

2021학년도 중앙대학교 수시모집 논술전형

- 자연계열Ⅲ 문제지 -

대학	학과(학부)	수험 번호	성명

□ 답안 작성 시 유의 사항

1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 12페이지로 구성되어 있습니다.
 2. 연습지가 필요한 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
 3. 답안지의 수험 번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
 4. 답안지는 한 장만 사용하십시오.
 5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
 6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
 7. [문제 4]는 생명과학, 물리, 화학 중 본인이 선택한 한 과목만 답안을 작성하십시오. (다른 과목의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)
 8. 시험 종료 30분 전부터 답안지 교체는 불가합니다.
 9. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 가방에 넣어 바닥에 내려놓으십시오. 시험 중 휴대폰(전자기기 포함)이 울리면 부정행위로 간주하고 즉시 퇴실 조치합니다.
- ※ 수정액, 수정테이프 절대 사용 불가

※ 위의 내용을 정확히 숙지하였음을 확인합니다. 성명 _____ (서명)



CHUNG-ANG UNIVERSITY

[수학]

[문제 1] 주사위를 네 번 던지는 실험을 할 때, 처음으로 6의 눈이 나올 때까지 던졌던 횟수를 확률 변수 X 로 정의한다. 만약 네 번 던지는 동안 6의 눈이 나오지 않는 경우는, $X = 5$ 로 정의한다. 예를 들어, 주사위의 눈이 순서대로 4, 1, 6, 2로 나오면 $X = 3$ 이 된다. 주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이 나왔다고 하자. 이때 X 의 기댓값을 구하시오. **[20점]**

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 $x = c$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(c, f(c))$ 에서의 접선의 방정식은 $y - f(c) = f'(c)(x - c)$ 이다.
- 직선 $y = mx + n$ 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라고 하면 $\tan \theta = m$ 이다.
- 각 α 와 β 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

- 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하고 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.

[문제 2-1] 좌표평면 위의 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 원 $x^2 + y^2 = t^2$ 의 교점 중 $y \geq 0$ 인 점을 $P(t)$ 라고 하자. 점 $P(t)$ 에서 두 원의 접선이 이루는 각을 $\theta(t)$ 라고 할 때, 정적분 $\int_{\sqrt{2}}^2 \{\tan \theta(t)\}^2 dt$ 의 값을 구하시오. (단, $\sqrt{2} \leq t \leq 2$ 이고 $0 \leq \theta(t) \leq \frac{\pi}{2}$ 이다.) [10점]

[문제 2-2] 반지름의 길이가 1 인 원에 내접하는 이등변 삼각형 ABC 가 있다. $\overline{BC} = x$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC} = y$ 라 할 때, $x^3 e^{-2y}$ 의 최댓값을 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(x) \geq 0$ 이면, 정적분 $\int_a^b f(x) dx$ 는 곡선 $y = f(x)$, 직선 $x = a$, 직선 $x = b$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸다.

- 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $x = g(t)$ 로 놓으면, 다음 식이 성립한다.

$$\int f(x) dx = \int f(g(t)) g'(t) dt$$

- 수열 $\{a_k\}$, $\{b_k\}$ 와 상수 c 에 대하여, 다음 식이 성립한다.

$$\sum_{k=0}^n (ca_k + b_k) = c \sum_{k=0}^n a_k + \sum_{k=0}^n b_k$$

[문제 3-1] 두 곡선 $y = x^4$ 과 $y = \frac{2}{1+x^2}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [10점]

[문제 3-2] $a_0 = 3$ 이고 자연수 k 에 대하여 $a_k = 3 - k$ 인 수열이 있다. 음이 아닌 정수 n 에 대하여

$b_n = \sum_{k=0}^n a_{n-k} a_k$ 라 할 때, b_n 의 최솟값을 구하시오. [15점]

