\dfrac{2}{3}\tan B=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\cos A$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

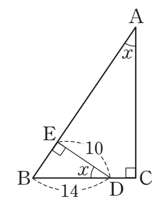
04 $\triangle$ABC와 $\triangle$DBE에서

$\angle C=\angle DEB=90^\circ$, $\angle B$는 공통

이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (AA 닮음)

따라서 $\angle BDE=\angle BAC=x$



$\triangle$DBE에서 $\overline{BE}=\sqrt{14^2-10^2}=4\sqrt{6}$이므로

$\sin x=\dfrac{4\sqrt{6}}{14}=\dfrac{2\sqrt{6}}{7}$,

$\tan x=\dfrac{4\sqrt{6}}{10}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

따라서 $\dfrac{\sin x}{\tan x}=\dfrac{2\sqrt{6}}{7}\times\dfrac{5}{2\sqrt{6}}=\dfrac{5}{7}$

05 삼각형의 세 내각의 크기를 a, $3a$, $2a$ $(a>0)$라 하면 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

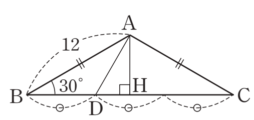
$\angle a+3\angle a+2\angle a=180^\circ$

$6\angle a=180^\circ$, $\angle a=30^\circ$

따라서 $A=30^\circ$이므로

$$\begin{aligned}\sin A : \cos A : \tan A &= \sin 30^\circ : \cos 30^\circ : \tan 30^\circ\\ &=\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}\\ &=3 : 3\sqrt{3} : 2\sqrt{3}\\ &=\sqrt{3} : 3 : 2\end{aligned}$$

06 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 ABH에서



$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 30^\circ=12\times\dfrac{1}{2}=6$,

$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 30^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

이때 $\overline{BD}=2\overline{DH}$이므로

$\overline{DH}=\dfrac{1}{3}\overline{BH}=\dfrac{1}{3}\times 6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

따라서 직각삼각형 ADH에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}$

07 $\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{PQ}=\overset{\frown}{QB}$이므로

$$\begin{aligned}\angle AOP=\angle POQ=\angle QOB\\ =\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ\end{aligned}$$

$\triangle$POR에서 $\angle POR=60^\circ$이므로

$\overline{PR}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$,

$\overline{OR}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$

같은 방법으로 하면 $\triangle$QOS에서

$\overline{QS}=6\sin 30^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$,

$\overline{OS}=6\cos 30^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\triangle$TOR에서

$\overline{TR}=3\tan 30^\circ=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

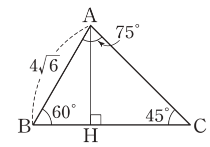
따라서 어두운 부분의 넓이는

(사분원 AOB의 넓이)$-(\triangle POR+\triangle QOS-\triangle TOR)$

$=\dfrac{1}{4}\times\pi\times 6^2-\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 3-\dfrac{1}{2}\times 3\times\sqrt{3}\right)$

$=9\pi-\dfrac{15\sqrt{3}}{2}$

08 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BAH=30^\circ$이므로

$\angle HAC=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=4\sqrt{6}\sin 60^\circ=4\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{2}$

$\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{6\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=12$

09 $\angle ACD=45^\circ$, $\angle BCD=30^\circ$이므로 $\overline{CD}=h$ m라 하면

$\overline{AD}=h\tan 45^\circ=h$(m),

$\overline{BD}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$(m)

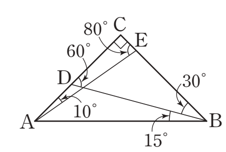
이때 $\overline{AB}=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=200$이므로

$\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=200$

$h=200\times\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}=100(3+\sqrt{3})$

따라서 건물의 높이는 $100(3+\sqrt{3})$ m이다.

10 $\triangle$BCD에서



$\angle CBD=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

$\triangle$AEC에서

$\angle CAE=180^\circ-(90^\circ+80^\circ)=10^\circ$

$\triangle$ABD에서 $\angle CDB=\angle DAB+\angle DBA$이므로

$60^\circ=(10^\circ+\angle EAB)+15^\circ$

에서

$\angle EAB=60^\circ-(10^\circ+15^\circ)=35^\circ$

따라서 $\angle A=\angle B=45^\circ$이므로 $\triangle$ABC는 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 직각이등변삼각형이다.

$\overline{AC}=\overline{BC}=x$ cm라 하면 $\overline{CE}=(x-9)$ cm

직각삼각형 AEC에서

$$\begin{aligned}\overline{AC}&=\overline{CE}\tan 80^\circ\\ &=(x-9)\tan 80^\circ=(x-9)(4+\sqrt{3})\end{aligned}$$

이므로

$x=(x-9)(4+\sqrt{3})$

$x=(4+\sqrt{3})x-36-9\sqrt{3}$

$(3+\sqrt{3})x=36+9\sqrt{3}$

$x=\dfrac{36+9\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{9(4+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=\dfrac{3}{2}(9-\sqrt{3})$

즉, $\overline{AC}=\overline{BC}=\dfrac{3}{2}(9-\sqrt{3})$ cm

따라서 직각삼각형 BCD에서

$\overline{CD}=\overline{BC}\tan 30°$

$=\frac{3}{2}(9-\sqrt{3})\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}(9-\sqrt{3})(\text{cm})$

이므로

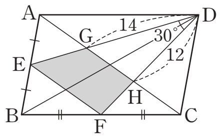
$\overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}$

$=\frac{3}{2}(9-\sqrt{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}(9-\sqrt{3})$

$=\frac{27}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{9\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}$

$=15-6\sqrt{3}(\text{cm})$

11 오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그으면 점 G는 △ABD의 무게중심이므로



$\overline{DG}:\overline{EG}=14:\overline{EG}=2:1$

즉, $\overline{EG}=7$이므로

$\overline{DE}=\overline{DG}+\overline{EG}=14+7=21$

또 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}:\overline{FH}=12:\overline{FH}=2:1$

즉, $\overline{FH}=6$이므로

$\overline{DF}=\overline{DH}+\overline{FH}=12+6=18$

따라서 □EFHG의 넓이는

□EFHG

=△DEF−△DGH

$=\frac{1}{2}\times\overline{DE}\times\overline{DF}\times\sin 30°-\frac{1}{2}\times\overline{DG}\times\overline{DH}\times\sin 30°$

$=\frac{1}{2}\times21\times18\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times14\times12\times\frac{1}{2}$

$=\frac{105}{2}$

12 $\angle AOD=180°-120°=60°$이므로

$\triangle AOD=\frac{1}{2}\times\overline{AO}\times4\times\sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AO}\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\,\overline{AO}$

조건 (나)에서 △AOD의 넓이가 $12\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{3}\,\overline{AO}=12\sqrt{3}$, $\overline{AO}=12$

즉, $\overline{AC}=12+4=16$이고, 조건 (가)에서 $\overline{AC}+\overline{BD}=30$이므로

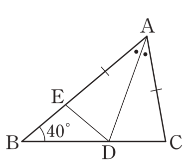
$\overline{BD}=30-16=14$

따라서 □ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times16\times14\times\sin 60°=\frac{1}{2}\times16\times14\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=56\sqrt{3}$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AE}=\overline{AC}$인 점을 E라 하면 △AED와 △ACD에서



∠EAD=∠CAD,

$\overline{AE}=\overline{AC}$, $\overline{AD}$는 공통

이므로

△AED≡△ACD (SAS 합동)

따라서 $\overline{DE}=\overline{DC}$ ······ ㉠

$\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{CD}$에서 $\overline{AE}+\overline{BE}=\overline{AC}+\overline{CD}$

이때 $\overline{AE}=\overline{AC}$이므로

$\overline{BE}=\overline{CD}$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 △BDE는 $\overline{BE}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

∠BDE=∠EBD=40°

따라서 ∠AED=∠EBD+∠BDE이므로

∠AED=40°+40°=80°

이때 ∠ACD=∠AED=80°

△ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

∠CAB=180°−(40°+80°)=60°

따라서 △ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=\frac{1}{2}ab\sin 60°$

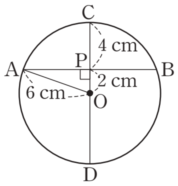
$=\frac{1}{2}\times a\times b\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}ab$

14 원 O의 반지름의 길이는

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times(4+8)=6(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



△AOP에서

$\overline{OP}=6-4=2(\text{cm})$,

$\overline{AP}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

이므로

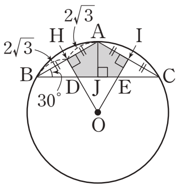
$\overline{AB}=2\overline{AP}=2\times4\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}(\text{cm})$

15 원 O에서 $\overline{OH}=\overline{OI}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}=4\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 J라 하면 직각삼각형 ABJ에서



$\overline{AJ}=\overline{AB}\sin 30°$

$=4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$,

$\overline{BJ}=\overline{AB}\cos 30°=4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6$

$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

이때 △ABJ∽△DBH (AA 닮음)이므로

$\overline{BJ}:\overline{BH}=\overline{AJ}:\overline{DH}$에서

$6:2\sqrt{3}=2\sqrt{3}:\overline{DH}$

$6\overline{DH}=12$, $\overline{DH}=2$

따라서 오각형 AHDEI의 넓이는

△ABC−2△DHB

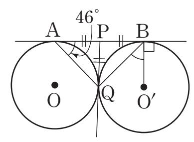
$=\frac{1}{2}\times2\overline{BJ}\times\overline{AJ}-2\left(\frac{1}{2}\times\overline{BH}\times\overline{DH}\right)$

$=\frac{1}{2}\times(2\times6)\times2\sqrt{3}-2\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\right)$

$=12\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=8\sqrt{3}$

16 $\overline{PA}$, $\overline{PQ}$는 원 O의 두 접선이므로



$\overline{PA}=\overline{PQ}$

즉, $\triangle PAQ$는 이등변삼각형이므로

$\angle APQ=180^\circ-2\times46^\circ=88^\circ$

따라서 $\angle BPQ=180^\circ-88^\circ=92^\circ$

또 $\overline{PB}$, $\overline{PQ}$는 원 O′의 두 접선이므로

$\overline{PB}=\overline{PQ}$

따라서 $\triangle PQB$도 이등변삼각형이므로

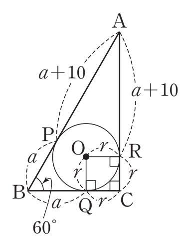
$\angle PBQ=\angle PQB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-92^\circ)=44^\circ$

이때 $\overline{PB}$는 점 B에서의 원 O′의 접선이므로

$\overline{PB}\perp\overline{BO'}$

따라서 $\angle QBO'=90^\circ-\angle PBQ=90^\circ-44^\circ=46^\circ$

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OQ}$, $\overline{OR}$를 긋고, 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 원 O의 넓이가 25π이므로



$\pi r^2=25\pi$, $r^2=25$

이때 $r>0$이므로 $r=5$

따라서 $\overline{OQ}=\overline{OR}=5$

$\overline{BP}=\overline{BQ}=a$라 하면 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\dfrac{a+5}{\cos 60^\circ}=(a+5)\times2=2a+10$

따라서 $\overline{AR}=\overline{AP}=(2a+10)-a=a+10$이므로

$\tan 60^\circ=\dfrac{(a+10)+5}{a+5}$

$\sqrt{3}=\dfrac{a+15}{a+5}$, $a+15=\sqrt{3}a+5\sqrt{3}$

$(\sqrt{3}-1)a=15-5\sqrt{3}$

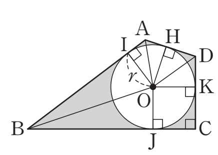
$a=\dfrac{15-5\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{5(3-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-1}=5\sqrt{3}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$(2a+10)+(a+5)+(a+15)$

$=4a+30=20\sqrt{3}+30$

18 오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCD의 각 변과 내접원 O의 접점을 각각 H, I, J, K라 하고, 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OH}=\overline{OI}=\overline{OJ}=\overline{OK}=r$

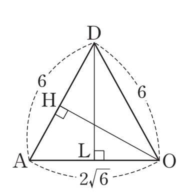
이때 어두운 부분의 넓이를 S라 하면

$S=\square ABCD-$(원 O의 넓이)

$=(\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA)-$(원 O의 넓이)

$=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})-\pi r^2$ …… ㉠

한편 $\triangle ODA$는 $\overline{AD}=\overline{OD}=6$인 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 선분 AO에 내린 수선의 발을 L이라 하면



$\overline{LA}=\overline{LO}=\frac{1}{2}\overline{AO}$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}$

$\triangle DAL$에서 $\overline{LD}=\sqrt{6^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{30}$

따라서 $\triangle ODA$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{LD}=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{OH}$

이므로

$\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times\sqrt{30}=\frac{1}{2}\times6\times r$

$6\sqrt{5}=3r$, $r=2\sqrt{5}$

또한 $\square ABCD$는 원 O에 외접하는 사각형이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=6+20=26$

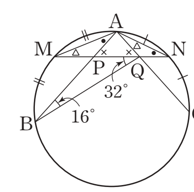
따라서 ㉠에서 어두운 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})-\pi r^2$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times(26+26)-\pi\times(2\sqrt{5})^2$

$=52\sqrt{5}-20\pi$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$을 그으면 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$이므로



$\angle ANM=\angle MAB$

또한 $\widehat{AN}=\widehat{CN}$이므로

$\angle AMN=\angle NAC$

$\triangle AMP$, $\triangle NAQ$에서

$\angle APQ=\angle MAP+\angle AMP$

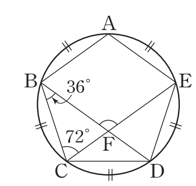
$=\angle ANQ+\angle NAQ$

$=\angle AQP$

이때 $\triangle BQP$에서 $\angle APQ=16^\circ+32^\circ=48^\circ$이므로

$\angle AQP=\angle APQ=48^\circ$

20 정오각형 ABCDE의 각 꼭짓점은 원의 둘레를 5등분한 점이므로 $\widehat{CD}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$이다.



따라서 호 CD에 대한 원주각의 크기는

$\angle CBD=\frac{1}{5}\times180^\circ$

$=36^\circ$

또 호 BE의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{2}{5}$이므로

$\angle BCE=\frac{2}{5}\times180^\circ$

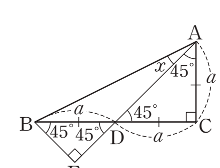
$=72^\circ$

따라서 $\triangle BCF$에서

$\angle BFE=36^\circ+72^\circ$

$=108^\circ$

21 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하고, $\overline{AC}=\overline{BD}=\overline{DC}=a$라 하자.



$\triangle ADC$는 $\overline{AC}=\overline{DC}$인 직각이등변삼각형이므로 $\angle CAD=\angle CDA=45^\circ$이고,

$\angle BDE=\angle CDA=45^\circ$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다. …………………… [3점]

$\triangle$ADC에서 $\cos 45^\circ = \dfrac{a}{\overline{AD}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{AD} = \sqrt{2}a$

$\triangle$BED에서 $\cos 45^\circ = \dfrac{\overline{DE}}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{DE} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$ .... [2점]

따라서

$\overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DE}$

$= \sqrt{2}a + \dfrac{\sqrt{2}}{2}a = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a$

이므로 $\triangle$ABE에서

$\tan x = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}a \times \dfrac{2}{3\sqrt{2}a} = \dfrac{1}{3}$ .... [2점]

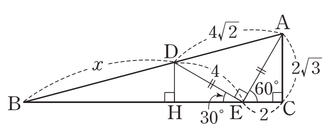
22 직각삼각형 AEC에서

$\overline{AC} = \overline{EC}\tan 60^\circ = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$,

$\overline{AE} = \dfrac{\overline{EC}}{\cos 60^\circ} = 2 \times 2 = 4$

$\triangle$ADE가 직각이등변삼각형이므로 $\overline{ED} = \overline{AE} = 4$이고,

$\overline{DA} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ .... [2점]



위의 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

직각삼각형 DHE에서

$\overline{DH} = \overline{DE}\sin 30^\circ = 4 \times \dfrac{1}{2} = 2$ .... [1점]

이때 $\triangle ABC \backsim \triangle DBH$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BD} = x$라 하면

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{DH}$

즉, $(x + 4\sqrt{2}) : x = 2\sqrt{3} : 2 = \sqrt{3} : 1$이므로

$\sqrt{3}x = x + 4\sqrt{2}$, $(\sqrt{3} - 1)x = 4\sqrt{2}$

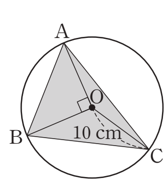
$x = \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$ .... [2점]

따라서

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = (2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}) + 4\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$ .... [1점]

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로



$\angle AOB = 360^\circ \times \dfrac{3}{3+4+5} = 90^\circ$

$\angle BOC = 360^\circ \times \dfrac{4}{3+4+5} = 120^\circ$

$\angle COA = 360^\circ \times \dfrac{5}{3+4+5} = 150^\circ$ .... [2점]

따라서

$\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$

$= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 + \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$+ \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= 50 + \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \dfrac{1}{2}$

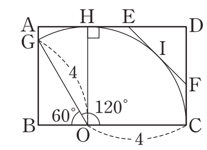
$= 50 + 25\sqrt{3} + 25$

$= 75 + 25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ .... [3점]

24 오른쪽 그림에서 $\overline{OG} = \overline{OC} = 4$이고,

$\angle GOB = 60^\circ$이므로

$\triangle$GBO에서



$\overline{BG} = 4\sin 60^\circ = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$,

$\overline{BO} = 4\cos 60^\circ = 4 \times \dfrac{1}{2} = 2$ .... [2점]

따라서 $\triangle$GBO의 둘레의 길이는

$2\sqrt{3} + 2 + 4 = 6 + 2\sqrt{3}$ .... [1점]

또 위의 그림과 같이 $\overline{OH}$를 그으면 $\overline{OH} = \overline{OC} = 4$이고,

$\overline{EH} = \overline{EI}$, $\overline{FC} = \overline{FI}$이므로

$\triangle$DEF의 둘레의 길이는

$\overline{ED} + \overline{EI} + \overline{IF} + \overline{DF}$

$= \overline{ED} + \overline{EH} + \overline{CF} + \overline{DF}$

$= \overline{DH} + \overline{CD}$

$= 4 + 4 = 8$ .... [2점]

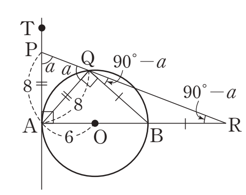
따라서 구하는 길이의 합은

$(6 + 2\sqrt{3}) + 8 = 14 + 2\sqrt{3}$ .... [1점]

25 $\triangle$AQP는 $\overline{AP} = \overline{AQ}$인 이등변삼각형이므로

$\angle APQ = \angle AQP = a$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle AQB = 90^\circ$이므로

$\angle RQB = 180^\circ - (90^\circ + a)$

$= 90^\circ - a$ …… ㉠

$\triangle$PAR에서 $\angle PAR = 90^\circ$이므로

$\angle PRA = 90^\circ - a$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle$BRQ는 $\overline{BQ} = \overline{BR}$인 이등변삼각형이다.

.... [3점]

직각삼각형 ABQ에서

$\overline{AQ} = \overline{AP} = 8$, $\overline{AB} = 6 + 6 = 12$

이므로

$\overline{BQ} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$

즉, $\overline{BR} = \overline{BQ} = 4\sqrt{5}$이므로

$\overline{AR} = \overline{AB} + \overline{BR} = 12 + 4\sqrt{5}$ .... [2점]

따라서 직각삼각형 PAR에서

$\tan a = \dfrac{\overline{AR}}{\overline{AP}} = \dfrac{12 + 4\sqrt{5}}{8} = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$ .... [1점]

Ⅴ－(1) 삼각비 ～ Ⅵ－(2) 원주각

서술형 평가 제1회

본문 90~93쪽

01 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **02** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm^2 **03** 5 **04** $\frac{\sqrt{3}}{24}$

05 $\frac{30\sqrt{3}}{11}$ **06** 10 cm **07** $\frac{7}{5}$ **08** $(4\sqrt{2}+12)$ m

09 $4\sqrt{3}$ cm **10** $12\sqrt{3}\pi$ **11** $\left(27\pi-\frac{81\sqrt{3}}{4}\right)$ cm^2

12 $12\sqrt{3}$ cm^2 **13** 2 cm **14** $14\sqrt{2}$ cm

15 15π cm

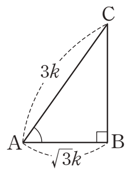
01 $6\cos A-2\sqrt{3}=0$에서

$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3k$,

$\overline{AB}=\sqrt{3}k$ $(k>0)$인 직각삼각형 ABC를

생각할 수 있다.



이때

$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(\sqrt{3}k)^2}=\sqrt{6}k$

이므로 ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

$\sin A=\frac{\sqrt{6}k}{3k}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

$\tan C=\frac{\sqrt{3}k}{\sqrt{6}k}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

따라서 $\frac{\sin A}{\tan C}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]

02 $\overline{CD}=\overline{AB}=4$ cm이므로 평행사변형 ABCD의 넓이는

$4\times5\times\sin 45^\circ=4\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=10\sqrt{2}(cm^2)$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

평행사변형의 넓이는 대각선 AC에 의하여 이등분되고,

$\overline{BM}=\overline{CM}$이므로

$\triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times10\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}(cm^2)$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

03 $\triangle ABC$는 원 O에 외접하므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=x$라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=15-x$,

$\overline{BD}=\overline{BE}=7-x$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$12=(15-x)+(7-x)$

$2x=10$, $x=5$

따라서 $\overline{CF}$의 길이는 5이다. ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

04 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=\frac{1}{2}$,

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

따라서 $\square ABDC$의 넓이는

$\square ABDC=\triangle COD-\triangle AOB$

$=\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{24}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

05 $\overline{AD}=x$라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times5\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times x\times5\times\sin 30^\circ$

⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

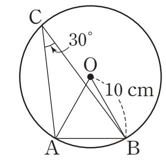
$\frac{1}{2}\times6\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times6\times x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times x\times5\times\frac{1}{2}$

$\frac{15\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}x$, $\frac{15\sqrt{3}}{2}=\frac{11}{4}x$

$x=\frac{30\sqrt{3}}{11}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{30\sqrt{3}}{11}$이다. ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times30^\circ=60^\circ$

⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

이때 $\overline{OA}=\overline{OB}=10$ cm이므로

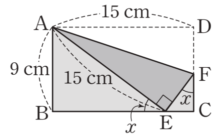
$\angle OAB=\angle OBA$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

따라서 $\triangle OAB$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{OA}=10$ cm ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]

07 $\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\overline{AD}=15$ cm이므로



$\overline{BE}=\sqrt{15^2-9^2}=12(cm)$

⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

또 $\angle x=90^\circ-\angle CEF=\angle AEB$이므로 $\triangle ABE$에서

$\sin x=\sin(\angle AEB)=\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}$

$=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

$\cos x=\cos(\angle AEB)=\frac{\overline{BE}}{\overline{AE}}$

$=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

따라서 $\sin x+\cos x=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]

08 △ACP에서

$\overline{CP}=\dfrac{4}{\sin 45^\circ}=4\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}(\mathrm{m})$,

$\overline{AC}=\dfrac{4}{\tan 45^\circ}=4(\mathrm{m})$ ······················ [3점]

또 △CBQ에서

$\overline{BC}=\overline{AB}-\overline{AC}=10-4=6(\mathrm{m})$ ······················ [1점]

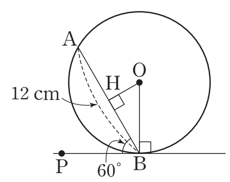
이므로

$\overline{CQ}=\dfrac{6}{\cos 60^\circ}=6\times2=12(\mathrm{m})$ ······················ [2점]

따라서 $\overline{CP}+\overline{CQ}=4\sqrt{2}+12(\mathrm{m})$이므로

새가 날아간 거리는 $(4\sqrt{2}+12)$ m이다. ······················ [1점]

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 긋고, 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$

$=\dfrac{1}{2}\times12=6(\mathrm{cm})$ ······················ [2점]

$\overline{OB}\perp\overline{PB}$이므로

$\angle OBH=\angle OBP-\angle ABP$

$=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ ······················ [2점]

따라서 △OHB에서

$\overline{OB}=\dfrac{\overline{BH}}{\cos 30^\circ}$

$=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

이므로 원 O의 반지름의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다.

