

2019학년도 2학기 2차 지필평가 문항지

학년	과정	과목	과목코드	답안지
2	자유수강제	수학 II	13	A형

2019년 12월 13일 1교시 제 2학년 1반~14반 25 X (29) = 725 매

- ♣ 먼저 답안지에 인적사항 및 과목명, 과목코드, 고사명 등을 정확하게 기록·표기하십시오.
- ♣ 객관식 문항의 답안은 컴퓨터용 사인펜을 이용하여 객관식 답란에 표기하고, 논술형 문항 답안은 논술형 답란에 흑색 또는 청색 볼펜이나 플러스 펜을 이용(연필사용 불가)하여 기재하십시오.
- ♣ 수정사항이 있는 경우 객관식 답안은 수정테이프를 이용하고, 논술형 문항 답안은 두 줄을 긋고 수정하십시오.
- ♣ 모두 6쪽이며, 객관식 16문항, 논술형 평가 3문항입니다.

1. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 > 4x + k$ 가 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값은? [4.1점]

- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

$$x^4 - 4x > k$$

$$x^4 - 4x - k > 0$$

$$4(x^2 - 1)(x^2 + x + 1)$$

2. $\int \frac{x^4}{x^2+1} dx = \int \frac{1}{x^2+1} dx + ax^3 + bx + C$ 가 성립할 때, $3ab$ 의 값은? (단, a, b 는 상수, C 는 적분상수이다.) [4.2점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

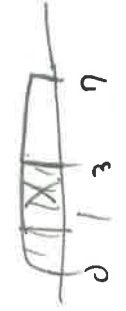
$$\int \frac{x^4-1}{x^2+1} = \int \frac{1}{3} \times (-1)$$

$$a = \frac{1}{3} \quad b = -1$$

$$\int (x^2-1)$$

3. 함수 $f(x) = 6x^2 - 2x + 4$ 에 대하여 $\int_0^7 f(x) dx + \int_3^9 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$ 의 값은? [4.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

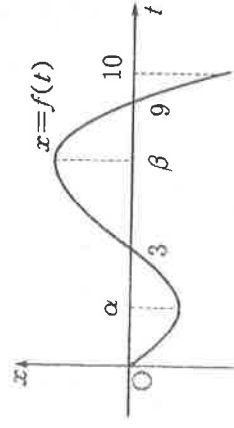


$$\int_0^9 (6x^2 - 2x + 4)$$

$$[2x^3 - x^2 + 4x]_0^9$$

$$2 \cdot 9 + 4 = 22$$

4. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($0 \leq t \leq 10$)에서의 위치 $x = f(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 출발한 후 운동방향을 바꿀 때의 시간 t 의 값을 모두 더한 것은? (단, $f(t)$ 는 삼차함수이고 $t = \alpha$ 에서 극소, $t = \beta$ 에서 극대이다.) [4.3점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$$x(x-3)(x-9)$$

$$x(x^2 - 12x + 27)$$

$$x^3 - 12x^2 + 27x$$

$$3x^2 - 24x + 27$$

$$3(x^2 - 8x + 9)$$

25

→ 다음 (2) 쪽으로 계속

5. 곡선 $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

[4.3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$3x^2 - 12x + 8$

$3x^2 - 12x + 8 = 0$
 $x = 2, \frac{4}{3}$

$\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) - \int_{\frac{4}{3}}^2 (x^3 - 6x^2 + 8x)$



$[\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2]_0^2 - [\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2]_{\frac{4}{3}}$

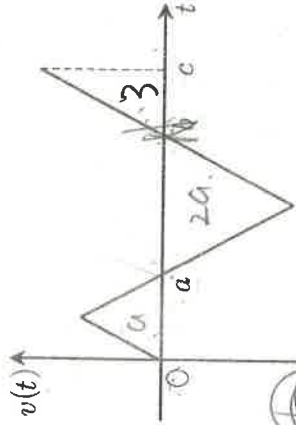
$4 - 16 + 16 - [64(-12) + 144 - (4 - 16 + 16)]$
 $= 0 - [768 - 144 - 0] = -624$

6. 좌표가 (2,1) 점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시작 t에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. $t=c$ 일 때 점 P는 출발점과 같은 위치에 있다.