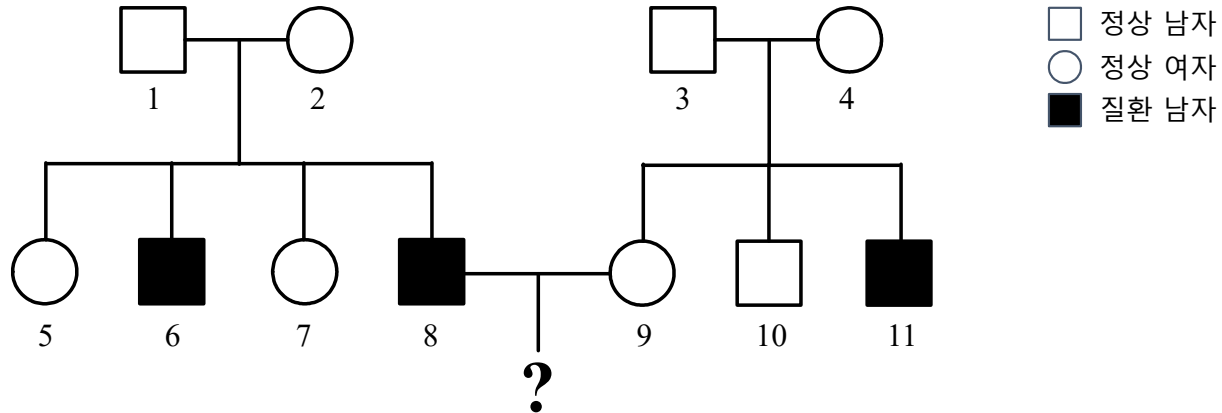
[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 가계도는 한 가계의 유전 형질을 조사하여 기호로 나타낸 것으로, 집안의 유전 형질을 조사할 때 주로 이용되는 유전 연구 방법이다. 사람의 형질 가운데 혀 말기, 쌍꺼풀, 귓볼 등과 같은 형질은 한 쌍의 대립유전자가 하나의 형질을 결정하는 단일 인자 유전 형질이다. 단일 인자 유전 형질의 유전자가 상염색체에 있는 경우, 가계도 분석을 통하여 그 형질이 우성인지 열성인지 쉽게 확인할 수 있다. 형질을 결정하는 유전자가 X 염색체에 있어서 유전자가 발현되는 빈도가 성에 따라 달라지는 유전 현상을 반성 유전이라고 한다. 어떤 형질을 나타내는 유전자가 Y 염색체에 있으면 항상 남자에게만 그 형질이 유전된다.
- (나) 항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합한다. 이러한 특성을 항원 항체 반응의 특이성이라고 한다. 항체는 특정 항원에 대해서만 반응하므로 이를 이용하여 혈액형을 판정하거나 질병을 진단할 수 있다. 예를 들면, 적혈구 표면의 응집원(A, B)과 혈청 속의 응집소(α , β) 사이에서 일어나는 혈액의 응집 반응으로 혈액형을 판정할 수 있다.
- (다) 사람처럼 유성 생식을 하여 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물 종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 생식세포는 정소와 난소 같은 생식 기관에서 생식세포 분열을 통해 형성된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수 분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다.
- (라) 세포가 성장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 세포 주기는 크게 간기와 분열기로 나뉜다. 간기는 G_1 기, S기, G_2 기로 구분한다. G_1 기는 세포가 빠르게 성장하는 시기이고, S기는 DNA를 복제하는 시기이며, G_2 기는 분열을 준비하는 시기이다. 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동 염색체가 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 2가 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 상동 염색체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에는 세포질 분열이 시작된다. 감수 1분열이 끝난 후 DNA 복제 없이 감수 2분열이 일어난다. 감수 2분열 중기에는 모든 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에 세포질 분열이 일어난다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않는 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 이 생식세포가 배우자의 생식세포와 수정하여 태아로 발생하면 염색체 수에 이상이 있는 자손이 태어날 수 있다.

[문제 4-1] 다음은 반성 유전으로 세포 내 대사 과정에 이상이 있는 유전 질환을 가진 환자의 가계도를 나타내고, 그 원인을 찾기 위한 실험을 하여 결과를 정리한 것이다.

[가계도]

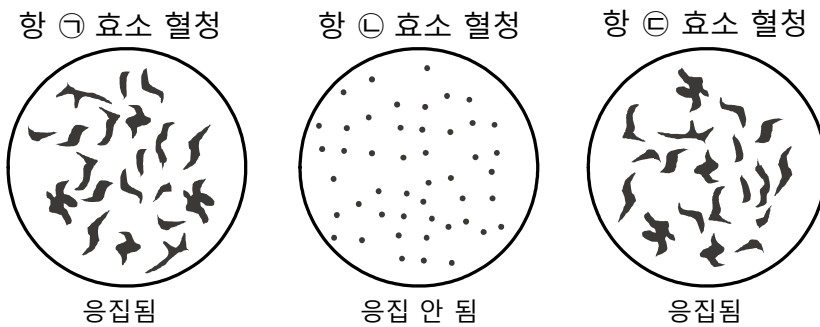


[실험 과정]

