

## 수학 영역(가형)

## 5지선다형

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2x+1)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{3}{2}$     ⑤ 2

2. 두 벡터  $\vec{a} = (-1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여 내적  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3. 함수  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? (단,  $e$ 는 자연로그의 밑이다.) [2점]

- ① -1    ②  $-\frac{1}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

4. 좌표공간에서 두 점  $A(a, 3, -2)$ ,  $B(-1, b, 4)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점의 좌표가  $(0, 3, 2)$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{3}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{7}{12}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

6. 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$X$	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$2a$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$a$	1

$E(4X-1)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

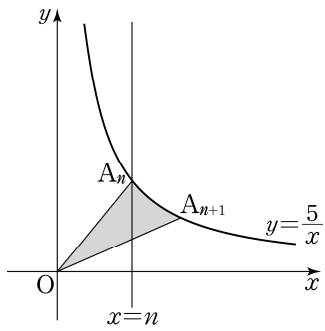
7. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(x), g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$f(3x-1) = g(-2x+5)$$

를 만족시킨다.  $f(2) = -4, f'(2) = 2$ 일 때,  $g(3)g'(3)$ 의 값은? [3점]

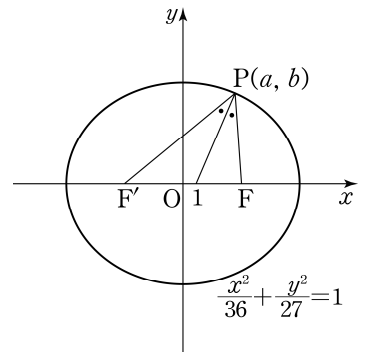
- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

8. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 곡선  $y=\frac{5}{x}$ 와 만나는 점을  $A_n$ 이라 하자. 그림과 같이 두 선분  $OA_n$ ,  $OA_{n+1}$ 과 곡선  $y=\frac{5}{x}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^8 S_n$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]



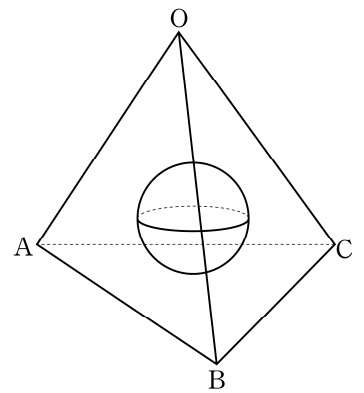
- ①  $5\ln 3$     ②  $10\ln 2$     ③  $10\ln 3$     ④  $15\ln 2$     ⑤  $15\ln 3$

9. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하자. 타원 위의 점  $P(a, b)$ 에 대하여  $\angle FPF'$ 의 이등분선이 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  $a$ 의 값은? (단, 점  $F$ 의  $x$ 좌표는 양수이다.) [3점]



- ① 2    ②  $\frac{5}{2}$     ③ 3    ④  $\frac{7}{2}$     ⑤ 4

10. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정사면체  $OABC$ 의 네 면에 모두 접하는 구의 반지름의 길이는? [3점]



- ①  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
 ②  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
 ③  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$   
 ④  $\frac{3\sqrt{6}}{4}$   
 ⑤  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

11. 다음은 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  위의 점 P에서의 접선을  $l$ 이라 하고, 이 쌍곡선의 두 점근선과 직선  $l$ 이 만나는 점을 각각 Q, R라 하면  $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 임을 증명한 것이다. (단, 점 P는 쌍곡선의 꼭짓점은 아니다.)

<증명>

쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  위의 점 P(a, b)에서의 접선의 방정식은

$$\frac{ax}{4} - \frac{by}{9} = 1 \dots\dots\dots \text{㉠}$$

점근선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{가}} x \text{ 또는 } y = -\boxed{\text{가}} x \dots\dots\dots \text{㉡}$$

㉠에서  $y = \frac{(ax-4) \times 9}{4b}$

$y = \frac{(ax-4) \times 9}{4b}$ 를 ㉡을 제공한 식에 대입하여 정리하면

$$(9a^2 - 4b^2)x^2 - 72ax + 144 = 0 \dots\dots\dots \text{㉢}$$

그런데 점 P(a, b)는 쌍곡선 위의 점이므로

㉢에서  $x^2 - \boxed{\text{나}} x + 4 = 0$

이차방정식의 근과 계수의 관계에서 위 방정식의 두 근의 합은  $\boxed{\text{나}}$ 로 일정하다.

