

제2교시

# 수학 영역(나형)



5지선다형

1.  $4^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④ 1    ⑤  $\frac{5}{4}$

3. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{4, 5, 6\}$$

에 대하여  $n(A-B)$ 의 값은? [2점]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

4. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A)P(B) = \frac{3}{32}, P(A \cup B) = \frac{17}{32}$$

일 때,  $P(A) + P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{8}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{5}{8}$     ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{7}{8}$

5. 세 수  $\frac{4}{3}$ ,  $a$ , 12가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ②  $\frac{13}{3}$       ③  $\frac{14}{3}$       ④ 5      ⑤  $\frac{16}{3}$

6. 삼차함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ 에 대하여  $f'(a) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

7. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_6 = 20, \quad a_2 - a_6 = 10$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

8. 함수  $y = \sqrt{-x-5}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후  $y$ 축에 대하여 대칭이동하였더니 함수  $y = \sqrt{x+n}$ 의 그래프와 일치하였다.  $m+n$ 의 값은? (단,  $m, n$ 은 상수이다.) [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

9. 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 2^{-n}) = 2, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - 4^{-n}) = 4$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{16}{3}$       ②  $\frac{17}{3}$       ③ 6      ④  $\frac{19}{3}$       ⑤  $\frac{20}{3}$

10. 문자 E가 적혀 있는 카드 2장, 문자 F가 적혀 있는 카드 2장, 문자 C, 문자 O가 적혀 있는 카드가 각각 1장씩 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, C가 적혀 있는 카드는 문자 O가 적혀 있는 카드보다 왼쪽에 나열되는 경우의 수는? [3점]

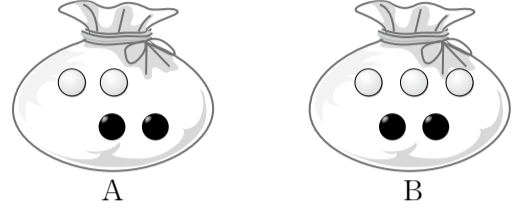


- ① 88      ② 90      ③ 92      ④ 94      ⑤ 96

11. 집합  $X=\{1, 2, 3\}$ 에서 집합  $Y=\{3, 4, 5, 6\}$ 으로의 함수 중에서  $f(1)+f(2)+f(3)=13$ 을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

12. 주머니 A에는 흰 공과 검은 공이 각각 2개씩 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [3점]



- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{7}{16}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{9}{16}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

13. 30 이하의 두 자연수  $a, b$ 에 대하여  $\log_a b$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는? [3점]

- ① 32      ② 34      ③ 36      ④ 38      ⑤ 40

14. 실수  $x$ 에 대한 세 조건

$$p: 0 < x \leq 3$$

$$q: -1 \leq x < a+1$$

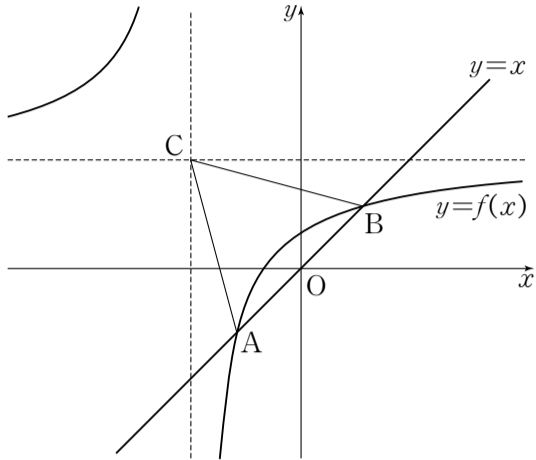
$$r: x \geq a-4$$

에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이고  $r$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 양수  $a$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

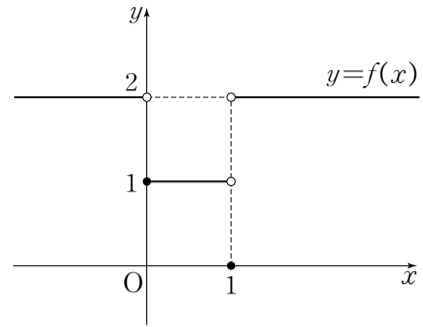
15.  $0 < k < 9$ 인 상수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = \frac{3x+k}{x+3}$ 의

그래프와 직선  $y=x$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하고, 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 교점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때,  $f(-4)$ 의 값은? [4점]



- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

16. 그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프이다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \{f(x) + f(x+1)\} = 3$   
 ㄴ. 함수  $f(x) + f(x+1)$ 은  $x=0$ 에서 연속이다.  
 ㄷ. 함수  $|f(x) - f(x+1)|$ 은  $x=0$ 에서 연속이다.