- I. 위의 가계도에서 8번 남자의 혈장과 피부 세포를 채취하였다.
- II. 8번 남자의 혈장을 효소 ㉠에 반응하는 혈청(항 ㉠ 효소 혈청), 효소 ㉡에 반응하는 혈청(항 ㉡ 효소 혈청), 효소 ㉢에 반응하는 혈청(항 ㉢ 효소 혈청)과 각각 반응시키고, 그 결과를 <그림>에 나타내었다.
- III. 채취한 8번 남자의 피부 세포를 배양하여 분쇄한 뒤, 세포를 구성하는 각 유기물의 비율을 정상인의 수치와 비교하여 <표>에 나타내었다.

[실험 결과]

<그림> 효소 혈청 반응 검사



<표> 세포 내 유기물 구성비

(상댓값)

구분	정상인	8번 남자
포도당	1.0	1.1
단백질	1.0	1.0
지질	1.0	3.8
핵산	1.0	1.1

위의 가계도에서 8번 남자와 9번 여자가 결혼하여 아이를 낳는다고 가정할 때, 이 아이가 유전 질환을 가진 아들일 확률을 제시문 (가)에 근거하여 구하시오. 또한, 제시문 (나)에 근거하여 두 실험 결과를 해석하고, 이를 종합하여 유전 질환의 원인이 무엇인지 논리적으로 설명하시오. (단, 제시된 유전 질환 외에 다른 유전 질환은 고려하지 않으며, 정상인의 혈장은 항 ㉠ 효소 혈청, 항 ㉡ 효소 혈청, 항 ㉢ 효소 혈청에 모두 응집 반응이 있다.) [15점]

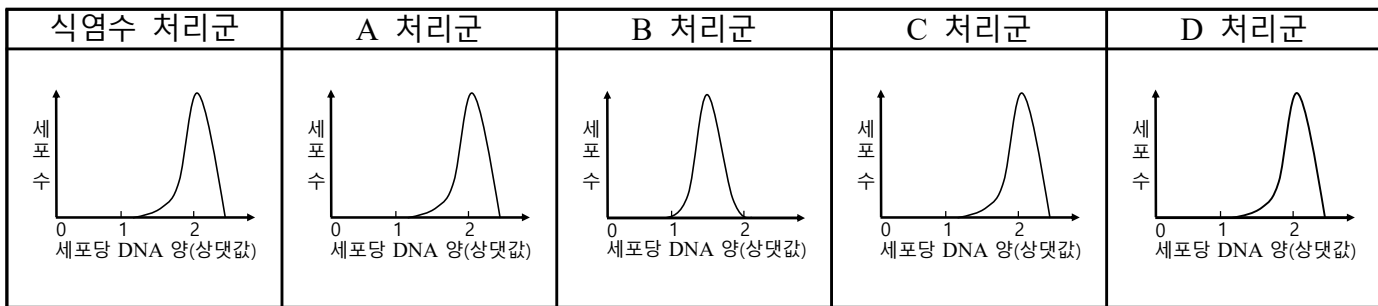
[문제 4-2] 생식세포 형성 과정에 작용하는 신약을 개발하기 위해 다음과 같은 실험을 하고 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