······················ [3점]

10 $\overline{OM}=\overline{ON}$에서 $\overline{CD}=\overline{AB}=18$이므로

$\overline{CN}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times18=9$ ······················ [3점]

△OCN에서

$\overline{OC}=\dfrac{\overline{CN}}{\cos 30^\circ}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$ ······················ [2점]

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}\pi$ ······················ [2점]

11 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(60^\circ+90^\circ+90^\circ)$

$=120^\circ$ ······················ [2점]

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times9^2\times\dfrac{120}{360}=27\pi(\mathrm{cm}^2)$ ······················ [2점]

이고, △OAB의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times9\times9\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times9\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

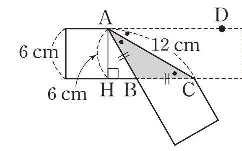
$=\dfrac{81\sqrt{3}}{4}(\mathrm{cm}^2)$ ······················ [2점]

따라서 어두운 부분의 넓이는

(부채꼴 AOB의 넓이)−△OAB

$=27\pi-\dfrac{81\sqrt{3}}{4}(\mathrm{cm}^2)$ ······················ [1점]

12 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{CB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=6$ cm이므로 △AHC에서



$\sin C=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\dfrac{6}{12}$

$=\dfrac{1}{2}$

이때 $0^\circ<\angle C<90^\circ$이므로

$\angle C=30^\circ$ ······················ [3점]

한편 $\angle DAC=\angle BAC$ (접은 각)이고,

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle BCA$ (엇각)

따라서 $\angle BAC=\angle BCA=30^\circ$이고, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

△ABC에서

$\angle ABH=\angle BAC+\angle BCA$

$=30^\circ+30^\circ$

$=60^\circ$ ······················ [1점]

이므로 △AHB에서

$\overline{AB}=\dfrac{6}{\sin 60^\circ}$

$=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ ······················ [2점]

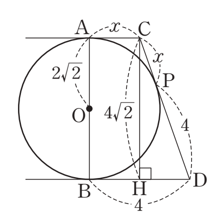
따라서 △ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6$

$=12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ ······················ [2점]

13 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{CP}=x$라 하면



$\overline{AC}=\overline{CP}=x$,

$\overline{PD}=\overline{BD}=4$

이므로

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{PD}$

$=x+4$ ······················ [3점]

이때 $\overline{BH}=\overline{AC}=x$이므로

$\overline{HD}=\overline{BD}-\overline{BH}$

$=4-x$ ······················ [2점]

△CHD에서

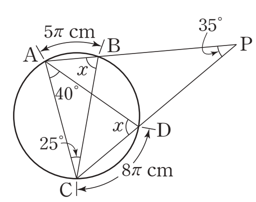
$(4\sqrt{2})^2+(4-x)^2=(x+4)^2$

$16x=32,\ x=2$

따라서 $\overline{CP}$의 길이는 2 cm이다. ······················ [3점]

14 $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BAD=\angle BCD=90^\circ$
$\triangle ABD$에서
$\overline{BD}=\sqrt{12^2+16^2}=20(cm)$ ······················· [2점]
$\overline{BC}=a$ cm라 하면 $\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{CD}$인 직각이등변삼각형이므로
$a^2+a^2=20^2$, $a^2=200$
이때 $a>0$이므로 $a=10\sqrt{2}$ cm ······················· [1점]
따라서 □ABCD의 넓이는
$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$
$=\left(\frac{1}{2}\times12\times16\right)+\left(\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times10\sqrt{2}\right)$
$=96+100=196(cm^2)$ ······ ㉠
······················· [1점]
한편 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로
$\angle BAC=\angle CAD$
$=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times90^\circ=45^\circ$ ······················· [1점]
$\overline{AC}=x$ cm라 하면 □ABCD의 넓이는
$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times12\times x\times\sin45^\circ+\frac{1}{2}\times x\times16\times\sin45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times12\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times x\times16\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=3\sqrt{2}x+4\sqrt{2}x$
$=7\sqrt{2}x(cm^2)$ ······ ㉡
······················· [2점]
㉠, ㉡이 같아야 하므로
$196=7\sqrt{2}x$, $x=14\sqrt{2}$
따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $14\sqrt{2}$ cm이다. ······················· [1점]

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$를 그으면 원의 둘레의 길이는
$2\pi\times18=36\pi(cm)$
이므로



$\angle ACB$
$=(\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기$)$
$=\frac{5\pi}{36\pi}\times180^\circ=25^\circ$
$\angle CAD$
$=(\widehat{CD}$에 대한 원주각의 크기$)$
$=\frac{8\pi}{36\pi}\times180^\circ=40^\circ$ ······················· [4점]
$\angle ABC=\angle x$라 하면 $\triangle BCP$에서
$\angle BCP=\angle x-35^\circ$
$\angle ADC=\angle ABC=\angle x$이므로 $\triangle ACD$에서
$40^\circ+(25^\circ+\angle x-35^\circ)+\angle x=180^\circ$
$2\angle x=150^\circ$, $\angle x=75^\circ$ ······················· [2점]
이때 $40^\circ : 75^\circ=8\pi : \widehat{AC}$이므로
$40\widehat{AC}=600\pi$, $\widehat{AC}=15\pi$
따라서 $\widehat{AC}$의 길이는 15π cm이다. ······················· [2점]

서술형 평가 제2회

본문 94~97쪽

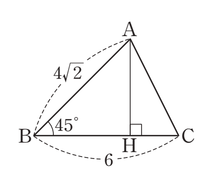
01 $-\frac{1}{15}$ **02** $12\sqrt{3}$ cm **03** $-1-2\sqrt{3}$
04 $2\sqrt{5}$ **05** $96\sqrt{3}$ cm^2 **06** $42\sqrt{3}$
07 25π cm^2 **08** $2-\sqrt{3}$ **09** $32\sqrt{15}$ cm^2
10 3 **11** 54° **12** $\frac{200(3+\sqrt{3})}{3}$ m
13 85π **14** 48π cm **15** $(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ cm

01 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로
$\sin x=\frac{4}{5}$, $\cos x=\frac{3}{5}$, $\tan x=\frac{4}{3}$ ······················· [3점]
따라서
$\tan x-\sin x-\cos x=\frac{4}{3}-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$
$=-\frac{1}{15}$ ······················· [2점]

02 $\triangle ABC$에서 $\tan30^\circ=\frac{18}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로
$\overline{BC}=18\times\frac{3}{\sqrt{3}}=18\sqrt{3}(cm)$ ······················· [2점]
$\triangle ADC$에서 $\tan60^\circ=\frac{18}{\overline{DC}}=\sqrt{3}$이므로
$\overline{DC}=\frac{18}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}(cm)$ ······················· [2점]
따라서
$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}$
$=18\sqrt{3}-6\sqrt{3}=12\sqrt{3}(cm)$ ······················· [1점]

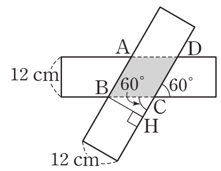
03 $a=\cos60^\circ\times\tan45^\circ+\sin90^\circ\times\tan60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times1+1\times\sqrt{3}=\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$ ······················· [2점]
$b=\sin30^\circ\times\cos0^\circ-\tan60^\circ\times\sin60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times1-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-1$ ······················· [2점]
따라서
$2ab=2\times\frac{1+2\sqrt{3}}{2}\times(-1)$
$=-1-2\sqrt{3}$ ······················· [2점]

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4$
$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4$ ······················· [3점]
이때 $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-4=2$ ······················· [1점]
이므로 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ······················· [2점]

05 오른쪽 그림과 같이 겹쳐진 부분을 □ABCD라 하면 □ABCD의 밑변은 $\overline{BC}$, 높이는 12 cm이다.



점 B에서 $\overline{CD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 △BHC에서

$\overline{BH}=12$ cm, $\angle BCH=60^\circ$ (맞꼭지각)

이므로

$\overline{BC}=\dfrac{12}{\sin 60^\circ}$

$=12\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}$(cm) ······················ [4점]

이때 □ABCD는 평행사변형이므로 넓이는

$\overline{BC}\times 12=8\sqrt{3}\times 12=96\sqrt{3}$(cm^2) ······················ [2점]

06 △ABC에서

$\overline{AC}=8\tan 60^\circ=8\sqrt{3}$ ······················ [2점]

따라서 □ABCD의 넓이는

□ABCD=△ABC+△ACD

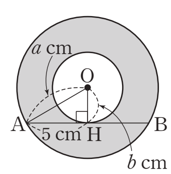
$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 8\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 5\times \sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 8\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 5\times \dfrac{1}{2}$

$=32\sqrt{3}+10\sqrt{3}$

$=42\sqrt{3}$ ······················ [4점]

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OH}$, $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 10=5$(cm)

······················ [2점]

큰 원의 반지름의 길이를 a cm, 작은 원의 반지름의 길이를 b cm라 하면 △OAH에서

$5^2+b^2=a^2$

즉, $a^2-b^2=25$ ······················ [2점]

따라서 어두운 부분의 넓이는

(큰 원의 넓이)−(작은 원의 넓이)$=\pi a^2-\pi b^2$

$=\pi(a^2-b^2)$

$=25\pi$(cm^2)

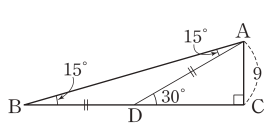
······················ [2점]

08 △ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle BAD$

$=\dfrac{1}{2}\angle ADC=\dfrac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$ ······················ [1점]

△ADC에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{9}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2}$이므로

$\overline{AD}=9\times 2=18$

$\tan 30^\circ=\dfrac{9}{\overline{CD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{CD}=9\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=9\sqrt{3}$ ······················ [3점]

이때 $\overline{BD}=\overline{AD}=18$이므로

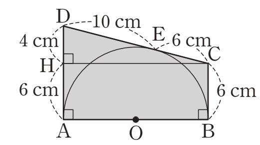
$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=18+9\sqrt{3}$ ······················ [1점]

따라서 △ABC에서

$\tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$=\dfrac{9}{18+9\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ ······················ [2점]

09 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}$

$=\overline{BC}+\overline{AD}$

$=6+10=16$(cm)

$\overline{DH}=10-6=4$(cm) ······················ [3점]

△DHC에서

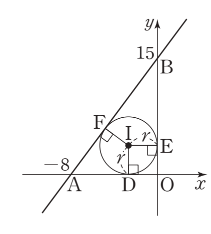
$\overline{CH}=\sqrt{16^2-4^2}=4\sqrt{15}$(cm) ······················ [2점]

따라서 □ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\times(10+6)\times 4\sqrt{15}$

$=32\sqrt{15}$(cm^2) ······················ [2점]

10 직선 $\dfrac{1}{8}x-\dfrac{1}{15}y=-1$의 x절편은 -8, y절편은 15이므로



$\overline{AO}=8$, $\overline{BO}=15$ ······················ [1점]

따라서 직각삼각형 AOB에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+15^2}=17$

······················ [2점]

이때 내접원 I의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{ID}=\overline{IE}=r$

이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=8-r$,

$\overline{BF}=\overline{BE}=15-r$ ······················ [2점]

따라서 $17=(8-r)+(15-r)$에서

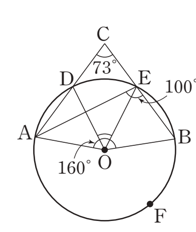
$2r=6$, $r=3$

즉, 내접원 I의 반지름의 길이는 3이다. ······················ [2점]

11 $\widehat{ADB}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\dfrac{4}{9}$이므로

$\angle AOB=360^\circ\times\dfrac{4}{9}=160^\circ$ ······················ [2점]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\angle AEB$는 $\widehat{AFB}$에 대한 원주각이므로

$\angle AEB=\dfrac{1}{2}\times(360^\circ-160^\circ)$

$=100^\circ$ ······················ [3점]

따라서 △CAE에서

$\angle CAE=100^\circ-73^\circ$

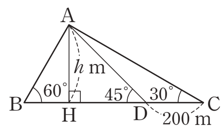
$=27^\circ$

이므로

$\angle DOE=2\angle DAE$

$=2\times 27^\circ=54^\circ$ ······················ [2점]

12 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}=h$ m라 하면 △AHC에서



$\overline{HC}=\dfrac{h}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}h(\text{m})$

△AHD에서

$\overline{HD}=\dfrac{h}{\tan 45^\circ}=h(\text{m})$ ························ [3점]

이때 $\overline{CD}=\overline{HC}-\overline{HD}$이므로

$\sqrt{3}h-h=200$

$(\sqrt{3}-1)h=200$

$h=\dfrac{200}{\sqrt{3}-1}=100(\sqrt{3}+1)$ ························ [2점]

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{h}{\sin 60^\circ}=100(\sqrt{3}+1)\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

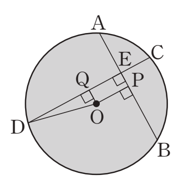
$=\dfrac{200(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{200(3+\sqrt{3})}{3}(\text{m})$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $\dfrac{200(3+\sqrt{3})}{3}$ m이다.

························ [3점]

13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하자.



$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=6+10=16$

이므로

$\overline{AP}=\overline{BP}$

$=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times16=8$ ························ [3점]

따라서 $\overline{EP}=\overline{AP}-\overline{AE}=8-6=2$이므로

$\overline{OQ}=\overline{EP}=2$ ························ [1점]

또 $\overline{CD}=18$이므로

$\overline{DQ}=\overline{CQ}$

$=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times18=9$ ························ [2점]

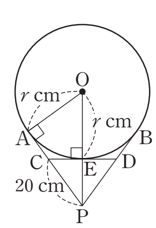
△DOQ에서

$\overline{OD}=\sqrt{\overline{OQ}^2+\overline{DQ}^2}=\sqrt{2^2+9^2}=\sqrt{85}$ ························ [1점]

따라서 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{85}$이므로 원의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{85})^2=85\pi$ ························ [1점]

14 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고, $\overline{OA}$를 그으면



(△PDC의 둘레의 길이)

$=\overline{CP}+\overline{CD}+\overline{PD}$

$=\overline{CP}+(\overline{CE}+\overline{ED})+\overline{PD}$

$=\overline{CP}+(\overline{AC}+\overline{BD})+\overline{PD}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}$

$=2\overline{PA}=64(\text{cm})$

이므로 $\overline{PA}=32$ cm

따라서

$\overline{AC}=\overline{PA}-\overline{PC}$

$=32-20=12(\text{cm})$ ························ [3점]

△CPE에서 $\overline{CE}=\overline{AC}=12$ cm이고, ∠CEP$=90^\circ$이므로

$\overline{EP}=\sqrt{20^2-12^2}=16(\text{cm})$ ························ [2점]

$\overline{OA}=\overline{OE}=r$ cm이므로 △APO에서

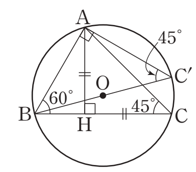
$r^2+32^2=(r+16)^2$

$32r=768$, $r=24$ ························ [2점]

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times24=48\pi(\text{cm})$ ························ [1점]

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 C′이라 하고, $\overline{AC'}$을 그으면



$\overline{BC'}=2\overline{BO}$

$=2\times2=4(\text{cm})$,

$\angle AC'B=\angle ACB=45^\circ$

························ [2점]

$\overline{BC'}$이 원 O의 지름이므로

$\angle BAC'=90^\circ$

△ABC′에서

$\overline{AB}=\overline{BC'}\sin 45^\circ$

$=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$ ························ [2점]

한편 위의 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서

$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 60^\circ$

$=2\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$,

$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 60^\circ$

$=2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}(\text{cm})$

△AHC에서 $\angle ACH=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}=\sqrt{6}$ cm ························ [3점]

따라서

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=\sqrt{2}+\sqrt{6}(\text{cm})$ ························ [1점]

2학기 기말고사 대비

Ⅵ-(3) 원주각의 활용

중단원 평가 제1회

본문 100~103쪽

01 ①, ③	02 ④	03 ①	04 ③	05 ⑤
06 ⑤	07 ④	08 ③	09 ③	10 ②
11 ①	12 ②	13 ⑤	14 ④	15 ①
16 ②	17 109°	18 50°	19 36°	20 10°

01 ① $\angle BAC=180^\circ-(85^\circ+50^\circ)=45^\circ$이므로
$\angle BAC=\angle BDC$
② $\angle BAC$와 $\angle BDC$, $\angle ABD$와 $\angle ACD$의 크기가 같은지 알 수 없다.
③ $\triangle ABC$에서 $\angle ACB=180^\circ-(33^\circ+115^\circ)=32^\circ$이므로
$\angle ADB=\angle ACB$
④ $\angle BDC=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로
$\angle BAC\neq\angle BDC$
⑤ $\angle BAC\neq\angle BDC$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ①, ③이다.

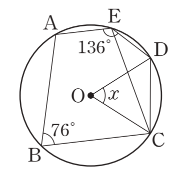
02 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle y=\angle DAC=25^\circ$
$\triangle ACP$에서
$\angle ACB=25^\circ+48^\circ=73^\circ$
이므로 $\triangle QBC$에서
$\angle x=\angle y+\angle QCB=25^\circ+73^\circ=98^\circ$
따라서 $\angle x+\angle y=98^\circ+25^\circ=123^\circ$

03 □ABCD는 원에 내접하므로
$86^\circ+(58^\circ+\angle y)=180^\circ$
에서
$\angle y=180^\circ-144^\circ=36^\circ$
□ABCE는 원에 내접하므로
$(\angle EAD+86^\circ)+58^\circ=180^\circ$
$\angle EAD=180^\circ-144^\circ=36^\circ$
$\triangle AFE$에서
$\angle x=180^\circ-(36^\circ+35^\circ)=109^\circ$
따라서 $\angle x-\angle y=109^\circ-36^\circ=73^\circ$

04 $\overset{\frown}{BCD}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ-150^\circ=210^\circ$이므로
$\angle BAD=\frac{1}{2}\times210^\circ=105^\circ$
따라서 $\angle x=\angle BAD=105^\circ$

05 $\overset{\frown}{ABC}$, $\overset{\frown}{BCD}$의 길이가 각각 원주의 $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{9}$이므로
$\angle ADC=180^\circ\times\frac{7}{12}=105^\circ$,
$\angle BAD=180^\circ\times\frac{5}{9}=100^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BCD+\angle BAD=180^\circ$에서
$\angle BCD=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
또 $\angle ABF=\angle ADC=105^\circ$
따라서 $\angle ABF+\angle BCD=105^\circ+80^\circ=185^\circ$

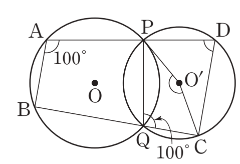
06 □ABCE는 원 O에 내접하므로



$76^\circ+\angle CEA=\boxed{180^\circ}$
에서
$\angle CEA=180^\circ-76^\circ=\boxed{104^\circ}$
따라서 $\angle CED=136^\circ-\boxed{104^\circ}=\boxed{32^\circ}$이므로
$\angle x=2\angle CED=2\times32^\circ=\boxed{64^\circ}$
그러므로 옳지 않은 것은 (마)이다.

07 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=\angle x+35^\circ$
$\triangle DCQ$에서
$\angle x+(\angle x+35^\circ)+42^\circ=180^\circ$
$2\angle x=103^\circ$
따라서 $\angle x=51.5^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



□ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC=\angle BAP=100^\circ$
또 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PQC+\angle PDC=180^\circ$
에서
$\angle PDC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$,
$\angle PO'C=2\angle PDC=2\times80^\circ=160^\circ$
따라서 $\angle PDC+\angle PO'C=80^\circ+160^\circ=240^\circ$

09 ㄴ. 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고, 윗변과 아랫변이 서로 평행하므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이다.
ㅁ, ㅂ. 직사각형과 정사각형은 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이다.
따라서 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㅁ, ㅂ이다.

10 $\triangle CDA$에서 $\angle CDA+\angle x=\angle BCA$이므로
$\angle x=84^\circ-40^\circ=44^\circ$
이때 $\overline{DA}$는 원의 접선이므로
$\angle y=\angle x=44^\circ$
따라서 $\angle x+\angle y=44^\circ+44^\circ=88^\circ$

11 직선 TT′이 원 O의 접선이므로
$\angle ACB=\angle BAT'=65^\circ$
따라서
$\angle AOB=2\angle ACB=2\times 65^\circ=130^\circ$
이때 $\triangle OAB$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$
또 $\angle CBA=\angle CAT=50^\circ$이므로
$\angle x=\angle CBA-\angle OBA$
$=50^\circ-25^\circ=25^\circ$

12 직선 CP가 원의 접선이므로
$\angle BCP=\angle BAC=42^\circ$
$\triangle ACD$가 원에 내접하고, $\angle ACB=\angle BCP$이므로
$\angle ADC=\angle ACP=2\angle BCP$
$=2\times 42^\circ=84^\circ$

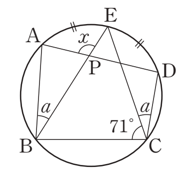
13 $\triangle APB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-38^\circ)$
$=71^\circ$
$\overline{PD}$가 원 O의 접선이므로
$\angle ABC=\angle CAD=70^\circ$
따라서 $\angle x=180^\circ-(71^\circ+70^\circ)=39^\circ$

14 $\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)$
$=72^\circ$
$\overline{BC}$는 원 O의 접선이므로
$\angle FEC=\angle FDE=52^\circ$
따라서 $\angle x=180^\circ-(72^\circ+52^\circ)=56^\circ$

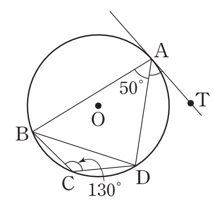
15 $\triangle ADE$에서
$\angle ADP=25^\circ+30^\circ=55^\circ$
$\triangle APD$에서 $\overline{PA}=\overline{PD}$이므로
$\angle PAD=\angle ADP=55^\circ$
따라서 $\angle x=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$
이때 $\overline{PA}$는 원 O의 접선이므로
$\angle y=\angle BAP=55^\circ+25^\circ=80^\circ$
따라서 $\angle x+\angle y=70^\circ+80^\circ=150^\circ$

16 직선 ST는 두 원 O, O′의 공통인 접선이므로
원 O′에서
$\angle BPT=\angle BDP=47^\circ$
따라서 $\angle APS=\angle BPT=47^\circ$ (맞꼭지각)
또 원 O에서
$\angle ACP=\angle APS=47^\circ$
이므로
$\angle AOP=2\angle ACP=2\times 47^\circ=94^\circ$

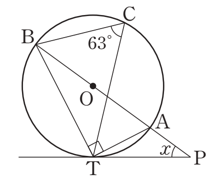
17 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$
$\widehat{AE}=\widehat{DE}$이므로
$\angle ABE=\angle ECD=\angle a$라 하면
$\angle BAD=180^\circ-\angle BCD$
$=180^\circ-(71^\circ+\angle a)$
$=109^\circ-\angle a$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle x=\angle BAP+\angle ABP$
$=(109^\circ-\angle a)+\angle a$
$=109^\circ$



18 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\widehat{AB}:\widehat{AD}=8:5$이므로
$\angle ADB:\angle ABD=8:5$
이때 $\triangle ABD$에서
$\angle ADB+\angle ABD=180^\circ-50^\circ$
$=130^\circ$
이므로
$\angle ABD=130^\circ\times\frac{5}{8+5}$
$=130^\circ\times\frac{5}{13}=50^\circ$
직선 AT가 원 O의 접선이므로
$\angle DAT=\angle ABD=50^\circ$



19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\angle BAT=\angle BCT=63^\circ$
$\triangle ABT$에서
$\angle BTA=90^\circ$
이므로
$\angle ABT=180^\circ-(90^\circ+63^\circ)$
$=27^\circ$
$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로
$\angle ATP=\angle ABT=27^\circ$
따라서 $\triangle ATP$에서
$\angle x=\angle BAT-\angle ATP$
$=63^\circ-27^\circ=36^\circ$



20 $\angle PBD=\angle CPT'=\angle PAC=50^\circ$이므로
$\triangle BDP$에서
$\angle x=120^\circ-50^\circ=70^\circ$
$\triangle ACP$에서
$\angle y=180^\circ-(50^\circ+\angle x)$
$=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)$
$=60^\circ$
따라서 $\angle x-\angle y=70^\circ-60^\circ=10^\circ$

중단원 평가 제2회

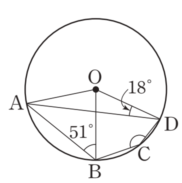
본문 104~107쪽

01 ②	02 ④	03 ①	04 ⑤	05 ①
06 ⑤	07 ③	08 ⑤	09 ②	10 ②
11 ④	12 ②	13 ④	14 ③	15 ①
16 ③	17 36°	18 26°	19 47°	20 70°

01 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle ACD=\angle ABD=55^\circ$
따라서 $\triangle ECD$에서
$\angle AED=55^\circ+46^\circ=101^\circ$

02 $\angle BOD=2\angle BAD=2\times\boxed{63^\circ}=\boxed{126^\circ}$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD+\angle BCD=\boxed{180^\circ}$
따라서 $\angle BCD=180^\circ-63^\circ=\boxed{117^\circ}$
$\square OBCD$에서
$\angle x+117^\circ+\angle y+126^\circ=360^\circ$
이므로
$\angle x+\angle y=360^\circ-243^\circ=\boxed{117^\circ}$
따라서 옳지 않은 것은 (라)이다.

