

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

**5지선다형**

1. 두 다항식

$$A = 2x^2 + 3y^2 - 2, B = x^2 - y^2$$

에 대하여  $A - B$ 는? [2점]

- ①  $-x^2 + y^2 - 2$     ②  $-x^2 + 4y^2$     ③  $x^2 + y^2$   
 ④  $x^2 + y^2 + 2$     ⑤  $x^2 + 4y^2 - 2$

2. 두 집합

$$A = \{1, 4\}, B = \{1, 2, a\}$$

에 대하여  $A \subset B$ 가 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

3. 이차방정식  $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{10}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{3}{10}$     ④  $\frac{2}{5}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

4. 연립부등식

$$\begin{cases} 3x \geq 2x + 3 \\ x - 10 \leq -x \end{cases}$$

를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 10    ② 12    ③ 14    ④ 16    ⑤ 18

5. 좌표평면에서 원  $(x-a)^2 + (y+4)^2 = 16$ 을  
 $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 도형이  
 원  $(x-8)^2 + (y-b)^2 = 16$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

6. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x)$ 가  
 있다. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(g \circ g)(x) = 3x - 1$ 일 때,  
 $((f \circ g) \circ g)(a) = a$ 를 만족시키는 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③ 1      ④  $\frac{7}{5}$       ⑤  $\frac{9}{5}$

7. 좌표평면 위의 세 점  $A(5, 1)$ ,  $B(-1, 4)$ ,  $C(a, b)$ 에 대하여  
 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점의 좌표와 선분  $AC$ 를 2:1로  
 외분하는 점의 좌표가 서로 같을 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

8. 실수부분이 1인 복소수  $z$ 에 대하여  $\frac{z}{2+i} + \frac{\bar{z}}{2-i} = 2$ 일 때,  $z\bar{z}$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

10. 다항식  $(x^2+4)^2 - 3x(x^2+4) - 4x^2$ 이  $(x+a)^2(x^2+bx+c)$ 로 인수분해될 때, 세 정수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

9. 좌표평면 위에 두 점  $A(2, 4), B(5, 1)$ 이 있다. 직선  $y = -x$  위의 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP} = \overline{BP}$ 일 때, 선분  $OP$ 의 길이는? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③  $\sqrt{2}$     ④  $2\sqrt{2}$     ⑤  $4\sqrt{2}$

11.  $x$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |x-5| < 1 \\ x^2 - 4ax + 3a^2 > 0 \end{cases}$$

이 해를 갖지 않도록 하는 자연수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

12. 좌표평면 위의 두 점  $A(1, 0)$ ,  $B(6, 5)$ 와 직선  $y=x$  위의

점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 값이 최소가 되도록 하는

점  $P$ 를  $P_0$ 이라 하자. 직선  $AP_0$ 을 직선  $y=x$ 에 대하여

대칭이동한 직선이 점  $(9, a)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

13. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : (x+1)(x+2)(x-3)=0,$$

$$q : x^2+kx+k-1=0$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수  $k$ 의 값의 곱은? [3점]

- ① -18    ② -16    ③ -14    ④ -12    ⑤ -10

14. 원  $C : x^2+y^2-2x-ay-b=0$ 에 대하여 좌표평면에서

원  $C$ 의 중심이 직선  $y=2x-1$  위에 있다.

원  $C$ 와 직선  $y=2x-1$ 이 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

원  $C$  위의 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값이 4일 때,

$a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이고, 점 P는 점 A도 아니고

점 B도 아니다.) [4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 역함수를 갖는다.  
모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x), f(x^2 + 1) = -2x^2 + 1$$

일 때,  $f(-2)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

16. 유리함수  $f(x) = \frac{4}{x-a} - 4$  ( $a > 1$ )에 대하여 좌표평면에서

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라  
하고 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 두 점근선이 만나는 점을 C라 하자.

사각형 OBCA의 넓이가 24일 때, 상수  $a$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

17. 양수  $k$ 에 대하여 이차함수  $f(x) = -x^2 + 4x + k + 3$ 의 그래프와 직선  $y = 2x + 3$ 이 서로 다른 두 점  $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$ 에서 만난다.  $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값이 10일 때,  $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값은? (단,  $\alpha < \beta$ ) [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

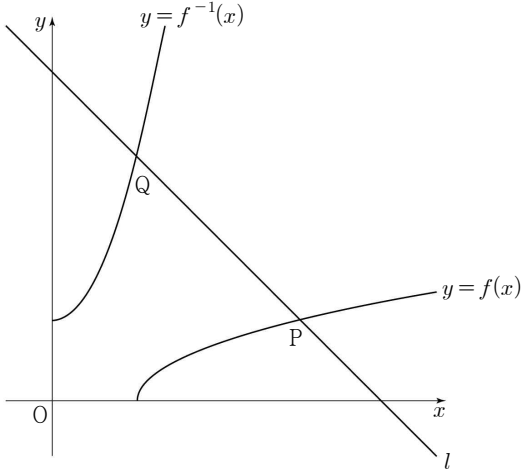
18. 다항식  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

다항식  $f(x) + g(x)$ 를  $x$ 로 나누었을 때의 나머지와  
 다항식  $f(x) + g(x)$ 를  $x^2 + 2x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가  
 $x^2 + 2x - \frac{1}{2}f(x)$ 로 같다.