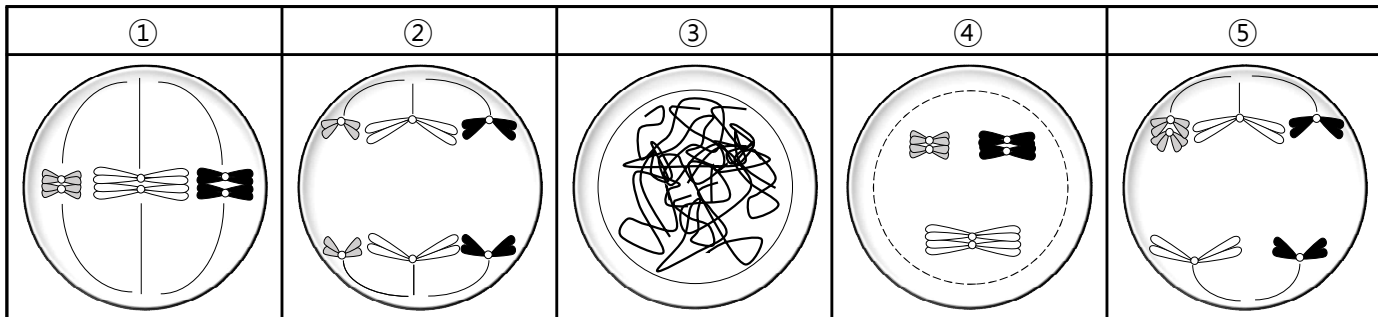
- I. 후보 물질 A, B, C, D를 식염수에 녹이고 각각의 모세포($2n = 6$)에 처리한 후 배양하였다.
- II. 배양 후 후보 물질이 처리된 세포의 DNA 양을 <그림 1>에 나타내었다.
- III. 후보 물질이 처리된 세포를 현미경으로 관찰한 후, 각 세포 주기의 대표 사진을 아래 <그림 2>에 나타내었다.
- IV. 각 처리군 내에서 관찰된 세포 사진 ① ~ ⑤의 비율을 분석하여 <표>에 나타내었다.

[실험 결과]

<그림 1> 실험 후 관찰된 세포의 DNA 양



<그림 2> 실험 후 관찰된 세포 사진



<표> 세포 사진 분석

(단위: %)

세포 사진	식염수 처리군	A 처리군	B 처리군	C 처리군	D 처리군
①	40	70	5	40	5
②	35	5	0	15	0
③	5	5	90	5	85
④	20	20	5	20	10
⑤	0	0	0	20	0

위 실험 결과와 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 후보 물질 A, B, C, D가 세포 주기에 끼치는 영향에 대해 논리적으로 설명하시오. 또한, 이 실험 결과와 제시문 (라)에 근거하여 세포 ⑤에서 형성될 수 있는 생식세포 4개에 대한 각각의 염색체 수를 논리적으로 구하시오. [15점]

- 끝 -

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 두 벡터 \vec{F}_A 와 \vec{F}_B 의 합은 다음과 같이 구한다. 먼저 \vec{F}_B 를 평행 이동하여, \vec{F}_A 의 끝점에 \vec{F}_B 의 시작점을 일치시켜 삼각형을 이루도록 한 다음 \vec{F}_A 의 시작점과 \vec{F}_B 의 끝점을 이으면 $\vec{F}_A + \vec{F}_B$ 가 된다. 또한, 벡터는 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $|\vec{C}|$ 이고 x 축과 이루는 각도가 θ 인 벡터 \vec{C} 를 분해하면, 수평 성분은 $C_x = |\vec{C}| \cos \theta$ 이고 수직 성분은 $C_y = |\vec{C}| \sin \theta$ 이다.

(나) 직선 도선에 전류가 흐를 때 생기는 자기장의 방향은 앙페르의 오른손 법칙으로 알 수 있다. 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 하고 나머지 네 손가락으로 도선을 감아질 때 네 손가락이 가리키는 방향이 자기장의 방향이다. 아래 식과 같이, 무한히 긴 직선 도선으로부터 수직으로 r 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기 B 는 도선에 흐르는 전류 I 에 비례하고 거리 r 에 반비례한다.

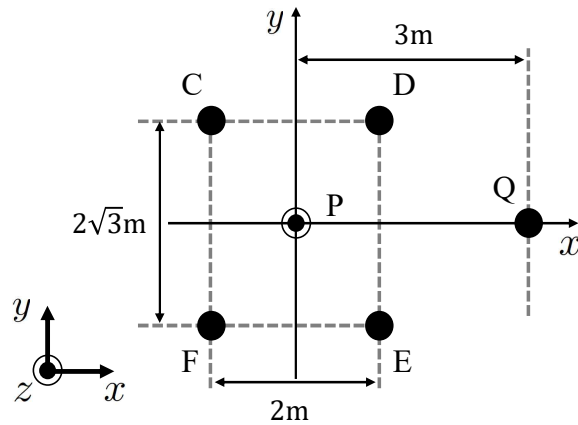
$$B = k \frac{I}{r} \quad (\text{단, } k \text{는 비례상수이다.})$$

원형 전류 중심에서 자기장의 방향은 오른손 네 손가락을 전류의 방향으로 감아질 때 엄지손가락이 가리키는 방향이다.