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



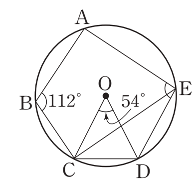
$\triangle OAB$와 $\triangle OAD$는
이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\angle OBA=51^\circ$,
$\angle OAD=\angle ODA=18^\circ$
따라서 $\angle DAB=51^\circ-18^\circ=33^\circ$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle DAB+\angle BCD=180^\circ$
에서
$\angle BCD=180^\circ-\angle DAB$
$=180^\circ-33^\circ=147^\circ$

04 $\triangle APB$에서 $45^\circ+\angle ABP=108^\circ$이므로
$\angle ABP=108^\circ-45^\circ=63^\circ$
따라서 $\angle D=\angle ABP=63^\circ$

05 $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로
$\angle x=180^\circ-2\times 29^\circ=122^\circ$
따라서
$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 122^\circ=61^\circ$
이므로
$\angle ADC=50^\circ+61^\circ=111^\circ$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle y=\angle ADC=111^\circ$
따라서 $\angle x-\angle y=122^\circ-111^\circ=11^\circ$

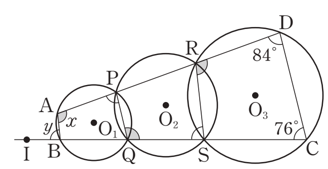
06 $\triangle AED$에서 $\angle FDC=\angle A+58^\circ$이고,
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle DCF=\angle A$
$\triangle DCF$에서
$(\angle A+58^\circ)+\angle A+20^\circ=180^\circ$
이므로
$2\angle A=102^\circ$, $\angle A=51^\circ$
따라서
$\angle x=\angle FDC=51^\circ+58^\circ=109^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\square ABCE$가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$
따라서 $\angle AEC=180^\circ-112^\circ=68^\circ$이고,
$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD$
$=\frac{1}{2}\times 54^\circ=27^\circ$
이므로
$\angle AED=\angle AEC+\angle CED$
$=68^\circ+27^\circ=95^\circ$

08



$\square ABQP$가 원 O_1에 내접하므로
$\angle PAB=\angle PQS$, $\angle ABI=\angle APQ$
$\square PQSR$가 원 O_2에 내접하므로
$\angle PQS=\angle DRS$, $\angle APQ=\angle RSQ$
$\square RSCD$가 원 O_3에 내접하므로
$\angle DRS+\angle DCS=180^\circ$, $\angle RSQ=\angle RDC$
따라서 $\angle DRS=180^\circ-76^\circ=104^\circ$이므로
$\angle x=\angle PAB=\angle DRS=104^\circ$,
$\angle y=\angle ABI=\angle RDC=84^\circ$
에서
$\angle x+\angle y=104^\circ+84^\circ=188^\circ$

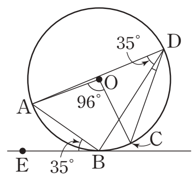
09 ㄱ. $\angle B=180^\circ-(55^\circ+50^\circ)=75^\circ$이므로
$\angle B+\angle D=75^\circ+105^\circ=180^\circ$
ㄴ. $\angle A+\angle C=41^\circ+80^\circ\neq 180^\circ$
ㄷ. $\angle BAC\neq\angle BDC$
ㄹ. $\angle ABC=180^\circ-135^\circ=45^\circ$,
$\angle ADC=180^\circ-45^\circ=135^\circ$이므로
$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$
ㅁ. $\triangle ABE$에서
$\angle ABE=75^\circ-40^\circ=35^\circ$
이므로
$\angle ABD\neq\angle ACD$
따라서 $\square ABCD$가 원에 내접하는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

10 △APT에서
$\angle BAT=40^\circ+37^\circ=77^\circ$
$\overline{PT}$는 원의 접선이므로
$\angle ABT=\angle ATP=37^\circ$
따라서 △ATB에서
$\angle ATB=180^\circ-(77^\circ+37^\circ)$
$=66^\circ$

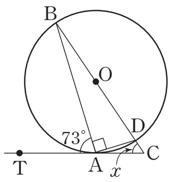
11 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC$
$=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}$
$=5:3:4$
따라서
$\angle ACB=180^\circ\times\dfrac{5}{5+3+4}$
$=180^\circ\times\dfrac{5}{12}=75^\circ$
이고, 직선 AT는 원 O의 접선이므로
$\angle BAT=\angle ACB=75^\circ$

12 $\angle x=\angle BAT'=52^\circ$
$\angle DAB=180^\circ-(48^\circ+52^\circ)$
$=80^\circ$
이고, □ABCD에서
$\angle y+80^\circ=180^\circ$
이므로
$\angle y=100^\circ$
따라서 $\angle y-\angle x=100^\circ-52^\circ=48^\circ$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
직선 BE는 원 O의 접선이므로
$\angle ADB=\angle ABE=35^\circ$
호 AC에 대하여
$\angle ADC=\dfrac{1}{2}\angle AOC$
$=\dfrac{1}{2}\times96^\circ=48^\circ$
따라서
$\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB$
$=48^\circ-35^\circ=13^\circ$



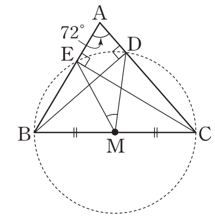
14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DA}$를 그으면
$\angle DAB=90^\circ$이므로
$\angle DAC=180^\circ-(90^\circ+73^\circ)$
$=17^\circ$
$\overline{CT}$가 원 O의 접선이므로
$\angle BDA=\angle BAT=73^\circ$
△DAC에서 $\angle x+17^\circ=73^\circ$이므로
$\angle x=73^\circ-17^\circ=56^\circ$



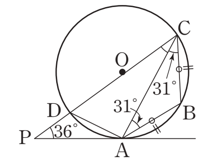
15 $\overline{AC}$가 원 O의 접선이므로
$\angle EFC=\angle EDF=55^\circ$
△ADF에서 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로
$\angle AFD=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$
따라서
$\angle DFE=180^\circ-(68^\circ+55^\circ)=57^\circ$

16 $\angle ABP=180^\circ-112^\circ=68^\circ$이므로
$\angle APT=\angle ABP=68^\circ$
이때 $\angle CPT'=\angle PDC=88^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(68^\circ+88^\circ)=24^\circ$

17 $\angle BEC=\angle BDC=90^\circ$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있고, $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 점 M은 원의 중심이다.
이때
$\angle ABD=180^\circ-(90^\circ+72^\circ)=18^\circ$
이므로
$\angle EMD=2\angle EBD$
$=2\times18^\circ=36^\circ$

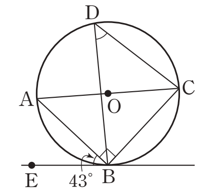


18 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$에서
△ABC는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle BCA=\angle BAC=31^\circ$이므로
$\angle ABC=180^\circ-(31^\circ+31^\circ)$
$=118^\circ$



위의 그림과 같이 $\overline{DA}$를 그으면 □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle CDA+\angle ABC=180^\circ$
에서
$\angle CDA=180^\circ-118^\circ=62^\circ$
△DPA에서 $36^\circ+\angle DAP=62^\circ$이므로
$\angle DAP=62^\circ-36^\circ=26^\circ$
이때 $\overline{PA}$는 원의 접선이므로
$\angle DCA=\angle DAP=26^\circ$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
직선 EB가 원 O의 접선이므로
$\angle ACB=\angle ABE=43^\circ$
△ABC에서 $\angle ABC=90^\circ$이므로
$\angle BAC=180^\circ-(90^\circ+43^\circ)=47^\circ$
호 BC에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle BDC=\angle BAC=47^\circ$



20 직선 PQ는 점 T에서 접하는 두 원 O, O′의 공통인 접선이므로
$\angle BTQ=\angle BAT=65^\circ$,
$\angle CTQ=\angle CDT=45^\circ$
따라서 $\angle x=180^\circ-(65^\circ+45^\circ)=70^\circ$

Ⅶ-(1) 대푯값과 산포도

중단원 평가 제1회

본문 108~111쪽

01 ③	**02** ①	**03** ⑤	**04** ①	**05** ②
06 ⑤	**07** ③	**08** ⑤	**09** ①	**10** ④
11 ②	**12** ④	**13** ②	**14** ③	**15** ⑤
16 ④	**17** $\frac{\sqrt{30}}{5}$점 또는 $\sqrt{1.2}$점	**18** 24		
19 $\frac{8\sqrt{7}}{7}$회	**20** B선수			

01 3개의 수 a, b, c의 평균이 9이므로

$\frac{a+b+c}{3}=9$

에서

$a+b+c=27$

따라서 6개 수의 평균은

$$\frac{5+a+b+13+c+3}{6}=\frac{21+a+b+c}{6}$$
$$=\frac{21+27}{6}=8$$

02 (남학생의 수학 시험 점수의 총합)$=18\times69.5$

$=\boxed{1251}$(점)

이고, 여학생 수를 x명이라 하면

(여학생의 수학 시험 점수의 총합)$=x\times72$

$=\boxed{72x}$(점)

민영이네 반 전체의 수학 시험 점수의 평균이 70.5점이므로

$\frac{1251+\boxed{72x}}{18+x}=\boxed{70.5}$

$1251+72x=1269+70.5x$

$1.5x=18$, $x=\boxed{12}$

따라서 여학생 수는 $\boxed{12}$명이다.

그러므로 옳지 않은 것은 (가)이다.

03 자료의 변량은 모두 24개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 12번째, 13번째에 오는 두 값의 평균이다.

따라서 팔 굽혀 펴기를 한 횟수의 중앙값은

$\frac{19+25}{2}=22$(회)

04 ㄱ. 선수 A의 중앙값은 6이고, 최빈값도 6이므로 서로 같다.

ㄴ. 선수 B의 최빈값은 8로 1개이다.

ㄷ. 선수 C의 중앙값은 5이고, 최빈값은 8이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

05 조건 (가)에서 중앙값이 18이므로 6개의 수를 작은 것부터 크기순으로 나열할 때, 3번째 수와 4번째 수의 평균이 18이어야 한다.

이때 $\frac{17+19}{2}=18$이므로

$a\leq17$

조건 (나)에서 중앙값은 16이므로 7개의 수를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 수가 16이어야 한다.

즉, $a\geq16$

따라서 두 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 자연수 a의 값은 16, 17이므로 합은

$16+17=33$

06 공장에 가장 많이 주문해야 할 신발의 치수는 가장 많이 팔린 신발의 치수이므로 최빈값이 대푯값으로 가장 적절하다.

이때 치수가 260 mm인 신발이 가장 많이 팔렸으므로

최빈값은 260 mm이다.

07 4회에 걸친 사회 시험 점수의 총합은

$4\times92=368$(점)

5회째의 사회 시험 점수를 x점이라 하면

5회까지의 평균이 4회까지의 평균보다 1점이 더 높으므로 5회까지의 사회 시험 점수의 평균은

$92+1=93$(점)

따라서 5회까지의 사회 시험 점수의 평균이 93점이므로

$\frac{368+x}{5}=93$

$368+x=465$, $x=97$

따라서 5회째 사회 시험 점수는 97점이다.

08 편차의 총합은 0이므로

$-3+2+(-1)+a+1=0$

따라서 $a=1$

09 (편차)=(변량)−(평균)에서 (변량)=(평균)+(편차)이므로

$69-4=65$(점)

10 (평균)$=\frac{3+(a+4)+(2a-1)}{3}$

$=\frac{3a+6}{3}=a+2$

이고, 분산은 26이므로

$\frac{(-a+1)^2+2^2+(a-3)^2}{3}=26$

$\frac{2a^2-8a+14}{3}=26$, $a^2-4a-32=0$

$(a+4)(a-8)=0$

이때 $a>0$이므로

$a=8$

11 3개의 변량 a, b, c의 평균이 6이고, 표준편차가 5이므로

$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}=5^2$

따라서 $(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=75$

12 평균이 9이므로 $\frac{a+b+c+d}{4}=9$에서

$a+b+c+d=36$

분산이 3이므로

$\frac{(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2+(d-9)^2}{4}=3$

에서

$(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2+(d-9)^2=12$

따라서 4개의 수 $2a-1$, $2b-1$, $2c-1$, $2d-1$의 평균은

$\frac{(2a-1)+(2b-1)+(2c-1)+(2d-1)}{4}$

$=\frac{2(a+b+c+d)-4}{4}$

$=\frac{2\times36-4}{4}=17$

이므로 분산은

$\frac{(2a-18)^2+(2b-18)^2+(2c-18)^2+(2d-18)^2}{4}$

$=\frac{4\{(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2+(d-9)^2\}}{4}$

$=\frac{4\times12}{4}=12$

따라서 평균은 17, 분산은 12이다.

13 두 반 A, B의 평균이 75점으로 같으므로 두 반 전체의 평균도 75점이다.

따라서

$(\text{분산})=\frac{30\times3^2+20\times2^2}{30+20}=\frac{350}{50}=7$

이므로 두 반 전체의 영어 시험 점수의 표준편차는 $\sqrt{7}$점이다.

14 6개의 수의 평균과 4개의 수의 평균이 5로 같으므로 10개의 수 전체의 평균도 5이다.

따라서 $a=5$

또 10개의 수 전체의 분산은

$\frac{6\times6+4\times8}{6+4}=\frac{68}{10}=6.8$

이므로

$b=6.8$

따라서 $ab=5\times6.8=34$

15 턱걸이 횟수의 격차가 작을수록 표준편차가 작으므로 다섯 학생 중 턱걸이 횟수의 표준편차가 가장 작은 학생은 E이다.

16 $8^2=64$, $(5\sqrt{2})^2=50$, $(6\sqrt{3})^2=108$, $(3\sqrt{5})^2=45$, $(4\sqrt{3})^2=48$

이므로

$3\sqrt{5}<4\sqrt{3}<5\sqrt{2}<8<6\sqrt{3}$

이때 키의 격차가 작을수록 표준편차가 작으므로 키의 격차가 가장 작은 반은 D반이다.

17 현아가 얻은 점수의 평균은

$\frac{6\times1+7\times2+8\times4+9\times2+10\times1}{10}=8$

분산은

$\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$

$=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$

따라서 현아가 얻은 점수의 표준편차는

$\sqrt{\frac{6}{5}}=\frac{\sqrt{30}}{5}$(점) 또는 $\sqrt{1.2}$점

18 4개의 변량 2, 4, a, b의 평균이 4이므로

$\frac{2+4+a+b}{4}=4$

$6+a+b=16$

따라서 $a+b=10$ …… ㉠

또 분산이 2이므로

$\frac{(-2)^2+0^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=2$

$a^2+b^2-8(a+b)=-28$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-8\times10=-28$

따라서 $a^2+b^2=52$ …… ㉡

이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$10^2=52+2ab$, $2ab=48$

따라서 $ab=24$

19 처음 8명의 줄넘기 기록의 편차의 제곱의 총합은

$8\times(2\sqrt{2})^2=64$

기록이 54회인 학생 한 명이 다른 모둠으로 갔을 때, 남은 7명의 평균은 54회로 변하지 않으므로 7명의 편차도 변하지 않는다.

이때 기록이 54회인 학생은 편차가 0회이므로 7명의 편차의 제곱의 총합은 64이다.

따라서 7명의 줄넘기 기록의 분산은 $\frac{64}{7}$이므로 표준편차는

$\sqrt{\frac{64}{7}}=\frac{8\sqrt{7}}{7}$(회)

20 A선수와 B선수의 기록의 평균은 $\frac{80}{10}=8$(점)으로 같으므로 첫 번째 기준으로는 학교 대표 선수를 선발할 수 없다.

두 번째 기준으로 선발하기 위하여 두 선수의 분산을 구해 보자.

A선수의 분산은

$\frac{(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2+(-2)^2+2^2+1^2+2^2+(-2)^2}{10}$

$=\frac{20}{10}=2$

B선수의 분산은

$\frac{1^2+1^2+(-1)^2+(-1)^2+0^2+2^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2}{10}$

$=\frac{14}{10}=1.4$

이때 B선수의 분산이 A선수의 분산보다 작으므로 B선수의 점수의 기록이 더 적다.

따라서 학교 대표 선수로 선발될 선수는 B이다.

중단원 평가 제2회

본문 112~115쪽

01 ①	02 ③	03 ②	04 ④	05 ⑤
06 ①	07 ②	08 ①	09 ④	10 ④
11 ③	12 ⑤	13 ③	14 ②, ⑤	15 ⑤
16 ②	17 70.3 kg	18 5.2	19 -7	
20 $\frac{\sqrt{14}}{2}$ 또는 $\sqrt{3.5}$				

01 (평균)

$=\frac{6+8+9+11+12+15+17+19+20+23}{10}$

$=\frac{140}{10}$

$=14$(개)

02 (A 반의 국어 시험 점수의 총합)

$=25\times75=1875$(점)

(B 반의 국어 시험 점수의 총합)

$=30\times64=1920$(점)

따라서 두 반 전체의 국어 시험 점수의 평균은

$\frac{1875+1920}{25+30}=\frac{3795}{55}=69$(점)

03 학생 5명의 키의 중앙값은 3번째 학생의 키이므로 3번째 학생의 키는 167 cm이다.

이때 키가 169 cm인 학생을 추가하면 6명 학생의 키의 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 키의 평균이므로

$\frac{167+169}{2}=168$(cm)

04 두 학생이 모두 총 10회씩 시험을 보았으므로

$1+1+4+a+2=10$에서

$a=2$

$2+1+2+2+b=10$에서

$b=3$

따라서 영미의 최빈값은 8개, 수호의 최빈값은 10개이므로

$x+y=8+10=18$

05 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 6, 11, 13, 15, 17

x를 포함하였을 때, 중앙값이 11이므로 x의 값은 11보다 작거나 같아야 한다.

이때 x는 음이 아닌 정수이므로 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 값은 0이고, 가장 큰 수는 11이다.

따라서 구하는 차는

$11-0=11$

06 B 가게의 경우 470개는 다른 자료의 값과 비교하여 극단적인 값이므로 대푯값으로 평균보다 중앙값이 더 적절하다.

이때 B 가게의 판매량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

70, 80, 85, 90, 470

에서 중앙값은 85이므로 적절한 대푯값은 85개이다.

07 편차의 총합은 0이므로

$-4+x+2+(-1)+5+6+(-3)+(-2)=0$

이므로

$x=-3$

08 편차의 총합은 0이므로

$6+(-3)+(-2)+8+x+(-4)=0$

에서

$x=-5$

따라서 석찬이의 5회의 윗몸 일으키기 기록은

$-5+25=20$(개)

09 주어진 자료의 평균이 10이므로

$\frac{12+11+a+7+9}{\boxed{5}}=10$

$39+a=\boxed{50}$, $a=\boxed{11}$

따라서 분산은

$\frac{2^2+1^2+1^2+(\boxed{-3})^2+(-1)^2}{5}=\frac{16}{5}=\boxed{3.2}$

따라서 옳지 않은 것은 (라)이다.

10 x, 13, 12, y, 9의 평균이 10이므로

$\frac{x+13+12+y+9}{5}=10$

에서

$x+y+34=50$

따라서 $x+y=16$ ...... ㉠

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로

$\frac{(x-10)^2+(13-10)^2+(12-10)^2+(y-10)^2+(9-10)^2}{5}$

$=(\sqrt{6})^2$

에서

$(x-10)^2+9+4+(y-10)^2+1^2=30$

$x^2+y^2-20(x+y)=-184$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-20\times16=-184$

따라서 $x^2+y^2=136$

11 5개의 수 a, b, c, d, e의 평균이 6이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=6$

에서

$a+b+c+d+e=30$ ...... ㉠

분산이 5이므로

$\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2}{5}=5$에서

$(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2=25$ …… ㉡

㉠, ㉡을 이용하여 5개의 수 $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$, $2e+3$의 평균과 분산을 구하면

(평균)

$=\dfrac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)+(2e+3)}{5}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d+e)+15}{5}$

$=\dfrac{2\times30+15}{5}=15$

이므로

(분산)

$=\dfrac{(2a-12)^2+(2b-12)^2+(2c-12)^2+(2d-12)^2+(2e-12)^2}{5}$

$=\dfrac{4\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2\}}{5}$

$=\dfrac{4\times25}{5}=20$

따라서 평균은 15, 분산은 20이다.

12 처음 5명의 수학 시험 점수의 편차의 제곱의 총합은

$5\times5^2=125$

수학 시험 점수가 75점인 학생 한 명이 다른 모둠으로 갔을 때, 남은 4명의 평균은 75점으로 변하지 않으므로 4명의 편차도 변하지 않는다.

이때 수학 시험 점수가 75점인 학생은 편차가 0점이므로 4명의 편차의 제곱의 총합은 125이다.

따라서 나머지 4명의 수학 시험 점수의 분산은 $\dfrac{125}{4}$이므로 표준편차는

$\sqrt{\dfrac{125}{4}}=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$(점)

13 이 반 학생 전체의 평균은 남학생과 여학생 각각의 평균과 같으므로

(분산)$=\dfrac{20\times2+10\times3}{20+10}$

$=\dfrac{70}{30}=\dfrac{7}{3}$

14 ① 대푯값은 변량을 대표하는 값이므로 변량의 흩어진 정도는 알 수 없다.

② (편차)=(변량)−(평균)이므로 편차의 절댓값이 작은 변량일수록 평균에 가깝다.

③ 평균보다 큰 변량의 편차는 양수이다.

④ 변량이 모두 같은 경우에 분산은 0이므로 분산은 음이 아닌 수이다.

⑤ 표준편차는 분산의 양의 제곱근이므로 분산이 커지면 표준편차도 커진다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

15 점수의 변동이 가장 작은 용준이의 표준편차가 가장 작다.

16 ㄱ, ㄷ. 각 반의 평균과 표준편차만으로는 알 수 없다.

ㄴ. 3반의 표준편차가 가장 크므로 3반 학생들의 영어 성적이 1반과 2반 학생들의 영어 성적보다 넓게 퍼져 있다.

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

17 (50명의 몸무게의 총합)

$=50\times55=2750$(kg)

신입 회원의 몸무게를 x kg이라 하면 51명 몸무게의 평균이 55.3 kg이므로

$\dfrac{2750+x}{51}=55.3$

$2750+x=2820.3$

$x=70.3$

따라서 신입 회원의 몸무게는 70.3 kg이다.

18 민지의 역사 시험 점수를 x점이라 하고, 각 학생의 역사 점수를 표로 나타내면 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
점수(점)	$x-4$	$x+3$	$x-1$	$x-1$	$x-2$

따라서 5명의 역사 시험 점수의 평균은

$\dfrac{(x-4)+(x+3)+(x-1)+(x-1)+(x-2)}{5}$

$=\dfrac{5x-5}{5}$

$=x-1$(점)

이므로 각 학생의 역사 시험 점수의 편차를 표로 나타내면 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	−3	4	0	0	−1

따라서 5명의 역사 시험 점수의 분산은

$\dfrac{(-3)^2+4^2+0^2+0^2+(-1)^2}{5}$

$=\dfrac{26}{5}=5.2$

19 편차의 총합은 0이므로

$5+a+b+(-3)+(-1)=0$

에서

$a+b=-1$ …… ㉠

또 분산이 10이므로

$\dfrac{5^2+a^2+b^2+(-3)^2+(-1)^2}{5}=10$

$a^2+b^2+35=50$

따라서 $a^2+b^2=15$ …… ㉡

이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$(-1)^2=15+2ab$

$2ab=-14$

따라서 $ab=-7$

내신콘서트 중3 기말 해설 육.indd 59 2022. 6. 22. 오후 4:37

20 a, b의 평균이 6이므로

$\dfrac{a+b}{2}=6$

에서

$a+b=12$ ······ ㉠

a, b의 분산이 2이므로

$\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2}{2}=2$

에서

$a^2+b^2-12(a+b)=-68$

이 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-12\times12=-68$

에서

$a^2+b^2=76$ ······ ㉡

또 c, d의 평균이 4이므로

$\dfrac{c+d}{2}=4$

에서

$c+d=8$ ······ ㉢

c, d의 분산이 3이므로

$\dfrac{(c-4)^2+(d-4)^2}{2}=3$

에서

$c^2+d^2-8(c+d)=-26$

이 식에 ㉢을 대입하면

$c^2+d^2-8\times8=-26$

따라서 $c^2+d^2=38$ ······ ㉣

㉠, ㉢에서

$a+b+c+d=12+8=20$

이고, ㉡, ㉣에서

$a^2+b^2+c^2+d^2=76+38=114$

이므로 네 수 a, b, c, d의 평균과 분산은

(평균)$=\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{20}{4}=5$,

$$(\text{분산})=\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}$$
$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+100}{4}$$
$$=\frac{114-10\times20+100}{4}$$
$$=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$$

따라서 네 수 a, b, c, d의 표준편차는

$\sqrt{\dfrac{7}{2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ 또는 $\sqrt{3.5}$

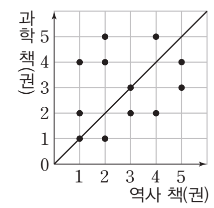
Ⅶ-(2) 상관관계

중단원 평가 제1회

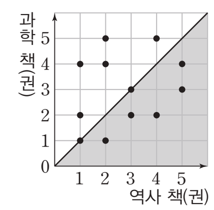
본문 116~119쪽

01 ②	02 ④	03 ④	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ③	08 ③	09 ④	10 ①
11 ⑤	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ④
16 ②	17 8	18 6	19 9시간	20 50 %

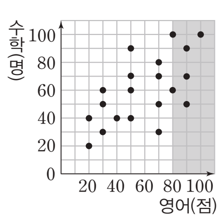
01 읽은 역사 책의 수와 과학 책의 수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 2이다.