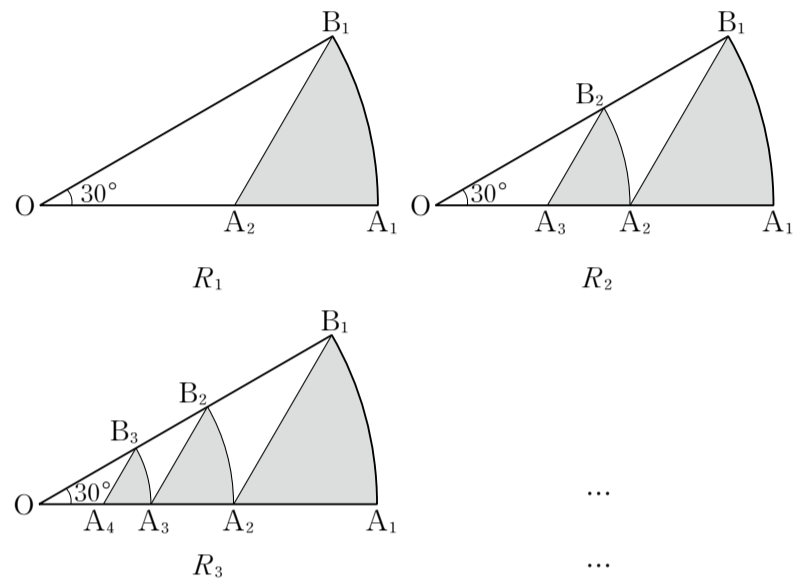
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수는? [4점]

(가)  $n(X) \geq 2$   
 (나) 집합  $X$ 의 임의의 서로 다른 두 원소  $a, b$ 에 대하여  $a+b \leq 8$ 이다.

- ① 21      ② 23      ③ 25      ④ 27      ⑤ 29

18. 중심각의 크기가  $30^\circ$ 이고, 반지름의 길이가 12인 부채꼴  $OA_1B_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분  $OA_1$  위에 점  $A_2$ 를  $\overline{OA_2} = \overline{B_1A_2}$ 가 되도록 잡고, 두 선분  $A_1A_2, B_1A_2$ 와 호  $A_1B_1$ 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 선분  $OB_1$  위에 점  $B_2$ 를  $\overline{OA_2} = \overline{OB_2}$ 가 되도록 잡고 중심이  $O$ , 중심각의 크기가  $30^\circ$ 이고, 선분  $OB_2$ 를 반지름으로 하는 호  $A_2B_2$ 를 그리자. 선분  $OA_2$  위에 점  $A_3$ 를  $\overline{OA_3} = \overline{B_2A_3}$ 이 되도록 잡고, 두 선분  $A_2A_3, B_2A_3$ 과 호  $A_2B_2$ 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $15(\pi - \sqrt{3})$       ②  $18(\pi - \sqrt{3})$       ③  $21(\pi - \sqrt{3})$   
 ④  $24(\pi - \sqrt{3})$       ⑤  $27(\pi - \sqrt{3})$

19. 자연수  $n$ 에 대하여 다음 규칙에 따라 각 행에 자연수를 나열하였다.

- (가) 1행에는 1을 나열하고, 2행에는 2를 나열한다.  
 (나)  $(2n+1)$ 행에는  $(2n-1)$ 행의 오른쪽 끝에 있는 수보다 2만큼 큰 수부터 차례로  $(n+1)$ 개의 홀수를 왼쪽 끝에서부터 나열한다.  
 (다)  $(2n+2)$ 행에는  $2n$ 행의 오른쪽 끝에 있는 수보다 2만큼 큰 수부터 차례로  $(2n+1)$ 개의 짝수를 왼쪽 끝에서부터 나열한다.

1행	1				
2행	2				
3행	3	5			
4행	4	6	8		
5행	7	9	11		
6행	10	12	14	16	18
7행	13	15	17	19	
⋮					

19행과 20행의 오른쪽 끝에 나열된 수의 합은? [4점]

- ① 301                      ② 303                      ③ 305  
 ④ 307                      ⑤ 309

20. 1부터  $n$ 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는  $n$ 장의 카드가 들어 있는 상자가 있다. 다음은 이 상자에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 두 카드에 적혀 있는 수의 합이  $n$ 보다 클 확률을 구하는 과정이다. (단,  $n \geq 2$ )

꺼낸 두 장의 카드에 적혀 있는 수를 각각  $a, b(a < b)$ 로 나타내기로 하자.

- (i)  $n$ 이 홀수, 즉  $n=2m+1$ ( $m$ 은 1 이상의 자연수)인 경우  
 $a=1$ 일 때,  $b=2m+1$ 이어야 하므로 1가지  
 $a=2$ 일 때,  $2m \leq b \leq 2m+1$ 이어야 하므로 2가지  
 $a=3$ 일 때,  $2m-1 \leq b \leq 2m+1$ 이어야 하므로 3가지  
 ⋮  
 $a=m$ 일 때,  $m+2 \leq b \leq 2m+1$ 이어야 하므로  $m$ 가지이다.