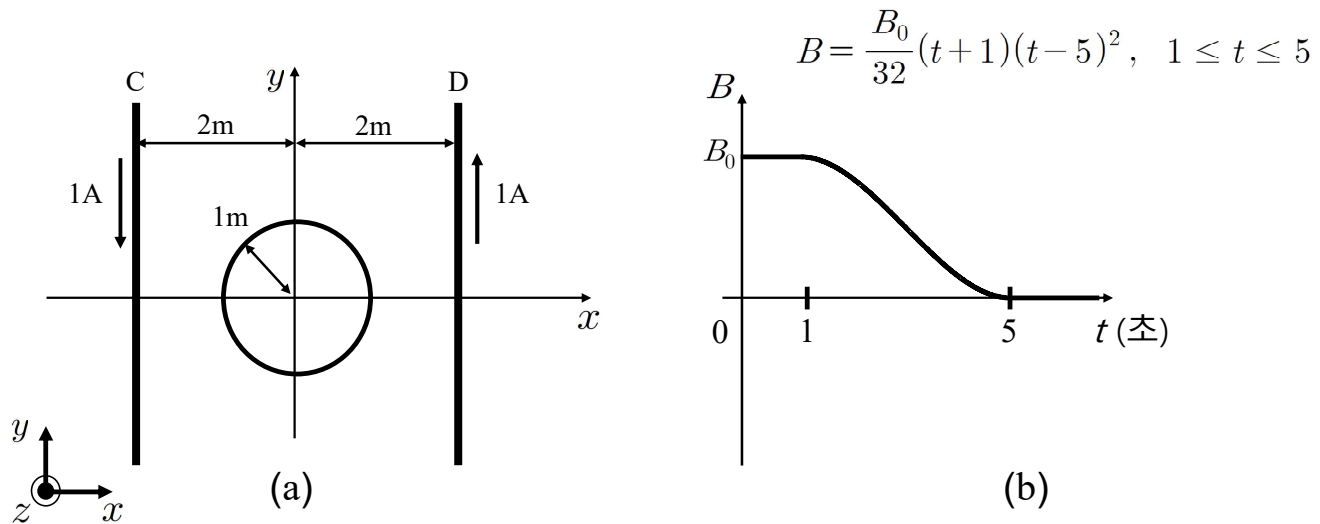
(다) 자석을 위아래로 움직이면 코일을 통과하는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면서 코일에 전류가 흐른다. 이러한 현상을 전자기 유도라고 하며, 이때 흐르는 전류를 유도 전류라고 한다. 자기 선속(Φ)은 자기장의 세기와 닫힌 회로의 넓이를 곱한 것과 같다. 코일에 유도되는 유도 기전력(V)의 크기는 코일을 통과하는 자기 선속의 시간(t)에 따른 변화율과 같다. 이를 패러데이 법칙이라고 하며 다음 식으로 표현한다.

$$V = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

[문제 4-1] 다음 그림과 같이 xy 평면에 놓인 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 z 축과 평행한 무한히 긴 직선 도선이 있고 방향을 알 수 없는 일정한 전류 $6A$ 가 각각 흐른다. 이때 직사각형의 중심점 P에서 자기장 B 의 세기를 측정하였다 ($B \neq 0$). 그 후 점 P에서 $+x$ 방향으로 $3m$ 떨어진 위치에 $+z$ 방향으로 전류 I 가 흐르는 직선 도선 Q를 놓아 P에서 자기장의 세기를 0으로 만들 수 있었다. 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 직선 도선 Q가 없을 때 P에서 측정한 자기장 B 의 세기와 방향을 구하고, 직선 도선 Q에 흐르는 전류 $I(A)$ 를 구하시오. (단, 비례상수는 $k = 2 \times 10^{-7} T \cdot m/A$ 이고 필요시 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 이용하시오.) **[15점]**