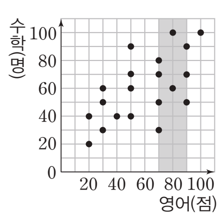
02 읽은 역사 책의 수가 과학 책의 수보다 많은 학생은 오른쪽 산점도에서 경계선을 제외한 어두운 부분에 속하므로 5명이다.
따라서 읽은 역사 책의 수가 과학 책의 수보다 많은 학생의 비율은 $\dfrac{5}{12}$이다.



03 ① 영어 점수가 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6이다.

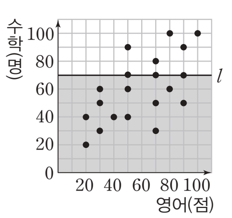


② 영어 점수가 70점 이상 90점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 9이다.

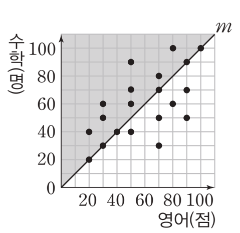


③ 수학 점수가 70점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로

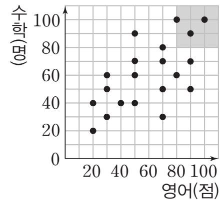
$1+2+3+3+3=12$



④ 수학 점수가 영어 점수보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 m을 제외하고 어두운 부분에 속하는 점의 개수 같으므로 8이다.

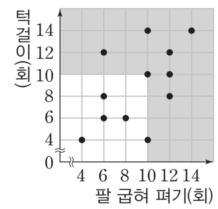


⑤ 영어 점수와 수학 점수가 모두 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 3이다.



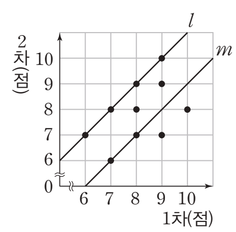
따라서 옳은 것은 ④이다.

04 팔 굽혀 펴기와 턱걸이 중 적어도 한 가지를 10회 이상 한 회원 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 8이다.

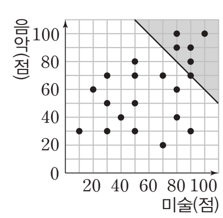


05 모든 양궁 선수의 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로
$1+2+3+3+1=10$

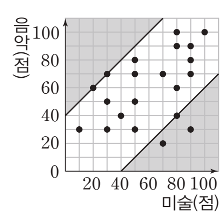
06 1차와 2차에서 활쏘기를 한 점수의 차가 1점인 선수의 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 l, m 위의 점의 개수와 같으므로
$4+2=6$
따라서 $\frac{6}{10}\times100=60(\%)$



07 미술 점수와 음악 점수의 평균이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6이다.



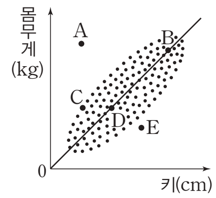
08 미술 점수와 음악 점수의 차가 40점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로
$2+3=5$



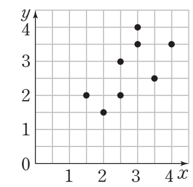
09 주어진 산점도는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 커지므로 양의 상관관계를 나타낸다.
ㄱ, ㄷ. 음의 상관관계
ㄴ, ㅁ. 양의 상관관계
ㄹ. 상관관계가 없다.
따라서 같은 산점도를 나타내는 것은 ㄴ, ㅁ이다.

10 ① 음의 상관관계
②, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계
따라서 두 변량 사이의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

11 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선 아래쪽에 있는 점에 해당하는 학생 중 E가 몸무게가 작으면서 키가 크므로 몸무게에 비해 키가 큰 학생은 E이다.



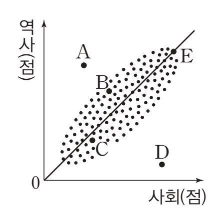
12 주어진 자료로 산점도를 그리면 오른쪽과 같다.
따라서 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 대체로 증가하는 경향이 있으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
그러므로 같은 상관관계를 나타내는 산점도는 ①이다.



13 ① 양의 상관관계를 나타내는 것은 (나)이다.
② 상관관계가 없는 것은 (가), (다), (마)이다.
③ (라)가 (바)보다 한 직선에 가까이 모여 있으므로 (라)는 (바)보다 강한 음의 상관관계를 나타낸다.
④ (나)는 양의 상관관계를 나타내고, 산의 높이와 산소의 농도 사이에는 음의 상관관계가 있다.
⑤ (라)는 음의 상관관계를 나타내고, 자동차의 속력과 목적지까지의 이동 시간 사이도 음의 상관관계를 나타내므로 같은 상관관계를 나타낸다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

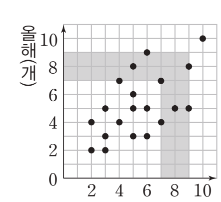
14 A, B, C, D, E 5명의 학생 중 사회 점수도 높고, 역사 점수도 높은 학생은 E이다.

15 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선으로부터 멀리 떨어질수록 두 과목의 점수의 차가 크다.
따라서 두 과목의 점수의 차가 가장 큰 학생은 D이다.



16 ② C는 도서관 방문 횟수에 비해 책을 적게 읽는다.
⑤ 도서관 방문 횟수와 읽은 책의 수는 양의 상관관계에 있으므로 도서관 방문 횟수가 많을수록 책도 많이 읽는 편이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

17 작년과 올해 중 적어도 한 해에 안타를 친 횟수가 7번 이상 9번 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 8이다.



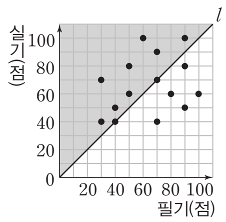
18 필기 점수와 실기 점수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 같으므로

$a=2$

또 실기 점수가 필기 점수보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로

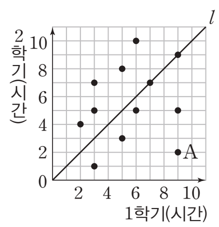
$b=8$

따라서 $b-a=8-2=6$



19 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에서 멀리 떨어질수록 1학기와 2학기 동안 봉사활동을 한 시간의 차가 크므로 점 A가 나타내는 학생의 봉사활동 시간의 차가 가장 크다.

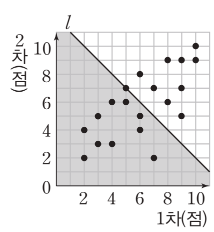
따라서 이 학생이 1학기 동안 봉사활동을 한 시간은 9시간이다.



20 예선 1차와 2차의 점수의 평균이 6점 미만이려면 두 점수의 합이 12점 미만이어야 한다.

오른쪽 산점도에서 예선 1차와 2차의 점수의 합이 12점 미만인 참가자의 수는 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 10이다.

따라서 $\frac{10}{20}\times 100=50(\%)$



중단원 평가 제2회

본문 120~123쪽

01 ③	**02** ③	**03** ④	**04** ②	**05** ①
06 ④	**07** ⑤	**08** ②, ⑤	**09** ④	**10** ②
11 ④	**12** ②	**13** ③	**14** ③	**15** ③, ⑤
16 ①	**17** 6	**18** 20 %	**19** 170점	**20** 5점

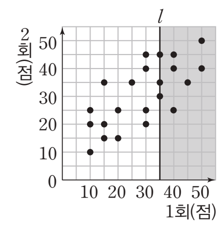
01 수학 점수가 가장 낮은 학생의 수학 점수는 20점이고, 이 학생의 과학 점수는 40점이다.

02 과학 점수가 두 번째로 높은 학생의 과학 점수는 90점이고, 이 학생의 수학 점수는 80점이다.

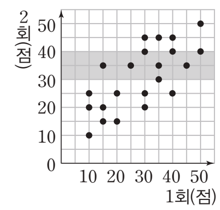
03 과학 점수가 60점인 학생은 4명이고, 이 4명의 수학 점수는 30점, 50점, 70점, 80점이므로

$(\text{평균})=\frac{30+50+70+80}{4}=\frac{230}{4}=57.5(\text{점})$

04 1회의 점수가 35점 초과인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l보다 오른쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6이다.

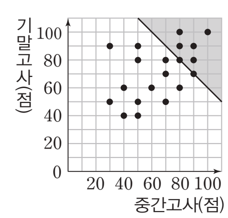


05 2회의 점수가 30점 이상 40점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 8이다.



06 중간고사와 기말고사의 국어 점수의 합이 160점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 7이다.

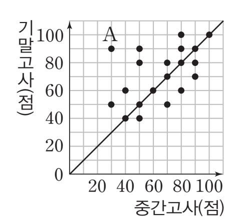
따라서 $\frac{7}{20}\times 100=35(\%)$



07 오른쪽 산점도에서 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 중간고사와 기말고사의 국어 점수의 차가 크므로 이 차가 가장 큰 학생은 점 A가 나타내는 학생이다.

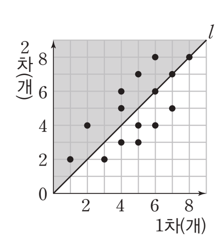
이때 중간고사의 국어 점수는 30점, 기말고사의 국어 점수가 90점이므로 두 점수의 차는

$90-30=60(\text{점})$



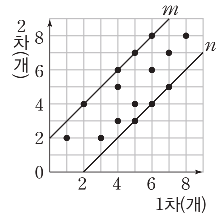
08 ① 선준이네 반 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 15이다.

② 1차보다 2차에 제기를 더 많이 찬 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6이다.

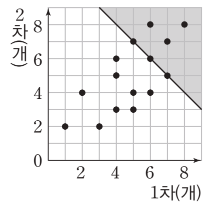


③ 1차와 2차에 제기를 찬 개수의 차가 2인 학생은 오른쪽 산점도에서 두 직선 m, n 위의 점의 개수의 합과 같으므로

$4+3=7$

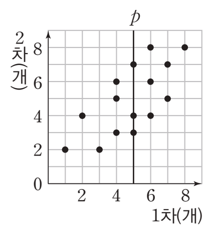


④ 1차와 2차에 제기를 찬 개수의 합이 12개 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6이다.



따라서 $\frac{6}{15}\times 100=40(\%)$

⑤ 1차에 제기를 5개 찬 학생은 오른쪽 산점도에서 직선 p 위에 있는 점에 해당하고, 이 중에서 2차에 제기를 가장 많이 찬 학생의 횟수는 7이다.



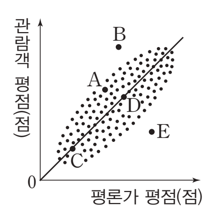
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

09 주어진 산점도는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 작아지므로 음의 상관관계를 나타낸다.
ㄱ, ㄹ. 양의 상관관계
ㄴ. 상관관계가 없다.
ㄷ, ㅁ. 음의 상관관계
따라서 같은 산점도를 나타내는 것은 ㄷ, ㅁ이다.

10 에어컨의 사용 시간이 늘어날수록 전기 요금이 많아지므로 양의 상관관계가 있다.
따라서 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 ②이다.

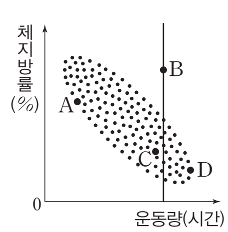
11 ② x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 커지므로 양의 상관관계를 나타낸다.
④ 나이가 들수록 기초 대사량이 작아지므로 나이와 기초 대사량 사이에는 음의 상관관계가 있다.
⑤ 예금액이 많아지면 이자도 많아지므로 예금액과 이자 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선 위쪽에 있는 점에 해당하는 영화 중 B가 평론가 평점에 비해 관람객 평점이 가장 높다.



13 A, B, C, D, E 5편의 영화 중 평론가 평점도 낮고, 관람객 평점도 낮은 영화는 C이다.

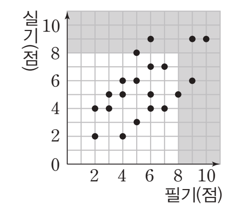
14 오른쪽 산점도에서 B와 C는 선을 기준으로 가까이 있으므로 운동량이 비슷하다고 할 수 있다.



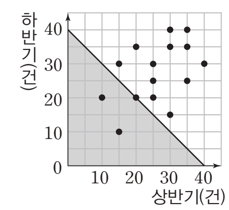
15 ① A, B, C, D 중 운동량이 가장 많은 학생은 D이다.
② 운동량에 비해 체지방률이 높은 학생은 B이다.
③, ④ 운동량과 체지방률 사이에는 음의 상관관계가 있다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

16 A보다 수면 시간이 적은 학생은 2명이므로 전체의
$\frac{2}{10}\times 100=20(\%)$

17 필기 점수와 실기 점수 중 하나라도 8점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6이다.
따라서 선발되는 학생 수는 6이다.



18 상반기의 보험 판매 건수와 하반기의 보험 판매 건수의 합이 40 이하인 직원의 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 3이다.
따라서 $\frac{3}{15}\times 100=20(\%)$



19 상위 16 % 이내에 드는 학생 수는
$25\times\frac{16}{100}=4$
이때 수학 점수와 영어 점수의 합이 4번째로 높은 학생의 수학 점수는 90점이고, 영어 점수는 80점이므로 점수의 합은
$90+80=170$(점)
따라서 상장을 받는 학생의 두 과목 점수의 합은 최소 170점이어야 한다.

20 A, B, C, D, E 5명의 학생 중 읽은 책의 수도 적고 국어 성적도 낮은 학생은 B이고, 읽은 책의 수에 비하여 국어 성적이 낮은 학생은 E이다.
이때 B의 국어 점수는 65점, E의 국어 점수는 70점이므로 그 차는
$70-65=5$(점)

Ⅵ-(3) 원주각의 활용 ~ Ⅶ-(2) 상관관계

실전 모의고사 〈기본〉 제1회

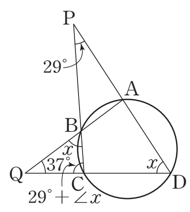
본문 126~131쪽

01 ⑤	02 ③	03 ①	04 ①	05 ⑤
06 ②	07 ④	08 ①	09 ④	10 ②
11 ③	12 ①	13 ⑤	14 ③	15 ③
16 ④	17 ②	18 ③	19 ④	20 ③, ⑤
21 15°	22 91°	23 60°	24 4점	25 130

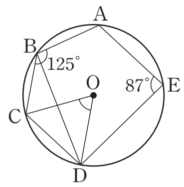
01 ①, ②, ④ $\angle BAC \neq \angle BDC$
③ $\angle ACP = 65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$이므로
$\angle ADB \neq \angle ACB$
⑤ $\angle BDC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$이므로
$\angle BAC = \angle BDC$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ⑤이다.

02 □BCDE가 원 O에 내접하므로
$\angle EBC + \angle CDE = 180^\circ$
에서
$83^\circ + (25^\circ + \angle ADC) = 180^\circ$
따라서 $\angle ADC = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$
이때 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle x = \angle ADC = 72^\circ$

03 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle QBC = \angle ADC = \angle x$
△PCD에서
$\angle PCQ = 29^\circ + \angle x$
△BQC에서
$37^\circ + (29^\circ + \angle x) + \angle x = 180^\circ$
이므로
$2\angle x = 114^\circ$
따라서 $\angle x = 57^\circ$



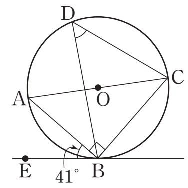
04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
□ABDE가 원 O에 내접하므로
$\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$
에서
$\angle ABD = 180^\circ - 87^\circ = 93^\circ$
따라서 $\angle CBD = 125^\circ - 93^\circ = 32^\circ$이므로
$\angle COD = 2\angle CBD$
$= 2 \times 32^\circ$
$= 64^\circ$



05 직선 TA가 원 O의 접선이므로
$\angle ABC = \angle CAT = 64^\circ$
이때 △ABC는 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$
따라서 $\angle x = \angle ACB = 58^\circ$

06 직선 CP가 원의 접선이므로
$\angle BCP = \angle BAC = 37^\circ$
이때 △ACD가 원에 내접하므로
$\angle ADC = \angle ACP$
$= 2\angle BCP$
$= 2 \times 37^\circ = 74^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
직선 EB가 원 O의 접선이므로
$\angle ACB = \angle ABE = 41^\circ$
이때 △ABC에서 $\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ABC = 90^\circ$
따라서 $\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 41^\circ) = 49^\circ$
호 BC에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle BDC = \angle BAC = 49^\circ$



08 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여
$\angle DEC = \angle DFE = 53^\circ$
이때 △EDC는 $\overline{CE} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DEC = \angle EDC = 53^\circ$
따라서 $\angle ECD = 180^\circ - (53^\circ + 53^\circ) = 74^\circ$
△ABC에서
$\angle ABC = 180^\circ - (59^\circ + 74^\circ) = 47^\circ$

09 각 모둠의 평균을 구하면
(A 모둠)$= \dfrac{75+84+91+82+63}{5}$
$= 79$(점)
(B 모둠)$= \dfrac{76+100+61+83}{4}$
$= 80$(점)
(C 모둠)$= \dfrac{47+94+52+100+97}{5}$
$= 78$(점)
(D 모둠)$= \dfrac{88+69+75+96}{4}$
$= 82$(점)
(E 모둠)$= \dfrac{75+100+70+75}{4}$
$= 80$(점)
따라서 수학 시험 점수의 평균이 가장 높은 모둠은 D 모둠이다.

10 자료의 변량은 모두 27개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기 순으로 나열할 때 14번째에 오는 값이다.
따라서 구하는 중앙값은 22살이다.

11 ㄱ. 자료 1, 3, 5, 10의 중앙값은 $\frac{3+5}{2}=4$이므로 이 값은 자료에 있는 값이 아니다.
ㄴ. 최빈값은 자료에 따라 2개 이상일 수도 있다.
따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

12 주어진 자료의 평균이 65분이므로
$\frac{60+80+x+45+95+70+20}{7}=65$
$370+x=455$
따라서 $x=85$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
20, 45, 60, 70, 80, 85, 95
이므로 중앙값은 70분이다.
따라서 $x-y=85-70=15$

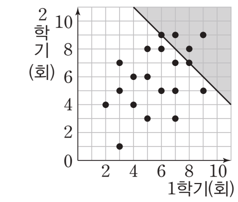
13 편차의 총합은 0이므로
$-3+2+a+(-1)+b=0$
따라서 $a+b=2$

14 a, b, c의 평균이 12이므로
$\frac{a+b+c}{3}=12$
에서
$a+b+c=36$ …… ㉠
또 표준편차가 4, 즉 분산이 16이므로
$\frac{(a-12)^2+(b-12)^2+(c-12)^2}{3}=16$ …… ㉡
㉠을 이용하여 3개의 변량 $3a$, $3b$, $3c$의 평균 m을 구하면
$m=\frac{3a+3b+3c}{3}=a+b+c=36$
㉡을 이용하여 분산을 구하면
$\frac{(3a-36)^2+(3b-36)^2+(3c-36)^2}{3}$
$=\frac{9\{(a-12)^2+(b-12)^2+(c-12)^2\}}{3}$
$=9\times16=144$
즉, $n^2=144$이므로
$n=\sqrt{144}=12$
따라서 $m-n=36-12=24$

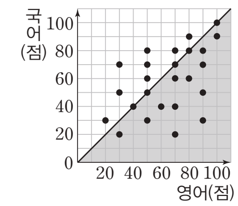
15 남학생과 여학생의 역사 시험 점수의 평균이 같으므로
$(\text{분산})=\frac{20\times5^2+20\times3^2}{20+20}=\frac{680}{40}=17$
따라서 표준편차는 $\sqrt{17}$점이다.

16 A의 기록의 평균은 5, B의 기록의 평균은 9, C의 기록의 평균은 4이다.
이때 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 A, C의 표준편차는 같고, B의 표준편차는 A, C의 표준편차보다 작다.
따라서 $b<a=c$

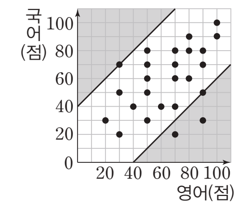
17 1학기, 2학기에 도서관을 방문한 횟수의 합이 15회 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 5이다.



18 영어 시험 점수가 국어 시험 점수보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 직선을 제외하고 직선보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 12이다.

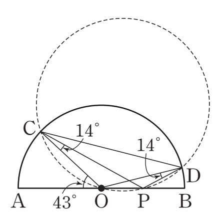


19 영어 시험 점수와 국어 시험 점수의 차가 40점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 4이다.



20 ③ D는 C보다 학습 시간이 적다.
⑤ A, B, C, D, E 다섯 학생 중 학습 시간에 비해 성적이 가장 높은 학생은 A이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

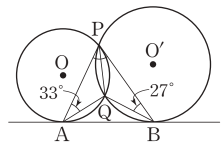
21 $\angle OCP=\angle ODP=14^\circ$이므로
네 점 C, O, P, D는 한 원 위에 있다. …………………… [1점]



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면
$\triangle COP$에서
$\angle CPO=43^\circ-14^\circ=29^\circ$
$\triangle COD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로
$\angle DCO=\angle CDO=\angle CPO=29^\circ$
따라서
$\angle DCP=\angle DCO-\angle PCO$
$=29^\circ-14^\circ$
$=15^\circ$ …………………… [2점]
이때 $\overset{\frown}{DP}$에 대하여
$\angle DOB=\angle DOP=\angle DCP=15^\circ$ …………………… [2점]

22 $\triangle APB$에서
$\angle ABP=180^\circ-(75^\circ+25^\circ)=80^\circ$ …………………… [1점]
이때 $\angle ADC=33^\circ+47^\circ=80^\circ$이므로
$\angle ABP=\angle ADC$
즉, $\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle BAC=\angle BDC=47^\circ$ …………………… [2점]
이때 평각의 크기는 180°이므로
$\angle DAC=180^\circ-(75^\circ+47^\circ)=58^\circ$ …………………… [1점]
따라서 $\triangle AED$에서
$\angle DEC=33^\circ+58^\circ=91^\circ$ …………………… [1점]

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



$\angle APQ = \angle QAB$,
$\angle BPQ = \angle QBA$ ······················· [3점]

$\triangle ABP$에서
$\angle APB + (33^\circ + \angle QAB) + (\angle QBA + 27^\circ) = 180^\circ$
$\angle APB + (\angle APQ + \angle BPQ) + 60^\circ = 180^\circ$
$\angle APB + \angle APB = 120^\circ$
$2\angle APB = 120^\circ$
따라서 $\angle APB = 60^\circ$ ······················· [3점]

24 솔희의 수학 점수를 x점이라 하고, 각 학생의 수학 점수를 표로 나타내면 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
점수(점)	$x-1$	$x-5$	$x+3$	$x+7$	$x+1$

따라서 5명의 수학 점수의 평균은

$$\frac{(x-1)+(x-5)+(x+3)+(x+7)+(x+1)}{5}$$
$$=\frac{5x+5}{5}$$
$=x+1$(점) ······················· [2점]

이므로 각 학생의 수학 점수의 편차를 표로 나타내면 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-2	-6	2	6	0

······················· [2점]

따라서 5명의 수학 점수의 분산은

$$\frac{(-2)^2+(-6)^2+2^2+6^2+0^2}{5}$$
$$=\frac{80}{5}=16$$
이므로 표준편차는
$\sqrt{16}=4$(점)
이다. ······················· [3점]

25 세 수 a, b, c의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=6$$
에서
$a+b+c=18$ ······ ㉠ ······················· [2점]
이때 표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}=9$$
$(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=27$
$a^2+b^2+c^2-12(a+b+c)+108=27$
위의 식에 ㉠을 대입하면
$a^2+b^2+c^2-12\times18+108=27$
$a^2+b^2+c^2=135$ ······················· [3점]
따라서 $a^2+b^2+c^2-5=135-5=130$ ······················· [1점]

실전 모의고사 〈기본〉 제2회

본문 132~137쪽

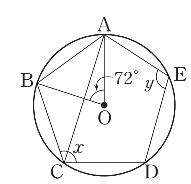
01 ①	**02** ②	**03** ⑤	**04** ②	**05** ②
06 ⑤	**07** ③	**08** ①	**09** ④	**10** ②
11 ③, ⑤	**12** ④	**13** ③	**14** ①	**15** ③
16 ④	**17** ①, ⑤	**18** ③	**19** ④	**20** ③
21 57°	**22** 149°	**23** 1점	**24** $\sqrt{6}$	**25** 53

01 $\triangle PAC$에서
$\angle PCA = 180^\circ - (35^\circ + 123^\circ) = 22^\circ$
이때 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle x = \angle ACD = 22^\circ$

02 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x + \angle ADC = 180^\circ$
에서
$\angle x = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$
$\overset{\frown}{DE}$에 대하여
$\angle ECD = \angle EAD = 25^\circ$
이므로 $\triangle FCD$에서
$\angle y = 25^\circ + 82^\circ = 107^\circ$
따라서 $\angle y - \angle x = 107^\circ - 98^\circ = 9^\circ$

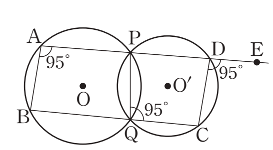
03 $\triangle BPD$에서
$\angle BDP = 180^\circ - (28^\circ + 78^\circ) = 74^\circ$
□ACDB가 원에 내접하므로
$\angle PAC = \angle BDC = 74^\circ$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$$\angle BCA = \frac{1}{2}\angle AOB$$
$$= \frac{1}{2}\times 72^\circ = 36^\circ$$
이때 □ACDE가 원 O에 내접하므로
$\angle ACD + \angle AED = 180^\circ$
에서
$\angle y = 180^\circ - \angle ACD$
따라서
$\angle x + \angle y = (\angle BCA + \angle ACD) + (180^\circ - \angle ACD)$
$= 36^\circ + 180^\circ$
$= 216^\circ$

05 ㄴ. 오른쪽 그림에서



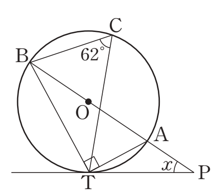
$\angle BAP = \angle PQC$
$= \angle CDE$
$= 95^\circ$
즉, 동위각의 크기가 같으므로
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

ㄹ. ㄴ의 그림에서
$\angle BQP = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$
ㅁ. ㄴ의 그림에서
$\angle PDC = 180^\circ - \angle CDE = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅁ이다.