$\int_a^b |v(t)| dt = 2 \int_0^a |v(t)| dt, \int_0^c |v(t)| dt = 3$

일 때, 출발 후 두 번째로 운동 방향을 바꾸는 순간의 점 P의 위치는? (단, a, b 는 $v(t)=0$ 인 시각 t 의 값이고 $0 < a < b < c$ 이다.)

[4.4점]



- ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

$7a =$

$a = 1.5$

7. 함수 $f(x) = -2x^3 + ax^2 + 6x + b$ 가 $x = -1$ 에서 극솟값-3을 가질 때, $f(a+b)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$-6x^2 + 2ax + 6$

$-f'(-2a+b) = 0$
 $2 + a - 6 + b = -3$

$a + b = 1$
 $a = 0$
 $b = 1$

$f(1)$

$-2 + a + 6 + b$

$-2 + 0 + 6 + 1$

8. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$f(x) = 3x^2 + 2x + 3 \int_0^x f(t) dt$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(x) = 3x^2 + 2x + 3a$

$3x^2 + 2x - 3$

$a = \int_0^1 (3x^2 + 2x + 3a)$

$3 + 2 - 3$

$[x^3 + x^2 + 3ax]'$

$1 + 1 + 3a = a$

$2a = -2$

$a = -1$

$2 + 0 - 2a + 1 = 0$

$a = 3$

$x = a - 2$

→ 다음 (3) 쪽으로 계속

9. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax + 1$ 이 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 정수 a 의 개수는? [4.7점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$3x^2 + 2a \geq 2a$

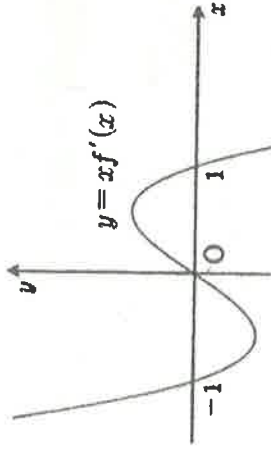
$a^2 - 3 + 2a \leq 0$

$a^2 - 6a \leq 0$

$a(a-6) \leq 0$

$0 \leq a \leq 6$

10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = xf'(x)$ 의 그래프가 그림과 같이 x 축과 만나는 세 점의 x 좌표가 $-1, 0, 1$ 이다. $\langle \text{보기} \rangle$ 에 서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.8점]



$\langle \text{보기} \rangle$

- ㄱ. $0 < x < 1$ 에서 함수 $f(x)$ 는 증가한다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 양수이다.
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극솟값을 갖는다.

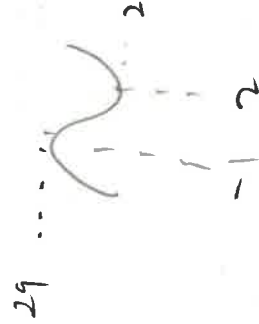
- ㄱ, ㄴ, ㄷ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$6x^2 - 6x - 12$

$6(x^2 - x - 2)$

$6(x-2)(x+1)$

$2x^2$



$-2 - 3 + 12 + 22$

$16 - 12 - 2 + 4 + 22$

$2x^3 - 3x^2 - 12x + 22 = 0$

11. 자연수 n 에 대하여 방정식 $2x^3 - x^2 - 12x + 22 = 2x^2 + n$ 의 서로 다른 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4.9점]