같은 방법으로 생각하면

$a \geq m+1$ 일 때, 나오는 모든 경우의 수는 (가)

이므로

$n$ 이 홀수일 때, 주어진 조건을 만족시키는 확률은

$$\frac{1}{\binom{2m+1}{2}} (1+2+3+\dots+m+\text{(가)}) = \frac{\text{(나)}}{2n}$$

- (ii)  $n$ 이 짝수, 즉  $n=2m$ ( $m$ 은 1 이상의 자연수)인 경우  
 $a=1$ 일 때,  $b=2m$ 이어야 하므로 1가지  
 $a=2$ 일 때,  $2m-1 \leq b \leq 2m$ 이어야 하므로 2가지  
 $a=3$ 일 때,  $2m-2 \leq b \leq 2m$ 이어야 하므로 3가지  
 ⋮  
 $a=m$ 일 때,  $m+1 \leq b \leq 2m$ 이어야 하므로  $m$ 가지이다.

같은 방법으로 생각하면

$a \geq m+1$ 일 때, 나오는 모든 경우의 수는 (다)

이므로

$n$ 이 짝수일 때, 주어진 조건을 만족시키는 확률은

$$\frac{1}{\binom{2m}{2}} (1+2+3+\dots+m+\text{(다)}) = \frac{\text{(라)}}{2(n-1)}$$

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각  $p(m), q(m)$ 이라 하고, (나), (라)에 알맞은 식을 각각  $r(n), s(n)$ 이라 할 때,

$\frac{p(10) \times r(10) \times s(10)}{q(11)}$ 의 값은? [4점]

- ① 80                      ② 90                      ③ 100                      ④ 110                      ⑤ 120



21. 집합  $\{x \mid x \text{는 } -1 \text{이 아닌 실수}\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{n+1} + 1}{x^{n-1} + a} \quad (\text{단, } a \text{는 } 1 \text{이 아닌 양의 상수})$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식  $f(x) = 1$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

(나)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{10}{3}$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ②  $\frac{7}{3}$       ③  $\frac{8}{3}$       ④ 3      ⑤  $\frac{10}{3}$

단답형

22.  ${}^7C_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 함수

$$f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = \sqrt{x+7} - 1$$

에 대하여  $(f \circ g)(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$12(n-1) < (2n+1)a_n < 12(n+1)$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + 1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : x = k, \quad q : x^2 - 6x + k > 0$$

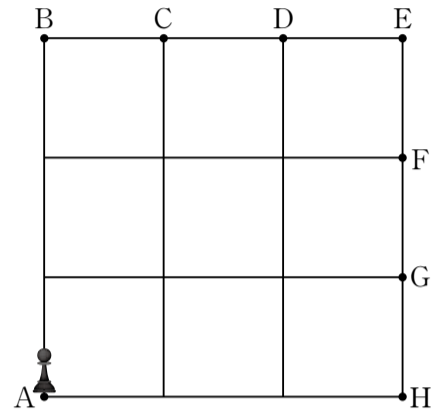
에 대하여 명제  $p \rightarrow \sim q$ 가 참이 되도록 하는 정수  $k$ 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 미분가능한 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점  $(9, 4)$ 에서의

접선의 기울기가 6일 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x^2) - 4}{x - 3}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 삼차함수  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $P(t, f(t))$ 에서의 접선의  $y$ 절편을  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 의 극솟값이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 그림과 같은 바둑판 모양의 도형에서 한 개의 동전을 던질 때마다 동전의 앞면이 나오면 말(♞)을 오른쪽(→)으로 한 칸 움직이고, 뒷면이 나오면 말(♞)을 위쪽(↑)으로 한 칸 움직인다. 단, 말이 점 E, F, G, H에 있을 때 동전의 앞면이 나오면 움직이지 않고, 말이 점 B, C, D, E에 있을 때 동전의 뒷면이 나오면 움직이지 않는다. 점 A에 있던 말이 한 개의 동전을 6번 던진 후, 점 D, G에 있을 확률을 각각  $p_1, p_2$ 라 하자.  $p_1 - p_2 = \frac{n}{m}$ 일 때,  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $m$ 과  $n$ 은 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $S(n)$ 을

$$S(n) = \{(x, y) \mid y - n \leq x + 6 \leq 12, x, y \text{는 자연수}\}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

(가) 정사각형의 네 꼭짓점은 집합  $S(n)$ 의 원소이다.

(나) 정사각형의 네 변은 좌표축과 각각 평행하다.

$\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 20$ 과 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = |f(x) - f(n) + c| \quad (\text{단, } c \text{는 } 0 < c < 10 \text{인 상수})$$

라 하고, 함수  $g(x)$ 가 미분가능하지 않은 실수  $x$ 의 개수를

$a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값이 홀수일 때,  $c + \sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을

구하시오. [4점]

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.