06 ① $\triangle ABD$에서 $\angle BAD = 180^\circ - 40^\circ - 20^\circ = 120^\circ$이므로
$\angle BAD + \angle BCD \neq 180^\circ$
② $\angle BAC \neq \angle BDC$
③ $\triangle ABC$에서 $\angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$이므로
$\angle BAC \neq \angle BDC$
④ $\angle BCD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$이므로
$\angle BAD + \angle BCD \neq 180^\circ$
⑤ $\angle BAC = \angle BDC$
따라서 $\square ABCD$가 원에 내접하는 것은 ⑤이다.

07 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$
$= 3 : 2 : 4$
따라서 $\angle ABC = \dfrac{4}{3+2+4} \times 180^\circ = 80^\circ$이고,
직선 CT는 원 O의 접선이므로
$\angle ACT = \angle ABC = 80^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면



$\angle BAT = \angle BCT = 62^\circ$
$\triangle ABT$에서 $\angle BTA = 90^\circ$이므로
$\angle ABT = 180^\circ - (90^\circ + 62^\circ) = 28^\circ$
직선 PT가 원 O의 접선이므로
$\angle ATP = \angle ABT = 28^\circ$
따라서 $\triangle ATP$에서
$\angle x = \angle BAT - \angle ATP$
$= 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$

09 $\angle DCT = \angle PTD = \angle BTQ = \angle BAT = 30^\circ$이므로
$\triangle DTC$에서
$\angle DTC = 180^\circ - (30^\circ + 55^\circ) = 95^\circ$

10 $\dfrac{3+2+1+2+0+2+4}{7} = \dfrac{14}{7} = 2$(시간)

11 ① $\dfrac{5+6+3+4+3+2+3+5+40+6}{10}$
$= \dfrac{77}{10} = 7.7$(시간)
②, ④ 자료를 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 40
이므로 중앙값은 다섯 번째와 여섯 번째의 평균인
$\dfrac{4+5}{2} = 4.5$(시간)
③ 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균보다는 중앙값이 대푯값으로 적절하다.
⑤ 중앙값을 구할 때는 자료의 변량을 작은 값부터 크기 순으로 나열하거나 큰 값부터 나열하여 구한다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

12 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값은 12번째와 13번째 오는 두 값의 평균이므로
$\dfrac{78+80}{2} = 79$(점)
즉, $a = 79$
또 최빈값은 76점이므로
$b = 76$
따라서 $a + b = 79 + 76 = 155$

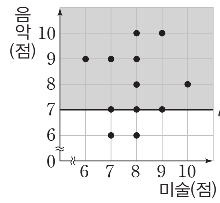
13 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 5, 6, 8, 8, 9, 9, 10, 11
x를 포함하였을 때, 중앙값이 8권이므로 x의 값은 8보다 작거나 같아야 한다.
이때 x는 음이 아닌 정수이므로 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 값은 0이고, 가장 큰 값은 8이다.
따라서 구하는 합은
$0 + 8 = 8$

14 C 학생이 1년 동안 영화를 본 횟수의 편차를 x회라 하면
편차의 총합은 0이므로
$4 + (-2) + x + 1 + 0 = 0$
에서
$x = -3$
따라서 C 학생이 1년 동안 영화를 본 횟수는
$-3 + 4 = 1$(회)

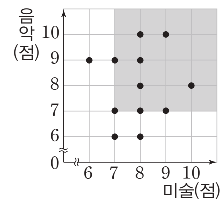
15 5개의 변량 7, 13, a, 11, b의 평균이 10이므로
$\dfrac{7+13+a+11+b}{5} = 10$
$a + b + 31 = 50$
따라서 $a + b = 19$ $\cdots\cdots$ ㉠
또 분산이 4이므로
$\dfrac{(-3)^2 + 3^2 + (a-10)^2 + 1^2 + (b-10)^2}{5} = 4$
$a^2 + b^2 - 20(a+b) + 219 = 20$
위의 식에 ㉠을 대입하면
$a^2 + b^2 - 20 \times 19 + 219 = 20$
따라서 $a^2 + b^2 = 181$ $\cdots\cdots$ ㉡
이때 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면
$19^2 = 181 + 2ab$
$2ab = 180$
따라서 $ab = 90$

16 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ④이다.

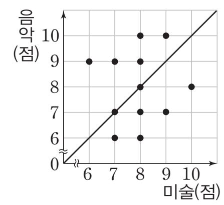
17 ② 음악 점수가 7점보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외한 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7이다.



③ 미술과 음악 점수가 모두 7점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 9이다.



④ 미술과 음악 점수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 2이다.



⑤ 음악 점수가 9점 이상인 학생들의 미술 점수는

6점, 7점, 8점, 8점, 9점

이므로 그 평균은

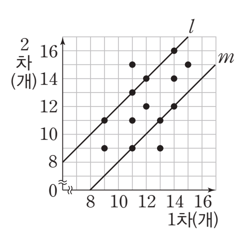
$\dfrac{6+7+8+8+9}{5}=\dfrac{38}{5}=7.6$(점)

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

18 민형이네 반 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 14이다.

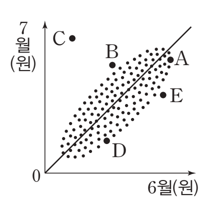
19 1차와 2차의 제기차기 횟수의 차가 2회인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 l, m 위의 점의 개수와 같으므로 7이다.

따라서 $\dfrac{7}{14}\times100=50(\%)$



20 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선으로부터 멀리 떨어질수록 저금한 금액의 차가 크다.

따라서 6월과 7월에 저금한 금액의 차가 가장 큰 학생은 C이다.



21 □ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle\text{DAB}=180^\circ-(36^\circ+51^\circ)$

$=93^\circ$ ……………………… [1점]

$\overset{\frown}{\text{AB}}=\overset{\frown}{\text{BC}}$이므로

$\angle\text{BAC}=\angle\text{ACB}=36^\circ$

따라서

$\angle\text{DAC}=\angle\text{DAB}-\angle\text{BAC}$

$=93^\circ-36^\circ=57^\circ$ ……………………… [2점]

이때 직선 CT가 원 O의 접선이므로

$\angle\text{DCT}=\angle\text{DAC}=57^\circ$ ……………………… [2점]

22 호 AE에 대하여

$\angle\text{ADE}=\angle\text{ABE}=39^\circ$

이므로 △AFD에서

$\angle a=90^\circ+39^\circ=129^\circ$ ……………………… [2점]

□EBCD에서 $\angle\text{EBC}+\angle\text{EDC}=180^\circ$이므로

$39^\circ+\angle b+73^\circ=180^\circ$

에서

$\angle b=180^\circ-112^\circ=68^\circ$ ……………………… [2점]

△DCP는 $\overline{\text{PD}}=\overline{\text{PC}}$인 이등변삼각형이고, $\overline{\text{PC}}$는 원 O의 접선이므로

$\angle c=\angle\text{DCP}$

$=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$ ……………………… [2점]

따라서 $\angle a+\angle b-\angle c=129^\circ+68^\circ-48^\circ=149^\circ$

……………………… [1점]

23 총을 10회 쏜 결과를 표로 나타내면 다음과 같다.

점수(점)	7	8	9	10	합계
횟수(회)	4	3	2	1	10

따라서 시아가 얻은 점수의 평균은

$\dfrac{7\times4+8\times3+9\times2+10\times1}{10}=\dfrac{80}{10}=8$(점)

……………………… [2점]

이므로 분산은

$\dfrac{(-1)^2\times4+0^2\times3+1^2\times2+2^2\times1}{10}=\dfrac{10}{10}=1$

따라서 표준편차는 $\sqrt{1}=1$(점)이다. ……………………… [3점]

24 a, b의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b}{2}=5$

따라서 $a+b=10$ …… ㉠

a, b의 분산이 1이므로

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2}{2}=1$

$a^2+b^2-10(a+b)+50=2$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-10\times10+50=2$

따라서 $a^2+b^2=52$ …… ㉡ ……………………… [2점]

또 c, d의 평균이 7이므로

$\dfrac{c+d}{2}=7$

따라서 $c+d=14$ …… ㉢

c, d의 분산이 9이므로

$\dfrac{(c-7)^2+(d-7)^2}{2}=9$

$c^2+d^2-14(c+d)+98=18$

위의 식에 ㉢을 대입하면

$c^2+d^2-14\times14+98=18$

따라서 $c^2+d^2=116$ …… ㉣ ……………………… [2점]

㉠, ㉢에서 $a+b+c+d=10+14=24$이므로

네 수 a, b, c, d의 평균은

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{24}{4}=6$ ······················· [1점]

㉡, ㉣에서 $a^2+b^2+c^2+d^2=52+116=168$이므로 분산은

$\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2}{4}$

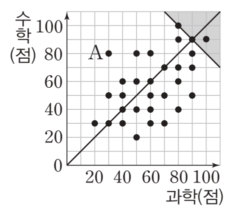
$=\dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2-12(a+b+c+d)+144}{4}$

$=\dfrac{168-12\times24+144}{4}$

$=\dfrac{24}{4}=6$

따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$이다. ······················· [2점]

25 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선으로부터 멀리 떨어질수록 과학 시험 점수와 수학 시험 점수의 차가 크다.



따라서 조건 (가)를 만족시키는 학생은 A이고, 두 과목의 시험 점수의 차는

$80-30=50$이므로

$a=50$ ······················· [2점]

과학 시험 점수와 수학 시험 점수의 평균이 90점 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 3이다.

즉, $b=3$ ······················· [2점]

따라서 $a+b=50+3=53$ ······················· [1점]

실전 모의고사 〈기본〉 제3회 본문 138~143쪽

01 ④	**02** ③	**03** ⑤	**04** ①	**05** ③
06 ④	**07** ②	**08** ③	**09** ⑤	**10** ①
11 ③	**12** ④	**13** ④	**14** ②, ⑤	**15** ④
16 ⑤	**17** ⑤	**18** ①	**19** ②	**20** ②
21 110°	**22** 59°	**23** 66°	**24** −24	**25** 185점

01 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB=\angle ACB=25^\circ$

따라서

$\angle x=\angle BDC$

$=\angle ADC-\angle ADB$

$=110^\circ-25^\circ=85^\circ$

02 $\overset{\frown}{BCD}$에 대한 중심각의 크기는

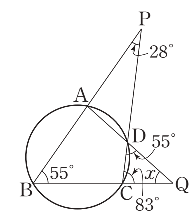
$360^\circ-154^\circ=206^\circ$

이므로

$\angle BAD=\dfrac{1}{2}\times206^\circ=103^\circ$

따라서 $\angle x=\angle BAD=103^\circ$

03 □ABCD가 원에 내접하므로



$\angle CDQ=\angle ABC=55^\circ$

△PBC에서

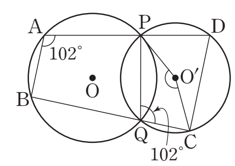
$\angle DCQ=28^\circ+55^\circ=83^\circ$

따라서 △DCQ에서

$\angle x=180^\circ-(55^\circ+83^\circ)$

$=42^\circ$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQC=\angle BAP=102^\circ$

또 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQC+\angle PDC=180^\circ$

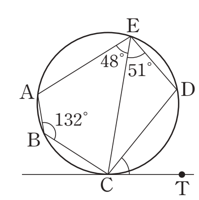
따라서 $\angle PDC=180^\circ-102^\circ=78^\circ$이므로

$\angle PO'C=2\angle PDC$

$=2\times78^\circ$

$=156^\circ$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$를 그으면



□ABCE가 원에 내접하므로

$\angle AEC=180^\circ-132^\circ=48^\circ$

따라서

$\angle CED=\angle AED-\angle AEC$

$=99^\circ-48^\circ$

$=51^\circ$

직선 CT가 원의 접선이므로

$\angle DCT=\angle CED$

$=51^\circ$

06 △ABP에서

$\angle SPQ=\boxed{\angle APB}$ (맞꼭지각)

$=180^\circ-\left(\dfrac{1}{2}\angle A+\dfrac{1}{2}\angle B\right)$

△RCD에서

$\angle SRQ=\boxed{\angle CRD}$ (맞꼭지각)

$=180^\circ-\left(\dfrac{1}{2}\angle C+\dfrac{1}{2}\angle D\right)$

따라서

$\angle SPQ+\angle SRQ$

$=360^\circ-\dfrac{1}{2}(\angle A+\angle B+\angle C+\angle D)$

$=360^\circ-\dfrac{1}{2}\times\boxed{360^\circ}=\boxed{180^\circ}$

따라서 대각의 크기의 합이 $\boxed{180^\circ}$이므로 □PQRS는 원에 내접한다.
그러므로 옳지 않은 것은 (라)이다.

07 두 직선 PA, PB가 원의 접선이므로
$\angle PAB=\angle PBA$
$=\frac{1}{2}\times(180-44^\circ)$
$=68^\circ$
접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여
$\angle AQB=\angle PAB=68^\circ$
따라서 $\triangle AQB$에서
$\angle ABQ+\angle QAB=180^\circ-68^\circ$
$=112^\circ$
이때 $\widehat{AQ}:\widehat{QB}=4:3$이므로
$\angle ABQ:\angle QAB=4:3$
따라서 $\angle x=\frac{4}{7}\times112^\circ=64^\circ$

08 $\angle PBD=\angle CPT'=\angle PAC=43^\circ$이므로
$\triangle BDP$에서
$\angle x=108^\circ-43^\circ$
$=65^\circ$

09 3개의 변량 a, b, c의 평균이 15이므로
$\frac{a+b+c}{3}=15$
에서
$a+b+c=45$
따라서 5개의 변량 8, 17, a, b, c의 평균은
$\frac{8+17+a+b+c}{5}=\frac{25+a+b+c}{5}$
$=\frac{25+45}{5}$
$=\frac{70}{5}=14$

10 1모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
4, 4, 5, 5, 6, 6, 8, 10
이므로 중앙값은
$\frac{5+6}{2}=5.5$
즉, $a=5.5$
2모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 3, 3, 5, 8, 9, 9, 12
이므로 중앙값은
$\frac{5+8}{2}=6.5$
즉, $b=6.5$
따라서 $a+b=5.5+6.5=12$

11 $a<b$이고, 5, 6, a, b, 10의 중앙값은 8이므로
$a=8$
8, b, 12, 14의 중앙값이 11이므로
$8<b<12$
즉, $\frac{b+12}{2}=11$이므로
$b=10$
따라서 $b-a=10-8=2$

12 편차의 총합은 0이므로
$(-10)+(-15)+15+(-10)+5+x=0$
에서
$x=15$

13 D의 편의점 이용 횟수의 편차를 x회라 하면
편차의 총합은 0이므로
$(-2)+4+3+x+(-1)=0$
에서
$x=-4$
따라서 D의 편의점 이용 횟수는
$-4+13=9$(회)

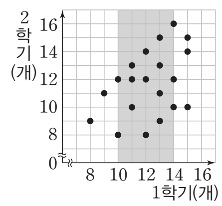
14 (평균)$=\frac{6+(a-2)+(2a-19)}{3}$
$=\frac{3a-15}{3}$
$=a-5$
분산이 6이므로
$\frac{\{6-(a-5)\}^2+\{a-2-(a-5)\}^2+\{2a-19-(a-5)\}^2}{3}=6$
$\frac{(-a+11)^2+3^2+(a-14)^2}{3}=6$
$\frac{2a^2-50a+326}{3}=6$
$a^2-25a+154=0$
$(a-11)(a-14)=0$
따라서 $a=11$ 또는 $a=14$

15 4개의 수의 평균과 6개의 수의 평균이 15로 같으므로 10개 수의 전체의 평균도 15이다.
즉, 10개의 수 전체의 분산은
$\frac{4\times5+6\times10}{4+6}=\frac{80}{10}=8$
따라서 평균은 15이고, 분산은 8이다.

16 ①, ② 각 학급의 평균과 표준편차만으로는 알 수 없다.
③ 국어 성적이 가장 고른 학급은 A 학급이다.
④ 편차의 총합은 항상 0이다.
⑤ B 학급의 표준편차가 E 학급의 표준편차보다 작으므로 B 학급의 국어 성적이 E 학급의 국어 성적보다 고르다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

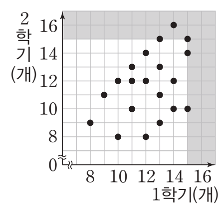
17 1학기 동안 넣은 골의 개수가 10 이상 14 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 15이다.

따라서 $\frac{15}{20}\times 100=75(\%)$



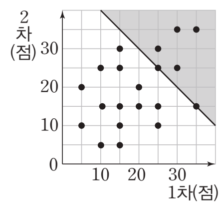
18 적어도 한 학기에 넣은 골이 15개 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 5이다.
이 5명의 학생이 2학기에 넣은 골의 수의 평균은

$\frac{10+14+15\times 2+16}{5}=\frac{70}{5}=14$(개)



19 $a+b$의 값이 50 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6이다.

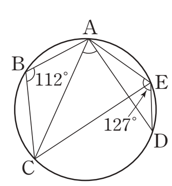
따라서 $\frac{6}{20}\times 100=30(\%)$



20 주어진 산점도는 양의 상관관계이다.
ㄴ. x의 값이 커질수록 y의 값은 대체로 커진다.
ㄹ. 학습 시간과 성적 사이의 상관관계는 양의 상관관계이다.
ㅁ. 두 변량 x, y의 대푯값은 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㅁ이다.

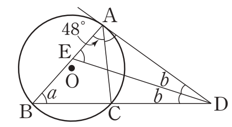
21 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle\text{ACP}=\angle\text{ABD}=40^\circ$ ······················· [2점]
$\triangle$ACP에서
$30^\circ+40^\circ+\angle\text{APC}=180^\circ$
이므로
$\angle\text{APC}=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ ······················· [3점]

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{CE}}$를 그으면 □ABCE가 원에 내접하므로



$112^\circ+\angle\text{AEC}=180^\circ$
에서
$\angle\text{AEC}=180^\circ-112^\circ$
$=68^\circ$ ······················· [3점]
따라서
$\angle\text{CED}=\angle\text{AED}-\angle\text{AEC}$
$=127^\circ-68^\circ=59^\circ$
이므로
$\angle\text{CAD}=\angle\text{CED}=59^\circ$ ······················· [2점]

23 오른쪽 그림에서 $\angle\text{ABC}=\angle a$,
$\angle\text{ADE}=\angle b$라 하면
$\overline{\text{AD}}$가 원 O의 접선이므로
$\angle\text{CAD}=\angle\text{ABC}=\angle a$



······················· [2점]
$\overline{\text{ED}}$는 $\angle$ADB의 이등분선이므로
$\angle\text{EDC}=\angle\text{ADE}=\angle b$
$\triangle$ABD에서
$(48^\circ+\angle a)+\angle a+2\angle b=180^\circ$
이므로
$2\angle a+2\angle b=132^\circ$
즉, $\angle a+\angle b=66^\circ$ ······················· [3점]
따라서 $\triangle$EBD에서
$\angle\text{AED}=\angle a+\angle b=66^\circ$ ······················· [1점]

24 편차의 총합은 0이므로
$a+(-4)+b+0+6=0$
에서
$a+b=-2$ ······ ㉠ ······················· [2점]
분산이 20.8이므로
$\frac{a^2+(-4)^2+b^2+0^2+6^2}{5}=20.8$
$a^2+b^2+52=104$
따라서 $a^2+b^2=52$ ······ ㉡ ······················· [2점]
이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면
$(-2)^2=52+2ab$
$2ab=-48$
따라서 $ab=-24$ ······················· [2점]

25 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는
$20\times\frac{20}{100}=4$(명) ······················· [2점]
상위 20 % 이내에 드는 학생의 역사 점수와 사회 점수를 순서쌍으로 나타내면
(100, 100), (90, 100), (90, 90), (80, 90)
······················· [2점]
이때 4명의 역사 점수와 사회 점수의 합을 각각 구하면
$100+100=200$(점),
$90+100=190$(점),
$90+90=180$(점),
$80+90=170$(점)
이므로 구하는 평균은
$\frac{200+190+180+170}{4}=\frac{740}{4}$
$=185$(점) ······················· [3점]

실전 모의고사 〈기본〉 제4회

본문 144~149쪽

01 ②, ⑤	02 ④	03 ③	04 ①	05 ③
06 ④	07 ②	08 ②	09 ③	10 ③
11 ④	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ④
16 ①	17 ③	18 ②	19 ①, ③	20 ②
21 124°	22 51°	23 82 cm	24 12	25 37.5점

01 ① $\angle BAC = \angle BDC$인지 알 수 없다.
② $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$
③ $\angle DAC \neq \angle DBC$
④ $\angle ADB \neq \angle ACB$
⑤ $\triangle ABE$에서
$\angle BAE = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$
이므로
$\angle BAC = \angle BDC$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ②, ⑤이다.

02 $\triangle ABD$는 $\overline{AD} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 42^\circ) = 69^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$
에서
$\angle BCD = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ$

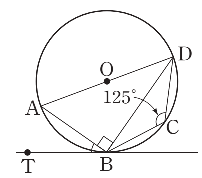
03 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$
에서
$(45^\circ + \angle x) + 97^\circ = 180^\circ$
따라서 $\angle x = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ$
$\widehat{BC}$에 대하여 $\angle BDC = \angle BAC = 45^\circ$이므로
$\angle y = \angle ADC = 22^\circ + 45^\circ = 67^\circ$
따라서 $\angle x + \angle y = 38^\circ + 67^\circ = 105^\circ$

04 □RSCD가 원 O_3에 내접하므로
$\angle DRS + \angle DCS = 180^\circ$
에서
$\angle DRS = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$
따라서
$\angle x = \angle PQS = \angle DRS = 96^\circ$,
$\angle y = \angle APQ = \angle QSR = \angle RDC = 81^\circ$
이므로
$\angle x + \angle y = 96^\circ + 81^\circ = 177^\circ$

05 ① $\angle AFB = \angle AEB = 90^\circ$이므로 네 점 A, B, E, F는 한 원 위에 있다. 즉, □ABEF는 원에 내접한다.
② □ADOF에서 $\angle ADO + \angle AFO = 180^\circ$이므로 □ADOF는 원에 내접한다.
④ $\angle BDC = \angle BFC = 90^\circ$이므로 네 점 B, C, D, F는 한 원 위에 있다. 즉, □DBCF는 원에 내접한다.
⑤ □OECF에서 $\angle CEO + \angle CFO = 180^\circ$이므로 □OECF는 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하지 않는 사각형은 ③이다.

