

2021학년도 세종대학교 수시모집 논술고사 문제지(자연계열 A형)

[문제 1] 어느 과수원에서 해마다 사과, 배, 감을 수확하여 일부는 소비자에게 직접 팔기도 한다. 생산하는 사과의 무게는 평균 250g, 표준편차 15g인 정규분포를 따른다고 한다. 다음 물음에 각각 답하시오.

(1-1) 구별이 되지 않는 바구니에 사과, 배, 감을 각각 2개 이상씩, 모두 9개의 과일을 담아 주문 제작하는 상점이 있다. 이 상점에서 4개의 과일바구니를 주문하는 방법의 수를 구하시오. (단, 동일한 구성의 바구니를 중복해서 주문할 수 있다.) (70점)

(1-2) 사과 9개를 담아 판매용 포장을 할 때, 사과 9개의 표본평균이 240g 이하이면 재포장을 한다. 16개가 들어있는 판매용 포장을 하는 경우에도 9개가 들어있는 포장 때와 같은 재포장률을 유지하려고 한다. 16개 사과의 표본평균이 얼마 이하가 되어야 하는지 구하시오. (80점)

(1-3) 판매용 사과가 상해 있을 확률은 0.1이고, 사과 9개가 들어있는 한 상자를 9000원에 판매하는데 이 중 3600원이 수익이라고 한다. 한 상자에서 상한 사과가 3개 이상 나오면 사과는 돌려받지 않고 받은 돈을 환불한다는 조건으로 판매할 때, 한 상자 당 예상 수익은 $0.9^9 \times a + b$ 원이다. 정수 a 와 b 의 값을 각각 구하시오. (80점)

[문제 2] 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 이계도함수는 연속함수이고, 아래 조건을 모두 만족한다. 다음 물음에 각각 답하시오.

< 조건 >

(가) $f(0) = 1$
(나) $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.
(다) $0 \leq x \leq t$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 길이를 $\ell(t)$ 라 할 때, 모든 양의 실수 t 에 대하여 $\ell(t) = \int_0^t f(x) dx$ 가 성립한다.

(2-1) $f'(0)$ 을 구하시오. (70점)

(2-2) $g(x) = f(x) + f'(x)$ 라 할 때, $x > 0$ 에 대하여 $g(x)$ 를 구하시오. (80점)

(2-3) $x > 0$ 에 대하여 $f(x)$ 를 구하시오. (80점)

[문제 3] 함수 $f(x) = \begin{cases} x - \ln x, & x > 1 \\ x, & x \leq 1 \end{cases}$ 에 대하여, $x(1) = e$ 이고 이계도함수가 연속인 함수 $x(t)$ 는 모든 실수 $t > \frac{1}{e-1}$ 에 대하여 $f(x(t)) = (e-1)t - \ln t$ 를 만족한다. 다음 물음에 각각 답하시오.

(3-1) $t > \frac{1}{e-1}$ 인 모든 t 에 대하여 $x(t) > 1$ 임을 보이시오. (80점)

(3-2) $x'(1), x''(1)$ 의 값을 각각 구하시오. (80점)

(3-3) $t > \frac{1}{e-1}$ 인 모든 t 에 대하여 $x''(t) > 0$ 임을 보이시오. (80점)