따라서, 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  위의 점 P(a, b)에서의 접선이 두 점근선과 두 점 Q, R에서 각각 만날 때, 선분 QR의 중점은 점 P가 되므로

$$\overline{PQ} = \overline{PR}$$

위의 증명에서 (가)에 알맞은 값 중 양수인 값을 p, (나)에 알맞은 식을 f(a)라 할 때, 다음 중 f(p)의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

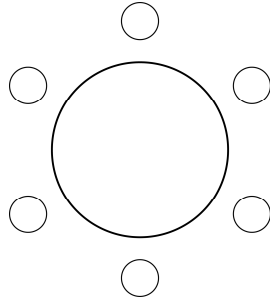
12. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (0 \leq t \leq 2\pi)$ 에서의 위치 (x, y)가

$$\begin{cases} x = \cos t + \sin t \\ y = \frac{1}{2} \sin^2 t \end{cases}$$

이다. 점 P가  $t=0$ 에서  $t = \frac{\pi}{2}$ 까지 움직인 거리는? [3점]

- ①  $\frac{\pi-2}{2}$     ②  $\frac{\pi-1}{2}$     ③  $\frac{\pi}{2}$     ④  $\frac{\pi+1}{2}$     ⑤  $\frac{\pi+2}{2}$

13. A, B, C 세 고등학교에서 각각 2명씩 대표로 참가한 모임에서 이 6명의 대표들이 그림과 같은 6개의 의자가 놓인 원탁에 둘러앉으려고 한다. 같은 학교 학생끼리는 서로 마주보면서 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

14. 어느 과자 회사에서 전국 소비자 중 300명을 임의추출하여 신제품 K에 대한 선호도를 조사하였더니 신제품 K를 선호하는 비율이 75% 이었다. 이 조사 결과를 바탕으로 구한 전국 소비자의 신제품 K를 선호하는 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은  $a \leq p \leq b$ 이다.  $b-a$ 의 값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.090      ② 0.092      ③ 0.094      ④ 0.096      ⑤ 0.098

# 6

## 수학 영역(가형)

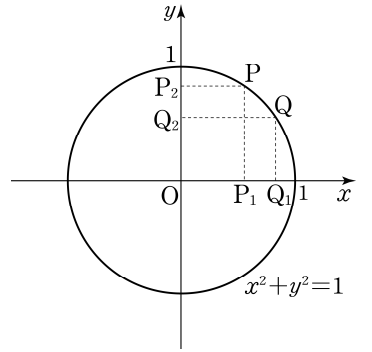
15.  $0 < a < b < 1$ 인 두 실수  $a, b$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ.  $\log_a b < 1$
- ㄴ.  $a^b < b^a$
- ㄷ.  $\log_b a < \log_a b$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 제1사분면에 있는 두 점  $P, Q$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $P_1, Q_1$ 이라 하고, 두 점  $P, Q$ 에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $P_2, Q_2$ 라 하자.



$\overline{PP_1} + \overline{QQ_1} = 1$ 일 때,

$\overline{PP_2} + \overline{QQ_2}$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       ②  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$                       ③  $\sqrt{2}$
- ④  $\sqrt{3}$                         ⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

17. 함수  $f(x)$ 의 도함수가  $f'(x) = \frac{1}{1+\sin x}$ 일 때, 함수

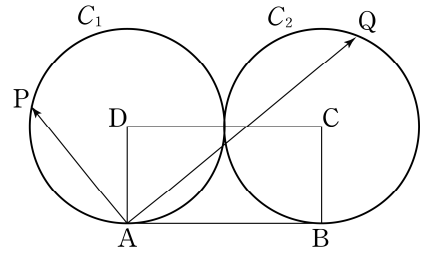
$g(x) = 2\sin x \cos x$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를  $h(x) = \int f(x)g'(x)dx$

라 하자.  $h(0) = 0$ 일 때,  $h\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $-2 + \ln 2$       ②  $-2 + 2\ln 2$       ③  $-2 + 3\ln 2$   
 ④  $2 - \ln 2$       ⑤  $2 - 2\ln 2$

18. 그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ ,

$\overline{BC} = 1$ 인 직사각형 ABCD  
 에서 점 D와 점 C를 각각  
 중심으로 하고 반지름의 길  
 이가 모두 1인 두 원  $C_1, C_2$