06 $\triangle PTB$가 $\overline{PT} = \overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PBT = \angle PTB = 40^\circ$
이때 직선 PT는 원의 접선이므로
$\angle APT = \angle PBT = 40^\circ$
따라서 $\triangle PTA$에서
$\angle PAB = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$

07 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ABD = 90^\circ$이므로
$\angle ADB = 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ)$
$= 35^\circ$
직선 BT가 원 O의 접선이므로
$\angle ABT = \angle ADB = 35^\circ$

08 $\triangle ADE$에서
$\angle ADP = 17^\circ + 26^\circ = 43^\circ$
$\angle PAD = \angle ADP$이므로
$\angle x = 180^\circ - (43^\circ + 43^\circ) = 94^\circ$
이때 $\overline{PA}$는 원 O의 접선이므로
$\angle y = \angle EAP = 43^\circ + 17^\circ = 60^\circ$
따라서 $\angle x + \angle y = 94^\circ + 60^\circ = 154^\circ$

09 ① $\angle ABP = \angle APE = \angle CPF = \angle PDC$
② ①에서 $\angle ABP = \angle PDC$ (엇각)이므로
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$
③ $\angle BAP = \angle BPF = \angle EPD = \angle PCD$
④ $\triangle ABP$와 $\triangle CDP$에서
$\angle ABP = \angle CDP$, $\angle APB = \angle CPD$ (맞꼭지각)
이므로
$\triangle ABP \backsim \triangle CDP$ (AA 닮음)
⑤ ④에서 $\triangle ABP \backsim \triangle CDP$이므로
$\overline{AP} : \overline{CP} = \overline{BP} : \overline{DP}$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

10 세 수 x, y, z의 평균이 10이므로
$\frac{x+y+z}{3} = 10$
에서
$x+y+z = 30$

따라서 5, $4x$, $4y$, $4z$, 30의 평균은

$$\frac{5+4x+4y+4z+30}{5}=\frac{4(x+y+z)+35}{5}$$
$$=\frac{4\times30+35}{5}$$
$$=\frac{155}{5}=31$$

11 5명의 학생의 키의 중앙값은 3번째 학생의 키이므로 3번째 학생의 키는 152 cm이다.
이때 키가 170 cm인 학생을 추가하면 6명 학생의 키의 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 키의 평균이므로

$$\frac{152+156}{2}=154(\text{cm})$$

12 두 선수 A, B가 모두 활을 20회 쏘았으므로
$3+2+x+4+5=20$에서 $x=6$
$2+6+3+5+y=20$에서 $y=4$
따라서 선수 A의 최빈값은 8점, 선수 B의 최빈값은 7점이므로
$a+b=8+7=15$

13 주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+8+9+3+x}{5}=7$$

$24+x=35$, $x=11$
따라서 분산은

$$\frac{(-3)^2+1^2+2^2+(-4)^2+4^2}{2}=\frac{46}{5}=9.2$$

14 처음 10명의 제기차기 기록의 편차의 제곱의 총합은
$10\times3^2=90$
기록이 4회인 학생 1명이 빠졌을 때, 남은 9명의 평균은 4회로 변하지 않으므로 편차도 변하지 않는다.
또 기록이 4회인 학생은 편차가 0회이므로 9명의 편차의 제곱의 총합은 90이다.
따라서 9명의 제기차기 기록의 분산은 $\frac{90}{9}=10$이므로 표준편차는 $\sqrt{10}$회이다.

15 $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}=20$이므로
주어진 10개의 변량의 평균은

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}}{10}=\frac{20}{10}=2$$

또 $x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_{10}^2=70$이므로
주어진 10개의 변량의 분산은

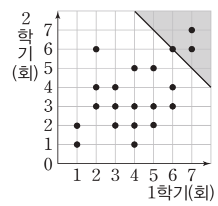
$$\frac{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+\cdots+(x_{10}-2)^2}{10}$$
$$=\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_{10}^2-2(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10})+40}{10}$$
$$=\frac{70-2\times20+40}{10}=7$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{7}$이다.

16 윗몸 일으키기 횟수의 격차가 작을수록 표준편차가 작으므로 다섯 학생 중 윗몸 일으키기 횟수의 표준편차가 가장 작은 학생은 A이다.

17 $8^2=64$, $(5\sqrt{2})^2=50$, $(2\sqrt{3})^2=12$, $(3\sqrt{2})^2=18$, $6^2=36$이므로
$2\sqrt{3}<3\sqrt{2}<6<5\sqrt{2}<8$
이때 키의 격차가 작을수록 표준편차가 작으므로 키의 격차가 가장 작은 반은 C반이다.

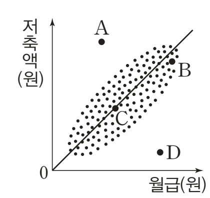
18 1학기와 2학기에 도서관에 방문한 횟수의 합이 12회 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 3이다.



따라서 $\frac{3}{20}\times100=15(\%)$

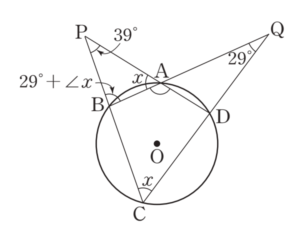
19 주어진 산점도는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 커지므로 양의 상관관계를 나타낸다.
①, ③ 양의 상관관계
② 상관관계가 없다.
④, ⑤ 음의 상관관계
따라서 산점도가 같은 것은 ①, ③이다.

20 ㄷ. 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선 위쪽에 있는 점에 해당하는 점이 월급에 비하여 월 저축액이 크다.
따라서 A, B, C, D 네 직원 중 월급에 비하여 월 저축액이 가장 많은 직원은 A이다.



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

21 오른쪽 그림에서 $\angle BCD=\angle x$라 하면 □ABCD가 원 O에 내접하므로



$\angle PAB=\angle BCD=\angle x$ ……………………… [1점]
△QBC에서
$\angle QBP=29^\circ+\angle x$
△APB에서
$\angle x+39^\circ+(29^\circ+\angle x)=180^\circ$
$2\angle x+68^\circ=180^\circ$, $2\angle x=112^\circ$
따라서 $\angle x=56^\circ$ ……………………… [2점]
이때 $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이므로
$\angle BAD=180^\circ-56^\circ$
$=124^\circ$ ……………………… [2점]

22 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-119^\circ=61^\circ$ ······················· [1점]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\widehat{AB}:\widehat{AD}=4:3$이므로

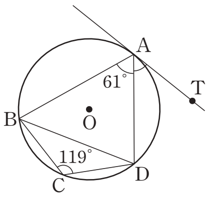
$\angle ADB:\angle ABD=4:3$

이때 △ABD에서

$\angle ADB+\angle ABD=180^\circ-61^\circ$

$=119^\circ$

이므로



$\angle ABD=\frac{3}{7}\times 119^\circ=51^\circ$ ······················· [3점]

직선 AT가 원 O의 접선이므로

$\angle DAT=\angle ABD=51^\circ$ ······················· [1점]

23 A, B, C, D, E의 앉은키를 각각 a cm, b cm, c cm, d cm, e cm라 하면

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=80$

에서

$a+b+c+d+e=400$ ······ ㉠ ······················· [1점]

F를 포함한 5명의 키의 평균이 81 cm이고, F의 앉은키가 79 cm이므로

$\frac{a+c+d+e+79}{5}=81$

$a+c+d+e+79=405$

따라서 $a+c+d+e=326$ ······ ㉡ ······················· [1점]

㉡을 ㉠에 대입하면

$326+b=400$

$b=74$ ······················· [2점]

이때 A, B, C, D, E의 앉은키의 중앙값이 82 cm이고 $74<82$, $79<82$이므로 B 대신 F를 포함한 A, C, D, E, F의 키의 중앙값은 82 cm로 변하지 않는다. ······················· [2점]

24 직육면체에서 길이가 같은 모서리가 각각 4개씩 있으므로 12개의 변량

$x, x, x, x, y, y, y, y, 5, 5, 5, 5$

의 평균이 4, 분산이 $\frac{2}{3}$이다.

따라서 $\frac{4x+4y+20}{12}=4$이므로

$x+y+5=12$

에서

$x+y=7$ ······ ㉠ ······················· [2점]

또 $\frac{(x-4)^2\times4+(y-4)^2\times4+1^2\times4}{12}=\frac{2}{3}$이므로

$4x^2+4y^2-32(x+y)+132=8$

$x^2+y^2-8(x+y)+31=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-8\times7+31=0$

따라서 $x^2+y^2=25$ ······ ㉡ ······················· [3점]

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

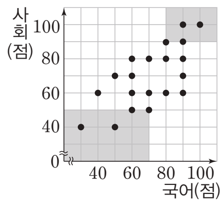
$7^2=25+2xy$, $2xy=24$

따라서 $xy=12$ ······················· [2점]

25 상위 20 %와 하위 20 %에 속하는 학생 수는 각각

$20\times\frac{20}{100}=4$(명)

······················· [1점]



따라서 사회 점수가 상위 20 %에 속하는 학생들의 사회 점수는 90점 이상이고, 이 학생들의 국어 점수는 80점, 90점, 90점, 100점

이므로 그 평균은

$\frac{80+90+90+100}{4}=\frac{360}{4}=90$(점) ······················· [2점]

또 사회 점수가 하위 20%에 속하는 학생들의 사회 점수는 50점 이하이고, 이 학생들의 국어 점수는

30점, 50점, 60점, 70점

이므로 그 평균은

$\frac{30+50+60+70}{4}=\frac{210}{4}=52.5$(점) ······················· [2점]

따라서 구하는 차는

$90-52.5=37.5$(점) ······················· [1점]

실전 모의고사 〈기본〉 제5회 본문 150~155쪽

01 ④	**02** ③	**03** ③	**04** ②	**05** ②
06 ①	**07** ⑤	**08** ②	**09** ①	**10** ②
11 ③	**12** ④	**13** ⑤	**14** ⑤	**15** ②
16 ③	**17** ①	**18** ④	**19** ⑤	**20** ④
21 147°	**22** 23°	**23** 85°	**24** $2\sqrt{2}$	**25** 14회

01 ① $\angle APB=180^\circ-92^\circ=88^\circ$

② $\angle CPD=\angle APB=88^\circ$ (맞꼭지각)

③ △ABP에서 $\angle PBA=92^\circ-15^\circ=77^\circ$

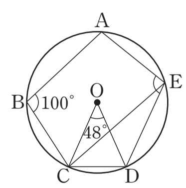
④ △PCD에서 $\angle PDC=92^\circ-77^\circ=15^\circ$

⑤ ④에서 $\angle BAC=\angle BDC=15^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

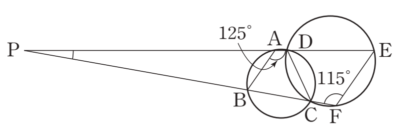
02 □ABCD는 원 O에 내접하므로
$\angle ADC = \angle ABE = 60°$
따라서 $31° + \angle x = 60°$이므로
$\angle x = 60° - 31° = 29°$
$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD = 90°$
따라서 △ABD에서
$\angle BAD = 180° - (90° + 31°) = 59°$
이때 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD + \angle y = 180°$
에서
$\angle y = 180° - 59° = 121°$
따라서 $\angle y - \angle x = 121° - 29° = 92°$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



□ABCE가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC + \angle AEC = 180°$
따라서
$\angle AEC = 180° - 100° = 80°$,
$\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2} \times 48° = 24°$이므로
$\angle AED = \angle AEC + \angle CED$
$= 80° + 24°$
$= 104°$

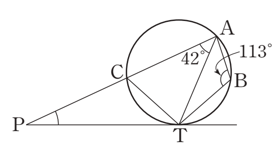
04



위의 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 □DCFE가 원에 내접하므로
$\angle ADC = \angle EFC = 115°$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABP = \angle ADC = 115°$
따라서 △APB에서
$\angle P = 125° - 115° = 10°$

05 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 180°이다.
직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.
따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 등변사다리꼴, 직사각형의 2개이다.

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$와 원의 교점을 C라 하고, $\overline{CT}$를 그으면



□ACTB가 원에 내접하므로
$\angle ACT = 180° - 113° = 67°$
직선 PT는 원의 접선이므로
$\angle CTP = \angle CAT = 42°$
따라서 △CPT에서
$\angle APT = 67° - 42° = 25°$

07 직선 PT가 원 O의 접선이므로
$\angle PBT = \angle PTA = 30°$
$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ATB = 90°$
따라서 직각삼각형 ATB에서
$\overline{AT} = \overline{AB}\sin 30° = 14 \times \frac{1}{2} = 7(\text{cm})$,
$\overline{BT} = \overline{AB}\cos 30° = 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}(\text{cm})$
이므로
$\triangle ATB = \frac{1}{2} \times 7 \times 7\sqrt{3} = \frac{49\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

08 △CFE는 $\overline{CE} = \overline{CF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle FEC = \angle EFC$
$= \frac{1}{2} \times (180° - 56°) = 62°$
접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여
$\angle EDF = \angle FEC = 62°$
따라서 △DEF에서
$\angle DFE = 180° - (44° + 62°) = 74°$

09 전체 학생 수가 10이므로
$3 + 1 + x + 2 = 10$
에서
$x = 4$
따라서 운동 시간의 평균은
$\frac{30 \times 3 + 40 \times 1 + 50 \times 4 + 60 \times 2}{10} = \frac{450}{10} = 45$(분)

10 자료 A의 중앙값은 $\frac{5+7}{2} = 6$이므로
$a = 6$
자료 B의 최빈값은 4이므로 $b = 4$
자료 C의 중앙값은 9이므로 $c = 9$
따라서 $a - b + c = 6 - 4 + 9 = 11$

11 $a < b$이고, 자료 3, 5, a, b의 중앙값은 6이므로
$\frac{5+a}{2} = 6$에서
$a = 7$
자료 7, b, 9, 3, 11의 최빈값이 11이므로
$b = 11$
따라서 $a + b = 7 + 11 = 18$

12 (평균)$= \frac{29 + 24 + 40 + 26 + 27 + 34}{6}$
$= \frac{180}{6} = 30$(살)
따라서 각 회원의 나이의 편차는
-1살, -6살, 10살, -4살, -3살, 4살
이므로 편차가 될 수 없는 것은 ④이다.

13 ① 편차의 총합은 0이므로

$(-2)+(-4)+6+3+x+(-2)=0$

에서 $x=-1$

② 2차의 편차가 가장 낮으므로 2차의 기록이 가장 낮다.

③ 최빈값은 편차가 -2일 때이므로

$5-2=3$(회)

④ 4차의 기록은 $3+5=8$(회)

⑤ 평균보다 기록이 낮은 차수의 편차는 음수이므로 1차, 2차, 5차, 6차이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

14 세 수 x, y, z의 평균이 9이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=9$$

에서

$x+y+z=27$ …… ㉠

또 분산이 3이므로

$$\frac{(x-9)^2+(y-9)^2+(z-9)^2}{3}=3$$

$(x-9)^2+(y-9)^2+(z-9)^2=9$

$x^2+y^2+z^2-18(x+y+z)+243=9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-18\times27+243=9$

즉, $x^2+y^2+z^2=252$

따라서 세 수 x^2, y^2, z^2의 평균은

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{252}{3}=84$$

15 점수의 변동이 가장 적은 소희의 표준편차가 가장 작다.

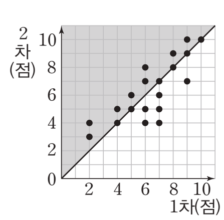
16 ㄱ. B 학생의 표준편차가 가장 크므로 B 학생의 성적이 A, C 학생의 성적보다 넓게 퍼져 있다.

ㄴ. 학생 C는 평균도 높고, 표준편차도 가장 작기 때문에 성적이 가장 우수하다고 할 수 있다.

ㄷ. 평균과 표준편차만으로는 알 수 없다.

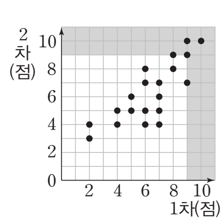
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

17 2차 점수가 1차 점수보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선을 제외하고 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 8이다.



따라서 $\frac{8}{20}\times100=40(\%)$

18 1차와 2차 중에서 적어도 한 번은 9점 이상의 점수를 받은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 5이다.



19 ①, ②, ③ 음의 상관관계

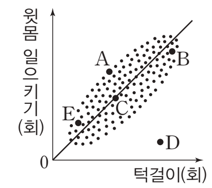
④ 상관관계가 없다.

⑤ 양의 상관관계

따라서 양의 상관관계가 있는 것은 ⑤이다.

20 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선으로부터 멀리 떨어질수록 두 기록의 차가 크다.

따라서 두 기록의 차가 가장 큰 학생은 D이다.

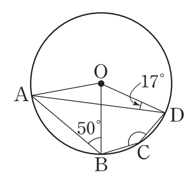


21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

△OAB와 △OAD는 이등변삼각형이므로

∠OAB=∠OBA=50°,

∠OAD=∠ODA=17° …………………… [2점]



따라서 ∠DAB=50°−17°=33° …………………… [1점]

□ABCD가 원 O에 내접하므로

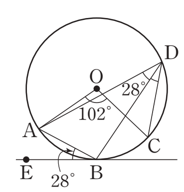
∠DAB+∠BCD=180°

에서

∠BCD=180°−33°=147° …………………… [2점]

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 직선 BE는 원 O의 접선이므로

∠ADB=∠ABE=28° …………………… [2점]



$\overset{\frown}{AC}$에 대하여

$$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC$$

$$=\frac{1}{2}\times102^\circ$$

=51° …………………… [2점]

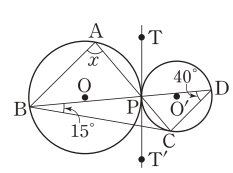
따라서

∠BDC=∠ADC−∠ADB

=51°−28°

=23° …………………… [1점]

23 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나는 두 원의 공통인 접선 TT′을 그으면



∠ABP=∠APT

=∠CPT′ (맞꼭지각)

=∠CDP

=40° …………………… [2점]

$\overline{BC}$는 원 O′의 접선이므로

∠PCB=∠PDC=40° …………………… [1점]

따라서 △ABC에서

$\angle x+(40^\circ+15^\circ)+40^\circ=180^\circ$

이므로

$\angle x=180^\circ-95^\circ=85^\circ$ …………………… [2점]

24 n개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$의 평균을 m이라 하면

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n}=m \qquad \cdots\cdots ㉠$$

…………………… [1점]

또 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$의 표준편차가 $\sqrt{2}$, 즉 분산이 2이므로

$$\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}=2 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

…………………… [1점]

㉠을 이용하여 n개의 변량 $2x_1-1, 2x_2-1, 2x_3-1, \cdots, 2x_n-1$의 평균을 구하면

$$\frac{(2x_1-1)+(2x_2-1)+(2x_3-1)+\cdots+(2x_n-1)}{n}$$

$$=\frac{2(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)-n}{n}$$

$=2m-1$ …………………… [2점]

㉡을 이용하여 분산을 구하면

$$\frac{1}{n}\{(2x_1-1-2m+1)^2+(2x_2-1-2m+1)^2+\cdots+(2x_n-1-2m+1)^2\}$$

$$=\frac{1}{n}\{(2x_1-2m)^2+(2x_2-2m)^2+\cdots+(2x_n-2m)^2\}$$

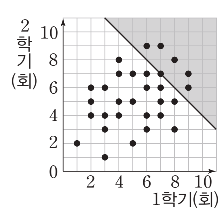
$$=4\times\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$$

$=4\times2=8$

따라서 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다. …………………… [3점]

25 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{20}{100}=6$(명) …………………… [2점]



따라서 1학기와 2학기에 도서관을 방문한 횟수의 합이 큰 6명의 학생은 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점과 그 경계선 위의 점이다. …………………… [2점]

이때 1학기와 2학기의 도서관을 방문한 횟수의 합이 6번째로 높은 학생의 1학기와 2학기의 방문 횟수의 순서쌍이 (7, 7)이므로 횟수의 합은

$7+7=14$(회) …………………… [1점]

따라서 독서상을 받는 학생이 1학기와 2학기에 도서관을 방문한 횟수의 합은 최소 14회이다. …………………… [1점]

Ⅵ-(3) 원주각의 활용 ~ Ⅶ-(2) 상관관계

실전 모의고사 〈실력〉 제1회

본문 158~163쪽

01 ①	**02** ⑤	**03** ②	**04** ③	**05** ②
06 ④	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ①	**10** ④
11 ④	**12** ①	**13** ③	**14** ③	**15** ⑤
16 ②	**17** ④	**18** ③	**19** ③	**20** ①
21 $122°$	**22** $\frac{240}{11}$	**23** $54°$	**24** 4	**25** 150점

01 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x=\angle DBC$, $\angle y=\angle ABD$

$\triangle PBC$에서 $\angle PBC=180°-(97°+60°)=23°$이므로

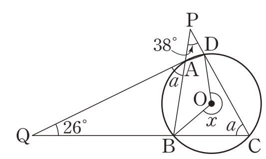
$\angle x=\angle PBC=23°$

$\triangle ABP$에서 $\angle ABP=97°-53°=44°$이므로

$\angle y=44°$

따라서 $\angle y-\angle x=44°-23°=21°$

02 오른쪽 그림과 같이 $\angle DCB=\angle a$라 하면 □ABCD가 원에 내접하므로



$\angle QAB=\angle DCB=\angle a$

$\triangle AQB$에서

$\angle ABC=26°+\angle a$

$\triangle PBC$에서

$38°+(26°+\angle a)+\angle a=180°$

이므로

$2\angle a=116°$, $\angle a=58°$

따라서 $\angle DOB=2\angle a=116°$이므로

$\angle x=360°-\angle DOB$

$\quad=360°-116°=244°$

03 □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle CDF=\angle ABC=\angle x$

이어야 한다.

$\triangle EBC$에서 $\angle ECF=40°+\angle x$이므로

$\triangle DCF$에서

$\angle x+(40°+\angle x)+30°=180°$

$2\angle x=110°$

따라서 $\angle x=55°$

04 □BCDE가 원 O에 내접하므로

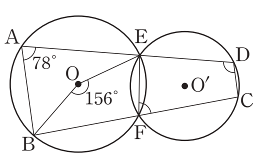
$\angle BED=180°-100°=80°$

$\overline{BE}$가 원 O의 지름이므로

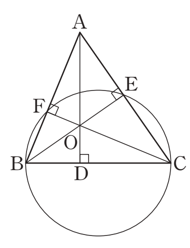
$\angle BDE=90°$

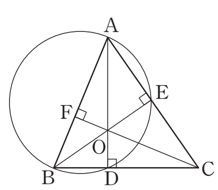
$\triangle EBD$에서
$\angle EBD=180^\circ-(80^\circ+90^\circ)=10^\circ$
이므로
$\angle ABD=2\angle EBD$
$=2\times10^\circ=20^\circ$
따라서 $\triangle FBD$에서
$\angle BFE=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)$
$=70^\circ$

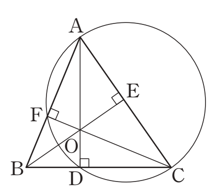
05 $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{DE}$이므로
$\angle ABE=\angle DAE$ …… ㉠
□ABCE가 원 O에 내접하므로
$\angle BAE=180^\circ-\angle BCE$
에서
$\angle BAP+\angle DAE=180^\circ-\angle BCE$
따라서
$\angle BAP=180^\circ-\angle BCE-\angle DAE$ …… ㉡
$\triangle ABP$에서 $108^\circ=\angle ABE+\angle BAP$이므로 ㉡을 대입하면
$108^\circ=\angle ABE+(180^\circ-\angle BCE-\angle DAE)$
이때 ㉠에서 $\angle ABE=\angle DAE$이므로
$108^\circ=\angle DAE+(180^\circ-\angle BCE-\angle DAE)$
$108^\circ=180^\circ-\angle BCE$
따라서 $\angle BCE=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

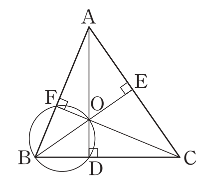
06 원 O에서
$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BOE$
$=\frac{1}{2}\times156^\circ=78^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면


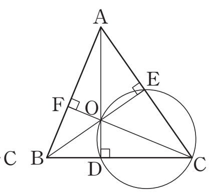
□ABFE는 원 O에 내접하므로
$\angle EFC=\angle BAE=78^\circ$
□EFCD는 원 O′에 내접하므로
$\angle EDC+\angle EFC=180^\circ$
따라서
$\angle EDC=180^\circ-\angle EFC$
$=180^\circ-78^\circ=102^\circ$

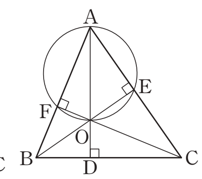
07 (i) 두 점 E, F가 직선 BC에 대하여 같은 쪽에 있고, $\angle BEC=\angle BFC=90^\circ$이므로 오른쪽 그림과 같이 네 점 B, C, E, F를 지나는 원을 그릴 수 있다.