$g(1) = 7$ 일 때,  $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 20      ② 22      ③ 24      ④ 26      ⑤ 28

19. 그림과 같이 함수  $f(x) = \sqrt{x-2}$  와 그 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여 기울기가  $-1$ 인 직선  $l$ 이 곡선  $y = f(x)$ 와 점 P에서 만나고 직선  $l$ 이 곡선  $y = f^{-1}(x)$ 와 점 Q에서 만난다.



다음은 삼각형 OPQ의 외접원의 넓이가  $\frac{25}{2}\pi$ 일 때, 점 P의  $y$ 좌표를 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

점 P의  $y$ 좌표를  $a(a \geq 0)$ 이라 하면  
 점 P의 좌표는  $(\boxed{\text{(가)}}, a)$ 이다.  
 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 는 직선  $y = x$ 에 대하여 서로 대칭이고 두 직선  $l$ 과  $y = x$ 는 서로 수직이므로  
 두 점 P와 Q는 직선  $y = x$ 에 대하여 서로 대칭이다.  
 그러므로 삼각형 OPQ의 외접원의 중심을 C라 하면  
 점 C는 직선  $y = x$  위에 있다.  
 삼각형 OPQ의 외접원의 넓이가  $\frac{25}{2}\pi$ 일 때,  
 점 C의 좌표는  $(\boxed{\text{(나)}}, \boxed{\text{(나)})}$ 이고,  
 $\overline{CP} = \overline{CO}$ 에서  $a = \boxed{\text{(다)}}$   
 따라서 점 P의  $y$ 좌표는  $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을  $g(a)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $m, n$ 이라 할 때,  $m + g(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ②  $\frac{33}{4}$       ③  $\frac{17}{2}$       ④  $\frac{35}{4}$       ⑤ 9

20. 실수  $t(t > 0)$ 에 대하여 좌표평면 위에 네 점 A(1, 4), B(5, 4), C(2t, 0), D(0, t)가 있다. 선분 CD 위에  $\angle APB = 90^\circ$ 인 점 P가 존재하도록 하는  $t$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M - m$ 의 값은? [4점]

- ①  $2\sqrt{5}$       ②  $\frac{5\sqrt{5}}{2}$       ③  $3\sqrt{5}$       ④  $\frac{7\sqrt{5}}{2}$       ⑤  $4\sqrt{5}$



21.  $n(U)=5$ 인 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여

$$n(B \cap C)=2, n(B-A)=1, n(C-A)=2$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $n(A \cap B \cap C) \neq 0$
- ㄴ.  $n(A \cap B \cap C)=2$ 이면  $n(C)=4$ 이다.
- ㄷ.  $n(A) \times n(B) \times n(C)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 42이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2+10x+a=0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식  $x^3+ax^2-7$ 을  $x-2$ 로 나눈 나머지가 17일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 연립방정식

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 6 \end{cases}$$

의 해가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 일 때,  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 정수  $k$ 에 대한 두 조건  $p$ ,  $q$ 가 모두 참인 명제가 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

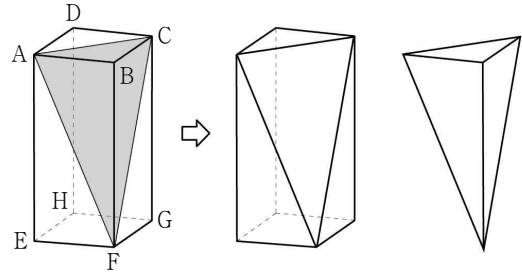
$p$  : 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 + 2kx + 4k + 5 > 0$ 이다.

$q$  : 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 = k - 2$ 이다.

26. 좌표평면에서 점  $(a, a)$ 를 지나고 곡선  $y = x^2 - 4x + 10$ 에 접하는 두 직선이 서로 수직일 때, 이 두 직선의 기울기의 합을 구하시오. [4점]

27. 삼차방정식  $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  
 $\{\omega(\bar{\omega}-1)\}^n = 256$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 직육면체 ABCD-EFGH에서 단면 AFC가  
 생기도록 사면체 F-ABC를 잘라내었다.  
 입체도형 ACD-EFGH의 모든 모서리의 길이의 합을  $l_1$ ,  
 겹넓이를  $S_1$ 이라 하고, 사면체 F-ABC의 모든 모서리의 길이의  
 합을  $l_2$ , 겹넓이를  $S_2$ 라 하자.  $l_1 - l_2 = 28$ ,  $S_1 - S_2 = 61$ 일 때,  
 $\overline{AC}^2 + \overline{CF}^2 + \overline{FA}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 집합  $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 실수 전체의 집합으로의 일대일함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  
 $\{f(x)+x^2-5\} \times \{f(x)+4x\} = 0$ 이다.  
 (나)  $f(0) \times f(1) \times f(2) < 0$

$f(-3)+f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 양수  $m$ 에 대하여 두 함수  $f(x), g(x)$ 는

$$f(x) = x^2 + 2x, g(x) = (x-m)^2 + m$$

이다. 실수  $t (t > -1)$ 에 대하여 집합

$$\{x \mid f(x) = t \text{ 또는 } g(x) = t, x \text{는 실수}\}$$

의 모든 원소의 합을  $h(t)$ 라 하자. 함수  $h(t)$ 의 치역의 모든 원소의 합이 19일 때,  $m$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.