가 있다. 두 점 P, Q가 각각 원  $C_1$ 과 원  $C_2$  위의 점일 때,

$|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $2\sqrt{2} - 1$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $2\sqrt{2} + 1$   
 ④  $2\sqrt{2} + 2$       ⑤  $2\sqrt{2} + 3$

19. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

집합  $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서

집합  $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 로의 함수  $f$  중에서 명제

「 $i \in A, j \in A$ 일 때,  $i < j$ 이면  $f(i) \leq f(j)$ 이다.」

가 참이 되도록 하는 함수  $f$ 의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 다음 중

$\sum_{n=2}^{10} a_n$ 의 값과 같은 것은? [4점]

- ①  ${}_{20}C_{10} - 10$       ②  ${}_{20}C_{10} - 11$       ③  ${}_{21}C_{10} - 10$   
 ④  ${}_{21}C_{10} - 11$       ⑤  ${}_{21}C_{10} - 12$

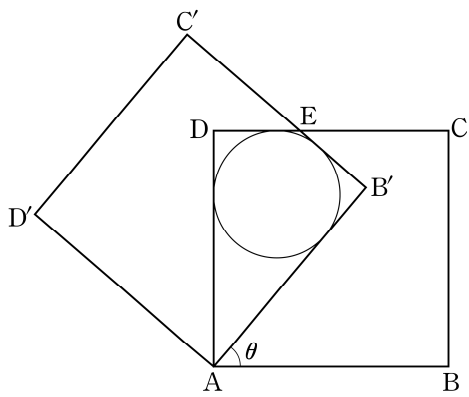
20. 1부터  $n(n \geq 5)$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는  $n$ 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 동시에 뽑을 때, 뽑은 카드에 적혀 있는 세 수 중 두 개 이상의 수가 연속할

확률을  $p_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=10}^{27} \frac{p_n}{6(n-2)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{27}$       ②  $\frac{2}{27}$       ③  $\frac{1}{9}$       ④  $\frac{4}{27}$       ⑤  $\frac{5}{27}$



21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 점 A를 중심으로 시계 반대 방향으로  $\theta$ 만큼 회전시킨 정사각형을 AB'C'D'이라 하고, 두 변 B'C', CD의 교점을 E라 하자. 사각형 AB'ED에 내접하는 원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 할 때,



$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{2}-\theta}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

단답형

22.  $(2x + \frac{1}{x})^6$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

23.  $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 함수  $y = 4\sin^2 x + \cos x + 6$ 의 최댓값을  $M$ 이라 하자.  $16M$ 의 값을 구하시오. [3점]

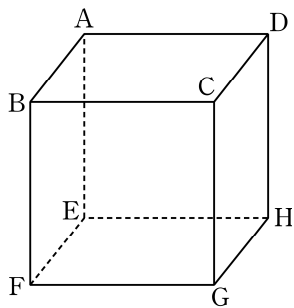
24. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 꼭짓점과 타원  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점이 일치할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 한 개의 주사위를 450번 던져 3의 배수의 눈이  $n$ 번 이상 나올 확률이 0.8413일 때, 표준정규분포표를 이용하여 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [4점]

〈표준정규분포표〉

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

25. 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 ABCD-EFGH의 서로 다른 두 꼭짓점을 각각 시점과 종점으로 하는 서로 다른 벡터의 개수를 구하시오. [3점]



27. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로  $a_1, a_2, a_3$ 이라 하면  $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3) \neq 0$ 일 때,  
 $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_1) \neq 0$ 일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 실수  $x$ 에 대하여  $x$ 보다 작지 않은 최소의 정수를  $\langle x \rangle$ 로 정의하자. 예를 들면  $\langle 1.1 \rangle = 2, \langle 3 \rangle = 3, \langle -1.7 \rangle = -1$ 이다.  
 함수  $f(x) = 2^{\langle x \rangle} + 2^{\langle -x \rangle}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 평면  $\alpha: x+2y-2z=-1$ 과 구  $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ 가 만나서 생기는 도형  $C$  위의 점을  $T$ 라 하자. 점  $A(4, 1, -1)$ 에 대하여  $\overline{AT}^2$ 의 최솟값은  $a+b\sqrt{34}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 정수이다.) [4점]

30. 함수  $f(x)=x^3+x^2$ 과 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x)=64|f(x)|-\sum_{k=1}^n|f(x^k)|$$

이라 하자. 함수  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.