이와 같은 방법으로 다음 그림과 같이 네 점 A, B, D, E를 지나는 원, 네 점 A, F, D, C를 지나는 원을 각각 그릴 수 있다.


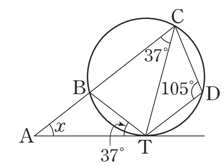


(ii) 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이면 그 사각형은 원에 내접한다.
즉, 다음 그림과 같이 네 점 F, B, D, O를 지나는 원, 네 점 O, D, C, E를 지나는 원, 네 점 A, F, O, E를 지나는 원을 각각 그릴 수 있다.


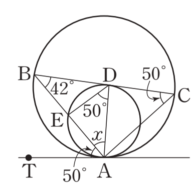




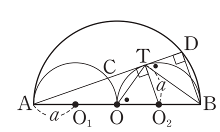
(i), (ii)에서 그릴 수 있는 원은 모두 6개이다.

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면


$\overline{AT}$는 원의 접선이므로
$\angle ATB=\angle BCT=37^\circ$
□BTDC가 원에 내접하므로
$\angle CBT+\angle CDT=180^\circ$
즉, $\angle CBT=180^\circ-105^\circ=75^\circ$
따라서 $\triangle ATB$에서
$\angle x+37^\circ=75^\circ$
이므로
$\angle x=75^\circ-37^\circ=38^\circ$

09 $\angle BAT=\angle BCA=50^\circ$이므로


오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 E라 하고, $\overline{ED}$를 그으면
$\angle EDA=\angle EAT=50^\circ$
$\angle EAD=\angle x$라 하면 $\overline{BC}$는 작은 원의 접선이므로
$\angle BDE=\angle x$
따라서 $\triangle ADB$에서
$42^\circ+\angle x+(50^\circ+\angle x)=180^\circ$
$2\angle x=88^\circ$
따라서 $\angle x=44^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{O_2T}$, $\overline{BD}$를 그으면


$\triangle AO_2T$와 $\triangle ABD$에서
$\angle TAO_2$는 공통,
$\angle ATO_2=\angle ADB=90^\circ$
이므로
$\triangle AO_2T\backsim\triangle ABD$ (AA 닮음) …… ㉠
두 반원 O_1, O_2의 반지름의 길이를 a $(a>0)$라 하면
$\overline{AO_2}=3a$, $\overline{AB}=4a$
이때 ㉠에서 $\overline{AO_2}:\overline{AB}=\overline{TO_2}:\overline{DB}$이므로
$3a:4a=a:\overline{DB}$
$3a\overline{DB}=4a^2$
따라서 $\overline{DB}=\frac{4}{3}a$

직각삼각형 AO_2T에서

$\overline{AT}=\sqrt{(3a)^2-a^2}=2\sqrt{2}a$

또 ㉠에서 $\overline{AO_2}:\overline{AB}=\overline{AT}:\overline{AD}$이므로

$3a:4a=2\sqrt{2}a:\overline{AD}$

$3a\overline{AD}=8\sqrt{2}a^2$

따라서 $\overline{AD}=\frac{8\sqrt{2}}{3}a$이므로

$$\begin{aligned}\overline{DT}&=\overline{AD}-\overline{AT}\\&=\frac{8\sqrt{2}}{3}a-2\sqrt{2}a\\&=\frac{2\sqrt{2}}{3}a\end{aligned}$$

한편 $\overline{AD}$는 반원 O_2의 접선이므로

$\angle BOT=\angle BTD$

이고, 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이므로

$\angle OTB=90°$

따라서 $\triangle OTB$와 $\triangle BTD$에서

$$\begin{aligned}\frac{\overline{BT}}{\overline{OT}}&=\tan(\angle BOT)\\&=\tan(\angle BTD)=\frac{\overline{DB}}{\overline{DT}}\\&=\frac{4}{3}a\times\frac{3}{2\sqrt{2}a}\\&=\sqrt{2}\end{aligned}$$

11 6회째 시험의 수학 점수를 x점이라 하면

$\frac{82+85+90+94+96+x}{6}=90$

$447+x=540$, $x=93$

따라서 6회째 시험에서 받아야 하는 점수는 93점이다.

12 학생 15명이 가지고 있는 동전의 개수의 총합은

$$\begin{aligned}&2+4+6+8+8+10+3(10+a)\\&\qquad+16+18+19+20+24+27\\&=192+3a\end{aligned}$$

이고, 평균이 13이므로

$\frac{192+3a}{15}=13$

$192+3a=195$

$3a=3$, $a=1$

이때 자료의 변량은 모두 15개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째에 오는 값, 즉 11개이다.

13 x를 제외한 변량이 모두 다르므로 x는 이 자료의 최빈값이다.

또 평균과 최빈값이 같으므로 x는 최빈값이면서 평균이다.

즉, $\frac{12+15+8+23+17+x}{6}=x$이므로

$75+x=6x$, $5x=75$

따라서 $x=15$

14 자료의 개수가 9이므로 중앙값은 자료를 크기순으로 나열할 때 5번째인 값이다.

(ⅰ) $5<a<b$일 때,

a, b가 자연수이므로 $a\geq6$이고, 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 4, 6, 6, ⋯

이때 5번째의 값은 6이므로

$x=6$

(ⅱ) $a<b<5$일 때,

a, b가 자연수이므로 $b\leq4$이고, 주어진 자료를 큰 값부터 크기순으로 나열하면

9, 7, 6, 6, 4, ⋯

이때 5번째 값은 4이므로

$y=4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=6$, $y=4$이므로

$xy=6\times4=24$

15 7, 9, 12, 15, x의 평균이 11이므로

$\frac{7+9+12+15+x}{5}=11$

$43+x=55$, $x=12$

각 변량의 편차는 -4, -2, 1, 4, 1이므로

$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{(-4)^2+(-2)^2+1^2+4^2+1^2}{5}\\&=\frac{38}{5}=7.6\end{aligned}$$

16 학생 5명 중 운동 시간을 잘못 계산한 2명의 학생을 제외한 나머지 3명의 운동 시간을 각각 a시간, b시간, c시간이라 하자.

처음 잘못 계산한 운동 시간의 평균이 20시간이므로

$\frac{a+b+c+18+24}{5}=20$

$a+b+c+18+24=100$

따라서 $a+b+c=58$ ⋯⋯ ㉠

처음 잘못 계산한 운동 시간의 분산이 6이므로

$\frac{(a-20)^2+(b-20)^2+(c-20)^2+(-2)^2+4^2}{5}=6$

$(a-20)^2+(b-20)^2+(c-20)^2+(-2)^2+4^2=30$

$(a-20)^2+(b-20)^2+(c-20)^2=10$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 이용하여 학생 5명의 한 달 동안의 실제 운동 시간의 평균을 구하면

$$\begin{aligned}\frac{a+b+c+19+23}{5}&=\frac{58+42}{5}\\&=\frac{100}{5}=20(\text{시간})\end{aligned}$$

㉡을 이용하여 5명의 학생의 한 달 동안의 실제 운동 시간의 분산을 구하면

$$\begin{aligned}&\frac{(a-20)^2+(b-20)^2+(c-20)^2+(-1)^2+3^2}{5}\\&=\frac{10+10}{5}\\&=\frac{20}{5}=4\end{aligned}$$

17 n개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$의 평균을 m이라 하면

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n}=m \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이고, 표준편차가 5이므로

$$\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$$

$$=5^2=25 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠을 이용하여 n개의 변량 $2x_1-1, 2x_2-1, 2x_3-1, \cdots, 2x_n-1$의 평균을 구하면

$$\frac{(2x_1-1)+(2x_2-1)+(2x_3-1)+\cdots+(2x_n-1)}{n}$$

$$=\frac{2(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)-n}{n}$$

$$=2m-1$$

이므로 ㉡을 이용하여 분산을 구하면

$$\frac{1}{n}\{(2x_1-1-2m+1)^2+(2x_2-1-2m+1)^2+(2x_3-1-2m+1)^2+\cdots+(2x_n-1-2m+1)^2\}$$

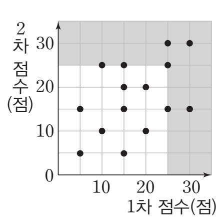
$$=\frac{1}{n}\{(2x_1-2m)^2+(2x_2-2m)^2+(2x_3-2m)^2+\cdots+(2x_n-2m)^2\}$$

$$=4\times\frac{1}{n}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2\}$$

$$=4\times 25=100$$

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{100}=10$이다.

18 1차 점수와 2차의 점수 중 적어도 하나의 점수가 25점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 7이다.

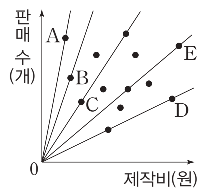


19 $15\times\frac{30}{100}=4.5$이므로 1차 점수와 2차의 점수의 합이 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는 4명이다.

따라서 1차 점수와 2차 점수의 합이 4번째로 높은 학생의 1차 점수는 30점, 2차 점수는 15점이므로 두 점수의 합은

$30+15=45$(점)

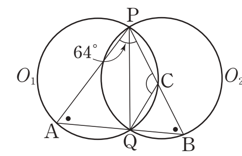
20 $\frac{(\text{판매 수})}{(\text{제작비})}$의 값은 5개의 점 A, B, C, D, E와 0인 점을 각각 연결한 직선의 기울기를 의미한다.



이때 직선을 산점도 위에 그려 보면 오른쪽 그림과 같으므로 기울기가 가장 큰 직선은 점 A를 지나는 직선이고, 기울기가 가장 작은 직선은 점 D를 지나는 직선이다.

따라서 $\frac{(\text{판매 수})}{(\text{제작비})}$의 값이 가장 큰 상품은 A, 가장 작은 상품은 D이다.

21 두 원 O_1, O_2는 반지름의 길이가 같으므로 원 O_1에서 $\overparen{PQ}$의 길이와 원 O_2에서 $\overparen{PQ}$의 길이는 같다. .... [1점]



길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle PAQ=\angle PBQ$

즉, $\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\angle PBA$

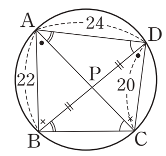
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$ .... [2점]

한편 □PAQC는 원 O_1에 내접하므로

$\angle PAQ+\angle PCQ=180^\circ$

따라서 $\angle PCQ=180^\circ-58^\circ=122^\circ$ .... [2점]

22 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로 크기가 같은 각을 표시하면 오른쪽 그림과 같다. .... [2점]



이때 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 하면

$\triangle APB \backsim \triangle DPC$ (AA 닮음)

이므로

$\overline{PA}:\overline{PD}=\overline{AB}:\overline{DC}$

$=22:20=11:10$

따라서 $\overline{PA}=11a$ $(a>0)$라 하면

$\overline{PD}=10a$

이때 $\overline{PB}=\overline{PD}$이므로

$\overline{PB}=10a$ .... [2점]

또 $\triangle APD \backsim \triangle BPC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{BC}=\overline{PA}:\overline{PB}$

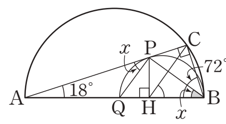
$=11a:10a=11:10$

즉, $24:\overline{BC}=11:10$이므로

$11\overline{BC}=240$

따라서 $\overline{BC}=\frac{240}{11}$ .... [2점]

23 오른쪽 그림과 같이 작은 반원의 지름의 나머지 한 끝 점을 Q라 하고, $\overline{PQ}$, $\overline{PB}$, $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle ABC$에서



$\angle ACB=90^\circ$이므로

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+18^\circ)=72^\circ$

즉, □PHBC에서

$\angle CPH=360^\circ-(90^\circ+72^\circ+90^\circ)$

$=108^\circ$ .... [2점]

한편 $\angle PBQ=\angle x$라 하면 $\overline{AC}$는 작은 반원의 접선이므로

$\angle APQ=\angle PBQ=\angle x$

이때 $\angle BPQ=90^\circ$이므로 $\triangle APB$에서

$18^\circ+(\angle x+90^\circ)+\angle x=180^\circ$

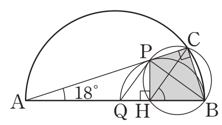
$2\angle x=72^\circ$, $\angle x=36^\circ$

따라서

$\angle CBP=72^\circ-\angle x=72^\circ-36^\circ=36^\circ$ .... [2점]

두 직각삼각형에서 CPB와 HPB에서
$\overline{PB}$는 공통, $\angle CBP=\angle HBP=36°$
이므로
$\triangle CPB\equiv\triangle HPB$ (RHA 합동)
따라서 $\angle CPB=\frac{1}{2}\angle CPH=\frac{1}{2}\times108°=54°$
························ [2점]

오른쪽 그림에서



$\angle PCB+\angle PHB=90°+90°=180°$
이므로 □PHBC가 원에 내접한다.
따라서 호 BC에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle CHB=\angle CPB=54°$ ························ [1점]

24 네 번의 쪽지 시험 점수의 평균이 84점 이하이므로
$\frac{87+78+81+x}{4}\le84$
$246+x\le336$
따라서 $x\le90$ ························ [1점]
(i) $x\le78$일 때,
자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
x, 78, 81, 87
그런데 중앙값이 $\frac{78+81}{2}=79.5$(점)이므로 중앙값이 84점이라는 조건을 만족시키지 않는다. ························ [1점]
(ii) $78<x\le87$일 때,
자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
78, x, 81, 87 또는 78, 81, x, 87
이때 중앙값이 $\frac{x+81}{2}=84$
$x+81=168$, $x=87$ ························ [2점]
(iii) $87<x\le90$일 때,
자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
78, 81, 87, x
이때 중앙값은 $\frac{81+87}{2}=84$이므로 x의 값은 88, 89, 90이다.
························ [2점]
(i)~(iii)에서 가능한 점수 x는 87, 88, 89, 90의 4개이다.
························ [1점]

25 두 학생을 중복하여 나타내는 점의 국어 점수를 x점, 영어 점수를 y점이라 하자. (단, x, y는 100 이하의 자연수이다.)
학생 10명의 국어 점수의 평균이 77점이므로
$\frac{50+60+70\times2+80\times2+90\times2+100+x}{10}=77$
$690+x=770$, $x=80$ ························ [2점]
또 학생 10명의 영어 점수의 평균이 74점이므로
$\frac{60\times2+70\times3+80\times2+90\times2+y}{10}=74$
$670+y=740$, $y=70$ ························ [2점]
따라서 중복된 점에 해당하는 학생의 국어 점수는 80점, 영어 점수는 70점이므로 그 합은
$80+70=150$(점) ························ [1점]

실전 모의고사 〈실력〉 제2회

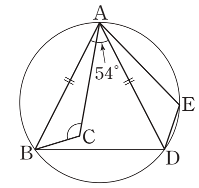
본문 164~169쪽

01 ④	02 ①	03 ④	04 ③	05 ⑤
06 ③, ④	07 ①	08 ①	09 ③	10 ②
11 ④	12 ③	13 ⑤	14 ④	15 ②
16 ②	17 ⑤	18 ③	19 ③	20 ⑤
21 15°	22 110°	23 1 : 3	24 $\frac{44}{3}$	25 4

01 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle ADB=\angle ACB=23°$
$\triangle APC$에서
$\angle DAC=48°+23°=71°$
따라서 $\triangle DAQ$에서
$\angle x=23°+71°=94°$

02 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x+\angle ADC=180°$
에서
$\angle x=180°-82°=98°$
$\angle ECD=\angle EAD=30°$이므로 $\triangle FCD$에서
$\angle y=30°+82°=112°$
따라서 $\angle x+\angle y=98°+112°=210°$

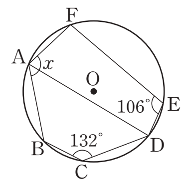
03 오른쪽 그림과 같이 네 점 A, B, D, E가 한 원 위에 있고, $\triangle ABC\equiv\triangle ADE$이므로



$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABC=\angle ADE$
따라서 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이고,
$\angle BAD=54°$이므로
$\angle ABD=\angle ADB$
$=\frac{1}{2}\times(180°-54°)=63°$
□ABDE가 원에 내접하므로
$\angle ABD+\angle AED=180°$
따라서 $\angle AED=180°-63°=117°$
이때 $\triangle ABC\equiv\triangle ADE$이므로
$\angle ACB=\angle AED=117°$

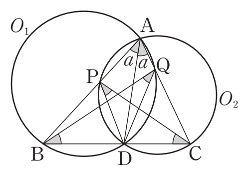
04 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=\angle DCP=63°$
따라서 $\angle BOD=2\angle BAD=2\times63°=126°$
이때 $\angle AOD=174°$이므로
$\angle AOB=360°-(174°+126°)=60°$
이때 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\triangle OAB$는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OD}=10$이므로
$\widehat{BD}=2\pi\times10\times\frac{126}{360}=7\pi$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



□ABCD는 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-132^\circ$
$=48^\circ$
또한 □ADEF도 원 O에 내접하므로
$\angle DAF=180^\circ-106^\circ=74^\circ$
따라서
$\angle x=\angle BAD+\angle DAF$
$=48^\circ+74^\circ=122^\circ$

06 ①, ② $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\angle PAQ=2\angle PDQ$인지 알 수 없다.
③ △ABC와 △DBP에서
$\angle ABC$는 공통,
□PDCA는 원 O_2에 내접하므로
$\angle BAC=\angle BDP$
따라서 △ABC∽△DBP (AA 닮음)
④, ⑤ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$, $\overline{PC}$를 긋고,

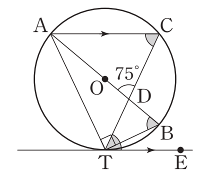


$\angle BAD=\angle DAC=\angle a$라 하면
△BDP와 △QDC에서
(i) $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle BQD=\angle BAD=\angle a$
$\overset{\frown}{DQ}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle DBQ=\angle DAQ=\angle a$
따라서 △BDQ는 이등변삼각형이므로
$\overline{BD}=\overline{QD}$
(ii) $\overset{\frown}{PD}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle PCD=\angle PAD=\angle a$
$\overset{\frown}{DC}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle DPC=\angle DAC=\angle a$
따라서 △DCP는 이등변삼각형이므로
$\overline{DP}=\overline{DC}$
(iii) □PDCA는 원 O_2에 내접하므로
$\angle BDP=\angle PAC=2\angle a$
□ABDQ는 원 O_1에 내접하므로
$\angle QDC=\angle BAQ=2\angle a$
따라서 $\angle BDP=\angle QDC$
(i), (ii), (iii)에서 △BDP≡△QDC (SAS 합동)
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

07 △ABD에서
$\angle BAD=180^\circ-(39^\circ+41^\circ)=100^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$
따라서 $\angle y=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
$\angle DBC=\angle DCT=45^\circ$이므로
△BCD에서
$\angle x=180^\circ-(45^\circ+80^\circ)=55^\circ$
따라서 $\angle y-\angle x=80^\circ-55^\circ=25^\circ$

08 직선 PD가 원의 접선이므로
$\angle BDP=\angle BAD$
△DAC에서 $\angle ADC+\angle CAD=75^\circ$이고,
$\angle ADC=\angle CDB$이므로
$\angle CDP=\angle CDB+\angle BDP$
$=\angle ADC+\angle BAD$
$=75^\circ$
즉, △DCP는 $\overline{PD}=\overline{PC}$인 이등변삼각형이므로
$x=180^\circ-2\times75^\circ=30^\circ$
따라서 $\sin x=\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

09 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{TE}$이므로



$\angle ACT=\angle CTE$ (엇각)
또한 $\angle ACT=\angle ABT$이므로
$\angle CTE=\angle ABT$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\angle ATB=90^\circ$
직각삼각형 ATB에서
$\angle BAT=90^\circ-\angle ABT$
이때 직선 TE는 원 O의 접선이므로
$\angle BTE=\angle BAT$
$=90^\circ-\angle ABT$
따라서
$\angle CTB=\angle CTE-\angle BTE$
$=\angle ABT-(90^\circ-\angle ABT)$
$=2\angle ABT-90^\circ$
한편 $\angle BDT=\angle ADC=75^\circ$ (맞꼭지각)이므로 △BDT에서
$\angle ABT+(2\angle ABT-90^\circ)+75^\circ=180^\circ$
$3\angle ABT=195^\circ$
$\angle ABT=65^\circ$
따라서 $\angle ACD=\angle ABT=65^\circ$

10 $\angle BTQ=\angle BAT=38^\circ$
이때 $\angle PTD=\angle BTQ=38^\circ$ (맞꼭지각)이므로
$\angle TCD=\angle PTD=38^\circ$
따라서 △DTC에서
$\angle DTC=180^\circ-(50^\circ+38^\circ)$
$=92^\circ$

11 선호네 반 학생 수는 22명이고, 줄넘기 횟수를 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 11번째인 값은 62회, 12번째인 값은 63회이다.
따라서 중앙값은
$\dfrac{62+63}{2}=62.5$(회)
이므로
$a=62.5$
한편 65회를 한 학생이 가장 많으므로 최빈값은 65회이다.
즉, $b=65$
따라서 $b-a=65-62.5=2.5$

12 평균이 11이므로

$$\frac{a+8+9+6+12+12+20+b+11+c}{10}=11$$

$a+b+c+78=110$

따라서 $a+b+c=32$ …… ㉠

한편 주어진 자료 중 12가 2개 있고 최빈값이 9이므로

a, b, c의 값 중 적어도 2개는 9이어야 한다.

그런데 $a=b=c=9$이면 ㉠을 만족시키지 않으므로 a, b, c의 값 중 2개만 9이다.

이때 a, b, c의 값 중 나머지 한 값은 ㉠에서

$32-9-9=14$

따라서 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 9, 9, 9, 11, 12, 12, 14, 20

이므로 중앙값은 5번째 값과 6번째 값의 평균인

$$\frac{9+11}{2}=10$$

13 편차의 총합은 0이므로

$(-2x^2+1)+(-4x+2)+(-5)+(x^2+9)+(x-3)=0$

$x^2+3x-4=0$, $(x+4)(x-1)=0$

$x=-4$ 또는 $x=1$

이때 (변량)=(평균)+(편차)이고, 평균이 40이므로

(i) $x=-4$일 때,

$\mathrm{E}=40+\{(-4)-3\}=33$

(ii) $x=1$일 때,

$\mathrm{E}=40+(1-3)=38$

(i), (ii)에서 변량 E의 값이 될 수 있는 수는 33, 38이다.

14 연속하는 5개의 홀수를

$a-4$, $a-2$, a, $a+2$, $a+4$ (a는 $a\geq5$인 홀수)

라 하면 평균은

$$\frac{(a-4)+(a-2)+a+(a+2)+(a+4)}{5}$$

$$=\frac{5a}{5}=a$$

따라서 각 변량의 편차를 차례대로 구하면

-4, -2, 0, 2, 4

이므로 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$$

15 편차의 총합은 0이므로

$-3+5+(-1)+0+x=0$

에서

$x=-1$

따라서 5명의 학생의 키의 분산은

$$\frac{(-3)^2+5^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5}=\frac{36}{5}$$

이므로 표준편차는

$$\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}(\mathrm{cm})$$

16 $a+b+c+d+e=40$이므로 5개의 변량 a, b, c, d, e의 평균은

$$\frac{40}{5}=8$$

또 $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=500$이므로 분산은

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2}{5}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-16(a+b+c+d+e)+320}{5}$$

$$=\frac{500-16\times40+320}{5}$$

$$=\frac{180}{5}=36$$

따라서 구하는 표준편차는

$\sqrt{36}=6$

17 현우의 5개의 과목의 시험 성적을 각각 a점, b점, c점, d점, e점이라 하면 평균은

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=80(\text{점})$$

이고, 분산은

$$\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2+(e-80)^2}{5}$$

$=5^2=25$

미정이의 5개 과목의 시험 성적은 각각 $(a+5)$점, $(b+5)$점, $(c+5)$점, $(d+5)$점, $(e+5)$점이므로 평균은

$$\frac{(a+5)+(b+5)+(c+5)+(d+5)+(e+5)}{5}$$

$$=\frac{(a+b+c+d+e)+25}{5}$$

$$=\frac{a+b+c+d+e}{5}+5$$

$=80+5=85$(점)

이고, 분산은

$$\frac{(a+5-85)^2+(b+5-85)^2+(c+5-85)^2+(d+5-85)^2+(e+5-85)^2}{5}$$

$$=\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2+(e-80)^2}{5}$$

$=25$

이므로 표준편차는

$\sqrt{25}=5$(점)

따라서 미정이의 5개 과목의 시험 성적의 평균과 표준편차의 합은

$85+5=90$(점)

18 자료 A의 표준편차가 a이고,

자료 B는 $1+50$, $2+50$, $3+50$, $\cdots$, $50+50$이므로

자료 B의 표준편차 b는 자료 A의 표준편차와 같다.