- ① 81 ② 82 ③ 83 ④ 84 ⑤ 85

$a_1 \cap a_3 = 1$
 $a_{10} \cap a_{29} = 2$
 $10 \times 4 \times 29 = 3$

$2x^3 - 3x^2 - 12x + 22 = 0$

58

$6x^2 - 6x - 12$

$6(x^2 - x - 2)$

$6(x-2)(x+1)$

$-2 - 3 + 12 + 22$

$-5 - 3 + 12 + 22$

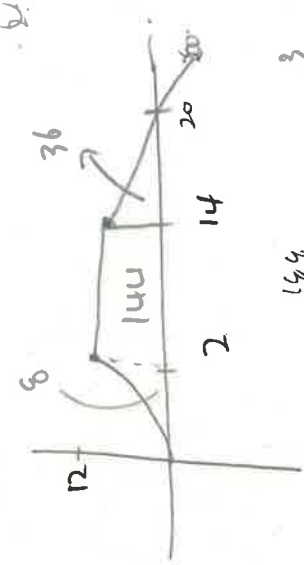
4

12. 어느 건물에 설치된 엘리베이터가 1층에서 출발하여 멈추지 않고 올라가서 맨 위층에 도착하여 멈추었다고 한다. 이때 t 초 후의 엘리베이터의 속도 $v(t)$ m/s는

$v(t) = \begin{cases} 3t^2 & (0 \leq t \leq 2) \\ 12 & (2 \leq t \leq 14) \\ -2t + 40 & (14 \leq t \leq 20) \end{cases}$

이다. 이 엘리베이터가 출발한 지 a 초 후에 멈추었다. 출발한 후 멈출 때까지 엘리베이터가 움직인 거리를 b m라 할 때, $a+b$ 는?

- ① 208 ② 202 ③ 198 ④ 192 ⑤ 188



$\frac{144}{2} \times 2$

$\int_0^2 (3t^2)$

$\frac{144}{36} \times 2$

$[t^3]_0^2$

$4t^2$

$2 < a < 5$

$a_{29} = 3$

$a_{30} = 1$

13. 방정식 $x^3 - 3px + p = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 p 의 범위가 $p > \frac{a}{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로 소인 자연수이다.) [5.1점]

- ① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

3 $-x^3 + 3px = p$

$-x(x^2 - 3p)$

$-3x^2 + 3p$ $-x^2 - 3p$

$3x^2 = 3p$

$x^2 = p$



$\sqrt{p} < p < 2\sqrt{p}$

$\sqrt{p} < 1 < 2\sqrt{p}$ $1 < p < 4$

$p < 1 < 4p$

14. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

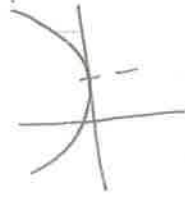
$\int_1^x (x-t)f(t)dt = x^3 + ax^2 + 3x - 1$ 일 때, $\int_0^2 |f(x)|dx$ 의

값은? (단, a 는 상수이다.) [5.2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$0 = 1 + a + 3 - 1$

$a = -3$



$3(x^2 - 2x + 1)$

$3(x-1)^2$

$\int_1^x x f(t) - \int_1^x t f(t) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$x \int_1^x f(t) - \int_1^x t f(t) \quad 3 \int_0^2 (x^2 - 2x + 1) \quad |_{4-10}$

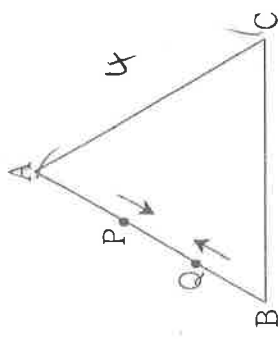
$\int_1^x f(t) + x f(t) - \int_1^x t f(t)$ $[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x]^2$

$3(\frac{8}{3} - 4 + 2)$

$\int_1^x f(t) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$f(t) = 3t^2 - 6t + 3$

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC가 있다. 점 P는 점 A를 출발하여 시계반대방향으로, 점 Q는 점 B를 출발하여 시계방향으로 변을 따라 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 출발한 후 t 초가 지났을 때의 속력이 각각 $6t, 2t+6$ 일 때, 두 점 P, Q가 동시에 출발하여 세 번째로 만나는 것은 출발한 후 몇 초인가? [5.3점]



- ① 2초 ② 2.5초 ③ 3초 ④ 3.5초 ⑤ 4초

6

$3t^2 = t^2 + 6t$

$2t^2 - 6t = 0$

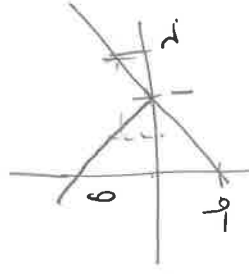
$2t(t-3) = 0$

~~$3x^3 - 3x^2 + 3x - 1$~~

$3x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$x^2 + a + 3 - 1 \quad 3x^2 = 6x + 3$