[문제 4-2] 그림 (a)와 같이 xy 평면에 무한히 긴 직선 도선 C, D가 놓여있고 전류 1A가 각각 $-y$ 방향과 $+y$ 방향으로 일정하게 흐른다. 원점에는 반지름이 1m인 원형 도선이 놓여 있다. 외부 자석을 이용하여 시각 $t = 0$ 에서 원점의 자기장을 0으로 만드는 외부 자기장 $B = B_0$ 을 xy 평면에 균일하게 가한 후, 그 세기를 일정하게 유지하다가 그림 (b)와 같이 변화시켰다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 B_0 과 그 방향을 구하고, $1 \leq t \leq 5$ 에서 원형 도선의 유도 기전력을 t 의 함수로 표현한 후 유도 전류의 최댓값을 구하시오. (단, 비례상수는 $k = 2 \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m}/\text{A}$ 이며 원형 도선의 저항은 10Ω 이다.) **[15점]**



- 끝 -

[화학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 현대 원자 모형에 의하면 원자핵 주위에 전자가 분포하는 경계가 분명하지 않아 원자 반지름을 명확하게 알 수 없다. 따라서 일반적으로 수소 분자(H_2)와 같이 동일한 2개의 원자가 결합하였을 때, 두 원자핵 간 거리의 $\frac{1}{2}$ 을 원자 반지름으로 정의하여 사용한다.

(나) 원자에 에너지를 가하면 원자가 전자 껍질에 있는 전자는 원자핵으로부터 떨어져 나오게 된다. 이때 바닥상태에 있는 기체 원자 1 몰에서 전자 1 몰을 떼어 내어 기체 양이온으로 만들기 위해 필요한 최소 에너지를 이온화 에너지라고 한다.

(다) 금속 원소는 일반적으로 전자를 잃고 양이온이 되려는 성질이 있는데, 이것을 이온화 경향이라고 한다. 여러 가지 금속의 이온화 경향의 크기 순서를 아래와 같이 나타낼 수 있다.



이온화 경향이 다른 두 금속을 전해질 용액 속에 넣으면 자발적으로 산화 환원 반응이 일어날 수 있다. 이때 두 금속 사이에 전자의 이동이 발생하면서 전류가 흐르며, 화학 에너지가 전기 에너지로 전환된다.

(라) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 압력(P), 부피(V), 몰수(n), 온도(T) 간의 관계에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다.

$$V = R \left(\frac{nT}{P} \right) \Rightarrow PV = nRT$$

기체 1 몰은 $0^\circ C$, 1 기압에서 22.4 L의 부피를 차지하므로 이를 대입하면 R 값을 구할 수 있다. 이 R 를 기체 상수라고 한다.

(마) 밀폐된 용기에 액체를 담아 두면 액체 표면에 있는 분자들이 분자 사이의 인력을 극복하고 기체 상태로 떨어져 나오는데, 이를 증발이라고 한다. 처음에는 용기 내 기체 분자 수가 적기 때문에 증발이 주로 일어나지만, 증발이 계속되면서 용기 내 기체 분자 수가 많아진다. 기체 분자들 중 일부는 액체 표면에 충돌하여 다시 액체로 돌아가는데, 이를 응축이라고 한다. 시간이 지날수록 기체 분자 수가 많아지므로 기체의 응축 속도는 점점 빨라진다. 이에 비해 액체의 증발 속도는 일정한 온도에서 변하지 않으므로 시간이 지나면 증발 속도와 응축 속도가 같아지게 되는 평형에 도달한다. 이와 같이 정반응과 역반응의 속도가 같아서 겉으로 보기에 반응이 일어나지 않는 것처럼 보이는 상태를 동적 평형이라고 한다. 동적 평형에 이르면 증발하는 액체 분자 수와 응축하는 기체 분자 수가 같으므로 더 이상 증발과 응축이 일어나지 않는 것처럼 보인다. 물질은 적절한 온도와 압력에서 고체와 액체, 액체와 기체, 고체와 기체가 평형을 이룰 수 있다. 이와 같이 물질이 두 상 사이에서 평형을 이루고 있는 상태를 상평형이라고 한다. 물질의 상태와 온도, 압력의 관계를 그래프로 나타낸 것을 상평형 그림이라고 한다. 상평형 그림은 세 개의 곡선으로 이루어져 있고, 곡선으로 나누어진 각각의 영역은 고체, 액체, 기체 상태로 안정하게 존재할 수 있는 온도와 압력 조건을 나타낸다.

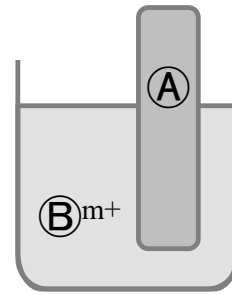
[문제 4-1] 금속 원자 ㉠ ~ ㉥는 Li, Na, Mg, Al, K 중 각각 하나에 해당한다. 다음은 ㉠ ~ ㉥에 대한 자료이다.