따라서 $a=b$

또한 자료 C는 2×1, 2×2, 2×3, $\cdots$, 2×50이므로

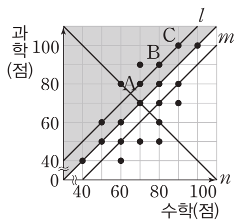
자료 C의 표준편차 c는 자료 A의 표준편차의 2배와 같다.

따라서 $c=2a$

이때 $a>0$이므로

$a=b<c$

19 조건 (가)를 만족시키는 학생의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점이다.

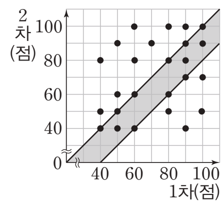


조건 (나)를 만족시키는 학생의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 두 직선 l, m 위에 있는 점이다.

조건 (다)를 만족시키는 학생의 점수를 나타내는 점은 위의 산점도에서 직선 n 위의 점과 직선 n보다 위쪽에 있는 점이다.

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생 수는 A, B, C의 3이다.

20 $0 \le a-b \le 20$을 만족시키는 학생 수는 오른쪽 그림의 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 12이다.



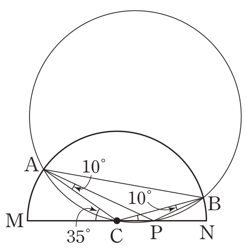
따라서 $\frac{12}{25} \times 100 = 48(\%)$

21 $\triangle$ACP에서

$\angle APC = 35^\circ - 10^\circ = 25^\circ$

이때 $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$이므로 네 점 A, C, P, B는 한 원 위에 있다. .... [2점]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 네 점 A, C, P, B를 지나는 원에서 $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로



$\angle ABC = \angle APC = 25^\circ$ .... [1점]

한편 $\overline{CA}$, $\overline{CB}$는 반원의 반지름이므로

$\overline{CA} = \overline{CB}$

즉, $\triangle$ACB는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = \angle ABC = 25^\circ$

이고,

$\angle ACB = 180^\circ - 2 \times 25^\circ = 130^\circ$ .... [2점]

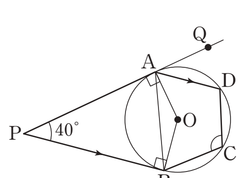
따라서

$\angle BCP = 180^\circ - (\angle MCA + \angle ACB)$

$= 180^\circ - (35^\circ + 130^\circ)$

$= 15^\circ$ .... [1점]

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$에 접하면서 네 점 A, B, C, D를 지나는 원을 그려 원의 중심을 O라 하고, $\overline{PA}$의 연장선 위의 점을 Q라 하자.



□APBO에서

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$이므로

$\angle AOB = 180^\circ - \angle APB$

$= 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

이때 $\triangle$OAB는 $\overline{AO} = \overline{BO}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$ .... [2점]

한편 $\overline{AD} /\!/ \overline{PB}$이므로

$\angle QAD = \angle APB = 40^\circ$ (동위각)

따라서

$\angle DAO = 90^\circ - \angle QAD$

$= 90^\circ - 40^\circ$

$= 50^\circ$ .... [1점]

$\angle DAB = \angle OAB + \angle DAO$

$= 20^\circ + 50^\circ$

$= 70^\circ$

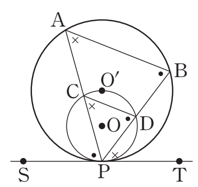
이고, □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle C = 180^\circ - \angle DAB$

$= 180^\circ - 70^\circ$

$= 110^\circ$ .... [2점]

23 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 두 원의 공통인 접선 ST를 그으면



$\triangle$PDC와 $\triangle$PBA에서

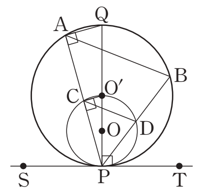
$\angle PDC = \angle SPA = \angle PBA$,

$\angle PCD = \angle TPB = \angle PAB$

이므로

$\triangle PDC \backsim \triangle PBA$ (AA 닮음) .... [2점]

이때 $\angle SPO = \angle SPO' = 90^\circ$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$의 연장선이 원 O′과 만나는 점을 Q라 하면 선분 PQ는 원 O′의 지름이다.



즉, $\angle PAQ = 90^\circ$ .... [1점]

$\triangle$PCO′와 $\triangle$PAQ에서

$\angle PCO' = \angle PAQ = 90^\circ$, $\angle CPO'$은 공통

이므로

$\triangle PCO' \backsim \triangle PAQ$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{PC} : \overline{PA} = \overline{PO'} : \overline{PQ} = 4 : 8 = 1 : 2$

즉, $\triangle$PDC와 $\triangle$PBA의 닮음비는 $1 : 2$이므로

$\triangle PDC : \triangle PBA = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$ .... [2점]

따라서 $\triangle PBA = 4\triangle PDC$에서

$\triangle PDC : \square ACDB = \triangle PDC : (\triangle PBA - \triangle PDC)$

$= \triangle PDC : (4\triangle PDC - \triangle PDC)$

$= \triangle PDC : 3\triangle PDC$

$= 1 : 3$ .... [2점]

24 학생 수는 모두 6이므로

$a+b+2+1=6$

따라서 $a+b=3$ ······ ㉠

6명의 학생이 15번의 퀴즈 대항전에서 받은 점수의 총합은

$15 \times 4 = 60$(점)

이므로

$4 \times a + 8 \times b + 12 \times 2 + 16 \times 1 = 60$

$4a + 8b + 40 = 60$

따라서 $a + 2b = 5$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=2$ .... [3점]

이때 6명의 학생이 받은 점수의 평균은

$\dfrac{4+16+24+16}{6}=10$(점)

이므로 받은 점수에 대한 편차를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

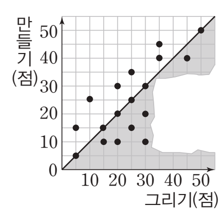
받은 점수(점)	4	8	12	16	합계
학생 수(명)	1	2	2	1	6
편차(점)	-6	-2	2	6	0

따라서 분산은

$\dfrac{(-6)^2\times1+(-2)^2\times2+2^2\times2+6^2\times1}{6}=\dfrac{44}{3}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

25 주어진 산점도에 18개의 점이 있으므로 찢어진 부분에 2개의 점이 있다.

만들기 점수보다 그리기 점수가 높은 학생의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 경계선을 제외하고 어두운 부분에 있는 점이다. ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]



찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 그리기 점수를 각각 a점, b점 $(a\le b)$이라 하면 그리기 점수의 평균이 31.25점이므로

$\dfrac{15+20+25+30\times2+45+a+b}{8}=31.25$

$a+b+165=250$

따라서 $a+b=85$

이때 $a\le b$이고, 찢어진 부분의 그리기 점수는 35점, 40점, 45점, 50점이므로

$a=35$, $b=50$ 또는 $a=40$, $b=45$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 만들기 점수를 각각 c점, d점 $(c\le d)$이라 하면 만들기 점수의 평균이 20점이므로

$\dfrac{10\times3+15+20+40+c+d}{8}=20$

$105+c+d=160$

따라서 $c+d=55$

이때 찢어진 부분의 만들기 점수는 10점, 15점, 20점, 25점, 30점이므로

$c=25$, $d=30$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

따라서 가능한 자료를 순서쌍 (그리기 점수, 만들기 점수)로 나타내면

(35, 25)과 (50, 30), (35, 30)과 (50, 25),
(40, 25)와 (45, 30), (40, 30)과 (45, 25)

의 4가지이다. ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

Ⅵ-(3) 원주각의 활용 ~ Ⅶ-(2) 상관관계

서술형 평가 제1회

본문 172~175쪽

01 22°	**02** 54°	**03** 26°	**04** 125°	**05** 198°
06 30°	**07** 192°	**08** 46°	**09** 63°	**10** 13
11 177 cm	**12** -8	**13** $\frac{1}{2}$	**14** 13	**15** 80점

01 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB=\angle ADB=43°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

$\triangle EBC$에서 $\angle EBC+\angle ECB=\angle AEB$이므로

$\angle x+43°=65°$

따라서 $\angle x=65°-43°=22°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

02 직선 BT는 원 O의 접선이므로

$\angle x=\angle CBT=72°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]

따라서

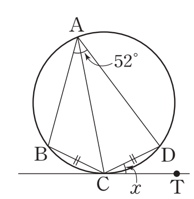
$\angle BOC=2\angle x=2\times72°=144°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

이고, $\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle y=\dfrac{1}{2}\times(180°-144°)=18°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]

따라서 $\angle x-\angle y=72°-18°=54°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [1점]

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle BAC$

$=\dfrac{1}{2}\times52°$

$=26°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

따라서 $\angle x=\angle CAD=26°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

04 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABC=90°$

따라서 $\angle EBC=90°-67°=23°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

$\triangle PBC$에서 $23°+\angle BCP=78°$이므로

$\angle BCP=78°-23°=55°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

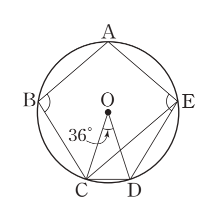
□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle DAB+\angle BCD=180°$

$\angle DAB+55°=180°$

따라서 $\angle DAB=180°-55°=125°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [2점]

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

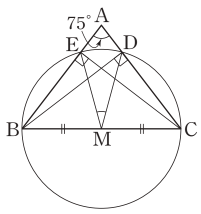


$\angle CED=\dfrac{1}{2}\angle COD$

$=\dfrac{1}{2}\times36°=18°$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ [3점]

□ABCE가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC+\angle AEC=180°$
따라서
$\angle ABC+\angle AED=\angle ABC+(\angle AEC+\angle CED)$
$=(\angle ABC+\angle AEC)+\angle CED$
$=180°+18°$
$=198°$ …… [3점]

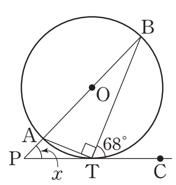
06 $\angle BEC=\angle BDC=90°$이므로 네 점 B, C, D, E는 오른쪽 그림과 같이 한 원 위에 있고, $\overline{BC}$는 원의 지름이다.
이때 $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 점 M은 원의 중심이다. …… [3점]



△ABD에서
$\angle ABD=90°-75°=15°$ …… [2점]
이므로
$\angle EMD=2\angle EBD$
$=2\times15°=30°$ …… [2점]

07 □ABCD가 원 O에 내접하므로 $\angle DAB=\angle DCE$에서
$\angle x+29°=80°$
따라서 $\angle x=80°-29°=51°$ …… [2점]
$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ACD=90°$
△ACD에서
$\angle ADC=180°-(90°+51°)=39°$ …… [2점]
따라서 $\angle ABC+\angle ADC=180°$이므로
$\angle y+39°=180°$
즉, $\angle y=180°-39°=141°$ …… [2점]
따라서 $\angle x+\angle y=51°+141°=192°$ …… [1점]

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ATB=90°$
따라서
$\angle ATP=180°-(90°+68°)$
$=22°$ …… [4점]



이때 $\angle BAT=\angle BTC=68°$이므로
△APT에서
$\angle x+22°=68°$
따라서 $\angle x=68°-22°=46°$ …… [3점]

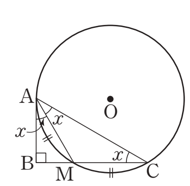
09 △DBE에서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180°-66°)=57°$ …… [2점]
이때 $\overline{BC}$는 원 O의 접선이므로
$\angle DFE=\angle DEB=57°$ …… [2점]
따라서 △DEF에서
$\angle x=180°-(60°+57°)=63°$ …… [3점]

10 주어진 변량의 평균은
$\frac{7+4+6+5+3+8+9+5+6+5}{10}$
$=\frac{58}{10}=5.8$
이므로
$A=5.8$ …… [2점]
주어진 변량을 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9
이때 중앙값은 5번째와 6번째 수의 평균이므로
$\frac{5+6}{2}=5.5$
즉, $B=5.5$ …… [3점]
최빈값은 5이므로 $C=5$ …… [1점]
따라서 $5A-2B-C=29-11-5=13$ …… [1점]

11 등산 동아리에 새로 입단한 학생 5명의 키의 평균을 x cm라 하면
등산 동아리 학생 25명의 키의 평균이 165 cm이므로
$\frac{162\times20+x\times5}{20+5}=165$ …… [5점]
$3240+5x=4125$
$5x=885$
$x=177$
따라서 등산 동아리에 새로 입단한 학생 5명의 키의 평균은 177 cm이다. …… [2점]

12 편차의 총합은 0이므로
$4+(-1)+(-3)+b+6=0$
따라서 $b=-6$ …… [2점]
봉사활동 시간이 20시간인 학생의 편차가 -1시간이므로
$-1=20-$(평균)
즉, (평균)$=20-(-1)=21$(시간) …… [2점]
따라서 $a-21=4$에서 $a=25$,
$c-21=6$에서 $c=27$ …… [2점]
따라서 $a+b-c=25+(-6)-27=-8$
…… [1점]

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$을 긋고,
$\angle ACB=\angle x$라 하면
$\widehat{AM}=\widehat{MC}$이므로
$\angle CAM=\angle ACM=\angle x$
…… [2점]



또 $\overline{AB}$가 원 O의 접선이므로
$\angle BAM=\angle ACM=\angle x$ …… [2점]
△ABC에서
$(\angle x+\angle x)+90°+\angle x=180°$
$3\angle x=90°$
$\angle x=30°$ …… [2점]
따라서 $\sin C=\sin 30°=\frac{1}{2}$ …… [2점]

14 주어진 변량의 평균은

$\dfrac{4+a+7+(9-a)+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6$ .... [3점]

분산이 34이므로

$\dfrac{(4-6)^2+(a-6)^2+(7-6)^2+(9-a-6)^2+(10-6)^2}{5}$

$=\dfrac{4+a^2-12a+36+1+9-6a+a^2+16}{5}$

$=\dfrac{2a^2-18a+66}{5}=34$ .... [3점]

$2a^2-18a-104=0$, $a^2-9a-52=0$

$(a+4)(a-13)=0$

이때 $a>0$이므로

$a=13$ .... [2점]

15 중간고사와 기말고사의 수학 성적의 평균이 상위 20% 이내에 드는 학생은

$20\times\dfrac{20}{100}=4$(명) .... [3점]

상위 20 % 이내에 드는 학생들의 중간고사와 기말고사의 수학 성적을 순서쌍 (중간고사, 기말고사)로 나타내면

(100, 90), (90, 90), (90, 80), (80, 80)

.... [3점]

이 학생들의 중간고사와 기말고사의 수학 성적의 평균을 차례로 구하면

95점, 90점, 85점, 80점

이므로 상위 20 % 이내에 들려면 중간고사와 기말고사의 수학 성적의 평균은 적어도 80점 이상이어야 한다.

.... [2점]

서술형 평가 제2회

본문 176~179쪽

01 80°	**02** 58°	**03** 70°	**04** 95°	**05** 60°
06 152°	**07** 256°	**08** 25°	**09** 3°	**10** 4
11 88점	**12** 3.5 또는 $\frac{7}{2}$	**13** 45°	**14** 157	
15 8.6점				

01 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle y=\angle DAC=54^\circ$ .... [2점]

$\triangle DPB$에서 $28^\circ+\angle x=54^\circ$이므로

$\angle x=54^\circ-28^\circ=26^\circ$ .... [2점]

따라서 $\angle x+\angle y=54^\circ+26^\circ=80^\circ$ .... [1점]

02 □ABCD가 원에 내접하므로 $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$에서

$\angle BAD+108^\circ=180^\circ$

즉, $\angle BAD=180^\circ-108^\circ=72^\circ$ .... [3점]

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle x=180^\circ-(72^\circ+50^\circ)$

$=58^\circ$ .... [2점]

03 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\angle BCA:\angle CAB:\angle ABC=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}$

$=6:7:5$ .... [2점]

이때 직선 BT는 원 O의 접선이므로

$\angle CBT=\angle CAB$

$=\dfrac{7}{6+7+5}\times180^\circ=70^\circ$ .... [3점]

04 □ABCD가 원에 내접하므로 $\angle DAB=\angle DCE$에서

$\angle x+35^\circ=78^\circ$

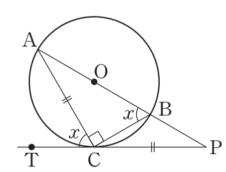
따라서 $\angle x=43^\circ$ .... [3점]

$\triangle ABD$에서

$\angle y=180^\circ-(43^\circ+35^\circ+50^\circ)=52^\circ$ .... [2점]

따라서 $\angle x+\angle y=43^\circ+52^\circ=95^\circ$ .... [1점]

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$이고,

$\angle ABC=\angle ACT=\angle x$

이므로 $\triangle ACB$에서

$\angle BAC=180^\circ-(90^\circ+\angle x)$

$=90^\circ-\angle x$ .... [2점]

$\triangle ACP$에서 $\overline{AC}=\overline{PC}$이므로

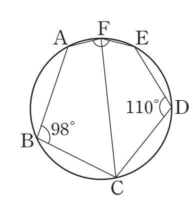
$\angle CPB=\angle BAC=90^\circ-\angle x$ .... [2점]

이때 $\angle x=(90^\circ-\angle x)+(90^\circ-\angle x)$이므로

$3\angle x=180^\circ$

따라서 $\angle x=60^\circ$ .... [2점]

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$를 그으면



□ABCF가 원에 내접하므로

$\angle ABC+\angle CFA=180^\circ$에서

$98^\circ+\angle CFA=180^\circ$

이므로

$\angle CFA=180^\circ-98^\circ$

$=82^\circ$ .... [3점]

또 □CDEF가 원에 내접하므로 $\angle CDE+\angle CFE=180^\circ$에서

$110^\circ+\angle CFE=180^\circ$

이므로

$\angle CFE=180^\circ-110^\circ=70^\circ$ .... [3점]

따라서

$\angle AFE=\angle CFA+\angle CFE$

$=82^\circ+70^\circ$

$=152^\circ$ .... [1점]

내신콘서트 중3 기말 해설 육.indd 87 2022. 6. 22. 오후 4:37

07 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle y = \angle \mathrm{CDP}$
$= 104°$ ······················· [2점]
□ABQP가 원 O에 내접하므로 $\angle \mathrm{BAP} + \angle \mathrm{BQP} = 180°$에서
$\angle \mathrm{BAP} + 104° = 180°$
이므로
$\angle \mathrm{BAP} = 180 - 104° = 76°$ ······················· [2점]
이때 $\angle \mathrm{BAP}$는 호 PB에 대한 원주각이므로
$\angle x = 2\angle \mathrm{BAP}$
$= 2 \times 76° = 152°$ ······················· [2점]
따라서 $\angle x + \angle y = 152° + 104° = 256°$ ······················· [1점]

08 △ABD에서
$\angle \mathrm{BAD} = 180° - (39° + 41°)$
$= 100°$ ······················· [1점]
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle \mathrm{BAD} + \angle \mathrm{BCD} = 180°$에서
$\angle y = 180° - 100°$
$= 80°$ ······················· [2점]
$\angle \mathrm{DBC} = \angle \mathrm{DCT} = 45°$이므로 △BCD에서
$\angle x = 180° - (45° + 80°)$
$= 55°$ ······················· [3점]
따라서 $\angle y - \angle x = 80° - 55° = 25°$ ······················· [1점]

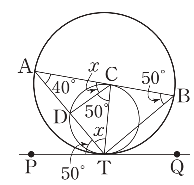
09 △ABC에서
$\angle \mathrm{PBA} = 24° + 27° = 51°$ ······················· [1점]
△APB에서 $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$이므로
$\angle \mathrm{PAB} = \angle \mathrm{PBA} = 51°$
따라서 $\angle x = 180° - (51° + 51°) = 78°$ ······················· [2점]
이때 $\overline{\mathrm{PA}}$는 원의 접선이므로
$\angle y = \angle \mathrm{DAP}$
$= 24° + 51° = 75°$ ······················· [3점]
따라서 $\angle x - \angle y = 78° - 75° = 3°$ ······················· [1점]

10 10개 변량의 평균이 3.2이므로
$\dfrac{4 + (-3) + (-6) + 11 + a + (-1) + 5 + b + 0 + 10}{10} = 3.2$
$a + b + 20 = 32$
따라서 $a + b = 12$ ······················· [3점]
두 식 $a - b = -4$, $a + b = 12$를 연립하여 풀면
$a = 4$, $b = 8$ ······················· [2점]
따라서 최빈값은 4이다. ······················· [2점]

11 처음 학생 6명의 수학 점수를 낮은 점수부터 차례로 나열하였을 때, 네 번째 학생의 수학 점수를 x점이라 하면 중앙값이 85점이므로
$\dfrac{82 + x}{2} = 85$, $82 + x = 170$
따라서 $x = 88$ ······················· [4점]
이때 수학 점수가 90점인 학생을 포함한 7명의 학생의 수학 점수를 낮은 점수부터 차례로 나열하면 7명의 학생의 수학 점수의 중앙값은 네 번째 학생의 수학 점수인 88점이다.
······················· [3점]

12 $\dfrac{(2a+3) + (2b+3) + (2c+3) + (2d+3)}{4} = 10$에서
$\dfrac{2(a+b+c+d) + 12}{4} = 10$
$2(a+b+c+d) + 12 = 40$
$2(a+b+c+d) = 28$
$a + b + c + d = 14$ ······················· [4점]
따라서 네 수 a, b, c, d의 평균은
$\dfrac{a+b+c+d}{4} = \dfrac{14}{4} = 3.5$ ······················· [3점]

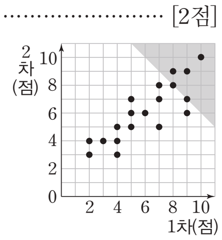
13 직선 PQ는 큰 원의 접선이므로
$\angle \mathrm{ATP} = \angle \mathrm{TBA} = 50°$ ······················· [2점]
오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AT}}$와 작은 원의 교점을 D라 하고, $\overline{\mathrm{CD}}$를 그으면
$\angle \mathrm{DCT} = \angle \mathrm{DTP} = 50°$
······················· [2점]



$\overline{\mathrm{AB}}$가 작은 원의 접선이므로
$\angle \mathrm{ACD} = \angle \mathrm{CTD} = \angle x$ ······················· [2점]
△ATC에서
$40° + \angle x + (\angle x + 50°) = 180°$
$2\angle x = 90°$
따라서 $\angle x = 45°$ ······················· [2점]

14 4개의 변량 14, 9, a, b의 평균이 10이므로
$\dfrac{14 + 9 + a + b}{4} = 10$
$23 + a + b = 40$
따라서 $a + b = 17$ ······ ㉠ ······················· [3점]
분산이 8.5이므로
$\dfrac{(14-10)^2 + (9-10)^2 + (a-10)^2 + (b-10)^2}{4} = 8.5$
$a^2 + b^2 - 20(a+b) + 217 = 34$ ······················· [3점]
이 식에 ㉠을 대입하면
$a^2 + b^2 - 20 \times 17 + 217 = 34$
따라서 $a^2 + b^2 = 157$ ······················· [2점]

15 1차와 2차의 활쏘기 점수의 평균이 8점 이상이려면 두 점수의 합이 16점 이상이어야 한다. ······················· [2점]
이때 1차와 2차의 활쏘기 점수의 합이 16점 이상인 학생들의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 어두운 부분에 속하는 점과 그 경계선 위에 있는 점이므로 이 학생들의 2차 활쏘기 점수는 차례로



7점, 8점, 9점, 9점, 10점
이다. ······················· [3점]
따라서 구하는 평균은
$\dfrac{7+8+9+9+10}{5} = \dfrac{43}{5} = 8.6$(점) ······················· [3점]