

# 2020학년도 자연계열 모의논술고사

## 01

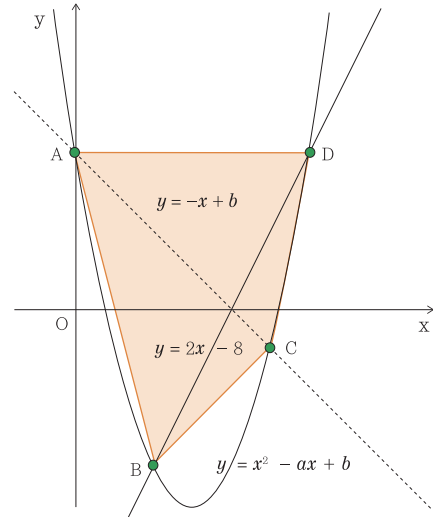
출제문제

※ <문제 1>에서부터 <문제 4>까지 총 4개의 문제가 있고, 각 문제마다 3개의 세부 문항이 있습니다. 답안지의 지정된 양식 안에 각 세부 문항 별로 해당 문항 번호를 쓰고 답을 작성하십시오. 수식과 논리를 명확히 전개하고 근거와 과정을 제시하십시오.

(시험 시간: 100분, 답안 분량: 지정된 답안 양식 내 작성)

### 문제 1

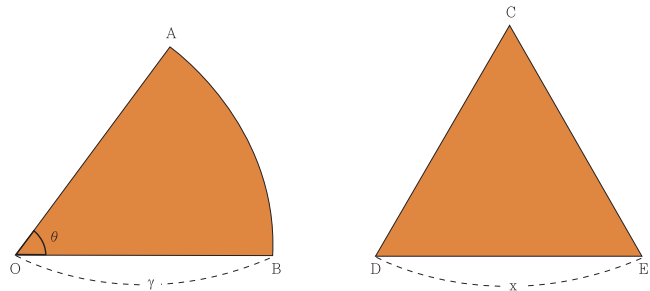
$a, b$ 가 양수일 때, 오른쪽 그림과 같이 이차함수  $y = x^2 - ax + b$ 의 그래프가 직선  $y = -x + b$ 와 만나는 두 점을 A, C라 하고, 직선  $y = 2x - 8$ 과 만나는 두 점을 B, D라 하면  $\overline{AD}$ 는  $x$ 축과 평행하고,  $\overline{BC} = 3\sqrt{2}$ 라고 한다. 다음 물음에 답하십시오. [총 25점]



- (1)  $\overline{AD}$ 가  $x$ 축과 평행함을 이용하여  $b$ 를  $a$ 의 식으로 나타내시오. [5점]
- (2)  $a, b$ 의 값을 각각 구하십시오. [10점]
- (3) 사각형 ABCD의 넓이를 구하십시오. [10점]

### 문제 2

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가  $r$ 이고 중심각의 크기가  $\theta$ 라디안인 부채꼴 OAB와 둘레의 길이가 같은 정삼각형 CDE의 한 변의 길이를  $x$ 라고 하자. (단,  $r > 0, 0 < \theta < 2\pi$ ) 다음 물음에 답하십시오. [총 30점]



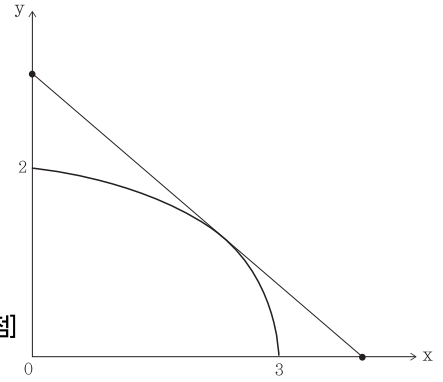
- (1)  $x$ 를  $r, \theta$ 의 식으로 나타내시오. [5점]
- (2) 부채꼴 OAB의 넓이를  $S$ , 정삼각형 CDE의 넓이를  $T$ 라 할 때,  $f(\theta) = \frac{T}{S}$ 인  $\theta$ 의 함수  $f(\theta)$ 를 구하십시오. [10점]
- (3)  $f(\theta)$ 가 최솟값을 가지는  $\theta$ 의 값과 그때  $f(\theta)$ 의 값을 구하십시오. [15점]

### 문제 3

매개변수  $t$  ( $0 < t < \frac{\pi}{2}$ ) 로 나타낸 곡선

$$x = 3 \cos t, y = 2 \sin t$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 25점]



(1) 이 곡선 위의  $t = \frac{5\pi}{12}$  에 대응되는 점의  $x$  좌표를

$a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$  으로 나타낼 때 유리수  $a, b$ 의 값을 각각 구하시오. [5점]

(2) 이 곡선 위의  $t = \alpha$  에 대응되는 점에서 접하는 접선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점의 좌표를 각각  $\alpha$  에 대한 식으로 나타내시오. [10점]

(3) 이 곡선 위의  $t = \alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ ) 에 대응되는 점에서 접하는 접선이  $x$ 축과  $y$ 축에 의해 잘려서 만들어지는 선분의 길이가  $2\sqrt{7}$  일 때,  $\alpha$ 의 값을 구하시오. [10점]

### 문제 4

안이 들여다보이지 않는 상자에 모양과 크기가 같아서 구분할 수 없는  $n$ 개의 탁구공이 들어있는데, 그 중 6개는 노란색, 나머지는 모두 흰색이다. 이 상자에서 임의로 꺼낸 4개의 탁구공 중에서 2개는 노란색, 2개는 흰색 공일 확률을  $p_n$ 이라 할 때,  $p_n$ 의 최댓값을 구하려고 한다. (단,  $n \geq 8$ 이다.)

다음 물음에 답하시오. [총 20점]

(1)  $p_n$ 의 값을  $n$ 의 식으로 나타내시오. [5점]

(2)  $p_n \leq p_{n+1}$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 범위를 구하시오. [10점]

(3)  $p_n$ 의 최댓값을 구하시오. [5점]

## 02 출제개요

#### 가. 출제의도

##### 1) 출제 방향

우리대학의 자연계 논술 시험은 지난해와 마찬가지로 수험생의 학업 부담을 경감시키고자 수학 문제로만 구성하여, 고등학교 수학의 기초 원리를 이해하고 응용할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 고등학생들이 큰 어려움 없이 이해할 수 있는 수리적 문제상황을 제시하고, 논리적인 사고를 따르면 쉽게 해결할 수 있는 세부 문제로 구성하였다. 개별적인 교과 지식의 반복학습과 암기를 통해 습득된 지식을 묻는 것을 지양하고, 수학적 원리에 대한 확실하고 통합적인 이해를 바탕으로 문제를 분석하여 해결하며 그 과정과 결과를 논리적으로 명확하게 기술할 수 있는지를 평가하였다. 그리고 평가의 객관성을 위해 채점의 기준을 최대한 객관화할 수 있도록 출제하였다.

##### 2) 문항별 출제의도

#### 문제 1

수학 I의 방정식과 부등식 단원에서 다루는 이차함수와 이차방정식의 관계 및 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계,