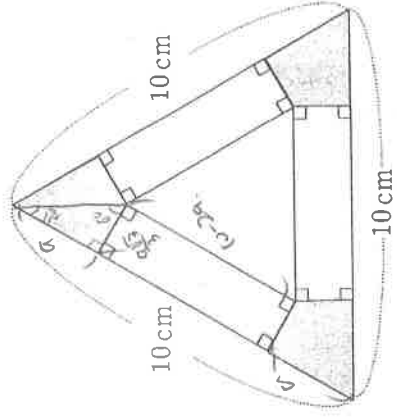
$a = -3$ $6x = 6$



$\frac{1+6}{2}$

$3+3$

16. 한 변의 길이가 10 cm 인 정삼각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 세 귀퉁이에서 모양과 크기가 모두 같은 사각형으로 잘라 내고 나머지 부분을 접어서 뚜껑이 없는 삼각기둥 모양의 상자를 만들려고 한다. 이때 만들 수 있는 삼각기둥 모양 상자의 부피의 최댓값은? [5.4점]



- ① $\frac{496}{27} \text{ cm}^3$
- ② $\frac{166}{9} \text{ cm}^3$
- ③ $\frac{500}{27} \text{ cm}^3$
- ④ $\frac{502}{27} \text{ cm}^3$
- ⑤ $\frac{56}{3} \text{ cm}^3$



$$\frac{h}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{h}{a} = \sqrt{3}$$

$$\frac{2h}{a} = a\sqrt{3}$$

$$2h = a^2\sqrt{3}$$

$$h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \times a + \frac{1}{2}$$

$$\frac{(10-2a)\sqrt{3}}{4} \times \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3a(10-2a)}{4}$$

$$\frac{a(10-40a+4a^2)}{4} = \frac{4a^3 - 40a^2 + 100a}{4}$$

$$a^3 - 10a^2 + 25a = 0$$

【논술형 평가 1】 양의 실수 t에 대하여 두 곡선

$$y = x^4 - 2, y = -x^4 + \frac{2}{t}$$

로 둘러싸인 도형의 넓이를 S(t)라고 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

$$\frac{16}{5}$$

$$\frac{125}{27} - 10 \times \frac{25}{9} + 25 + \frac{5}{3}$$

$$\frac{125}{27} - \frac{250}{9} + \frac{125}{3}$$



$$30^2 - 200 + 25$$



$$30 \times 5 = 150$$

$$(30-5)(5-5) = 0$$

$$\frac{125}{1125}$$

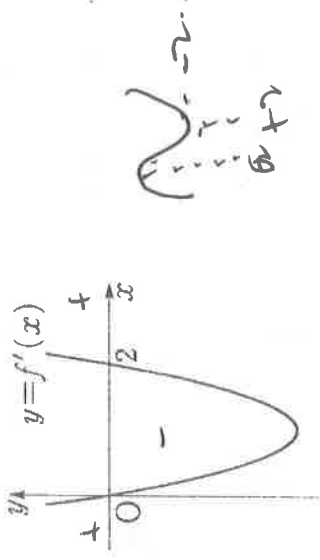
$$\frac{125 - 175 + 200}{27}$$

$$\frac{1125}{506}$$

$$\frac{1125}{125}$$

$$625$$

【논술형 평가 2】 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $y = f'(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 2, 극솟값이 -2 일 때, 다음 물음에 답하시오. [8.0점]



(1) 함수 $f(x)$ 를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

(2) $\int_{-2}^2 f(x) dx$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [2.0점]

-f

【논술형 평가 3】 $x > 0$ 일 때, 두 함수

$$f(x) = \frac{x^m - 1}{m}, g(x) = \frac{x^n - 1}{n}$$

$f(x) \geq g(x)$ 이 항상 성립함을 보이고 그 과정을 서술하시오.
(단, m, n 은 양의 정수이고, $m > n$ 이다.) [9.0점]

$$x^m - \frac{1}{m}$$

~

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이 시험문제의 저작권은 풍덕고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.