- 제1 이온화 에너지: ㉠ > ㉡ > ㉥ > ㉢ > ㉣
- 원자 반지름: ㉣ > ㉢ > ㉠ > ㉥ > ㉡
- ㉢와 ㉥의 원자가 전자 수는 같다.

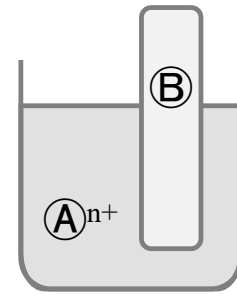
<그림 1>의 주기율표와 제시문 (가), (나)에 근거하여 ㉠ ~ ㉥는 각각 어떤 원소에 해당하는지 논리적으로 예측하시오. 또한, <그림 2>와 같이 ㉡^{m+}가 들어 있는 수용액에 ㉠ 금속 막대를 담근 비커와 <그림 3>과 같이 ㉠ⁿ⁺가 들어 있는 수용액에 ㉡ 금속 막대를 담근 비커를 준비했다. 각 비커에서 어떤 반응이 일어나는지를 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하고, 전체 산화 환원 반응식을 표시하시오. (단, ㉠ⁿ⁺, ㉡^{m+} 이외의 양이온과 물은 고려하지 않고, 음이온은 반응하지 않는다. ㉠ⁿ⁺와 ㉡^{m+}는 모두 비활성 기체와 같은 전자 배치를 가진다.) [15점]

족	1	2	13	14	15	16	17
주기	1	2	3	4	5	6	7
2	Li	Be	B	C	N	O	F
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl
4	K	Ca					

<그림 1>

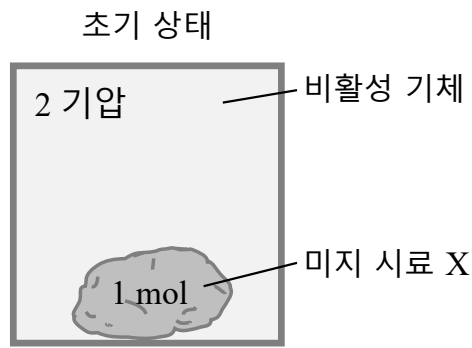


<그림 2>

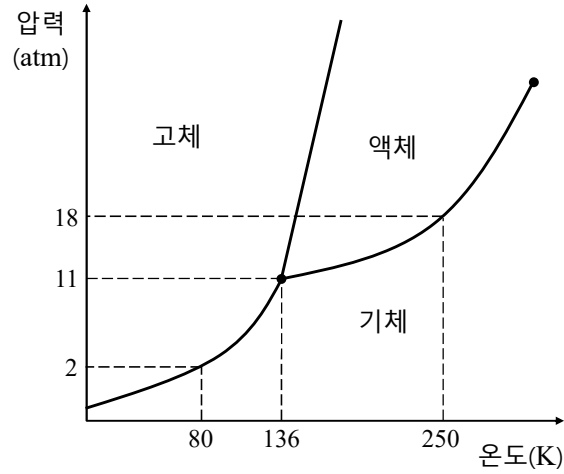


<그림 3>

[문제 4-2] <그림 4>와 같이 고체 상태의 미지 시료 X 1 mol과 비활성 기체가 1 L의 용기 안에 들어 있다. 초기 상태에서 용기 안의 압력은 2 기압이고, 온도는 X의 상태 변화를 관찰하는 동안 250 K로 일정하다. 고체 상태의 X가 0.5 mol 줄어들었을 때, 제시문 (라)와 <그림 5>에 나온 X의 상평형 그림에 근거하여 용기 안의 압력을 구하시오. 또한, 제시문 (마)에 근거하여 충분한 시간이 지난 후 용기 안의 X가 동적 평형 상태에 이르렀을 때 존재하는 X의 상태를 제시하고 각 상태의 몰수를 구하시오. (단, X의 분자량은 40이고 액체와 고체 X의 밀도는 0.18 g/mL로 동일하다. 비활성 기체는 항상 기체 상태로 존재하며, 기체 상수 R 는 $0.08 \text{ atm}\cdot\text{L}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ 이다.) **[15점]**



<그림 4>



<그림 5>

- 끝 -