거리라는 작품의 공간적 배경이 제시되어 있다.

② ㉡에는 거지 우두머리라는 체면보다는 사람을 중요하게 여기는 광문의 사람됨이 나타나 있다.

③ ㉢에는 광문을 의심하지만 직접 말을 하지 않는 모습에서 약방 부자의 심리가 드러나 있다.

⑤ ㉤에는 소리 높여 노래를 부르고, 집을 소유하며 얽매이기보다는 부잣집 문간에서 자는 것을 더 선호하는 것을 통해 자유로운 삶을 추구하는 광문의 모습이 드러나 있다.

42. 사람들에게 광문을 의로운 사람이라고 말하고 종실 사람들에게 광문의 칭찬을 함으로써 사람들이 광문을 훌륭한 인격자로 인식하도록 계기를 만든 사람이다.

① 가난한 자를 불쌍하게 여기는 것이 아니라 광문을 훌륭한 인격자로 만들어 준 장본인이다.

② 신분에 의한 차별을 부정적으로 여기는지는 알 수 없다.

③ 광문의 사람됨을 알아보고 신뢰하는 것은 알 수 있지만 앞으로 일어날 일에 대한 대비가 철저한지는 알 수 없다.

④ 사회적 부조리함을 개혁하려는 의지는 나타나지 않는다.

[43~45] (현대 소설) 현진건, '고향'

43. 이 글은 '나'와 '그'의 대화를 중심으로 내용이 전개되고 있는데, 중심 내용은 '그'의 삶이다. '나'가 일제 강점기라는 불행한 사회적 현실 속에서 불행하게 살아가는 '그'의 삶을 관찰자적 시점으로 서술하고 있다. 즉 이 글은 일제 강점기라는 사회적 현실 속에서 고통 받는 개인('그')의 삶을 드러내고 있다.

① 이 글에 나타나 있는 것은 운명을 극복하려는 인간의 의지가 아니라, 고통스러운 사회적 현실을 벗어나기 위한 몸부림이라고 할 수 있다.

② 이 글에 선인과 악인의 대립은 나타나지 않는다. 처절하고 기구한 삶을 살고 있는 인물과 그의 이야기를 듣고 동감하는 인물이 있을 뿐이다.

③ '희화화'는 '어떤 것을 익살맞게 표현'했다는 것인데, 이 글에는 '그'의 비참한 삶의 모습이 드러나 있을 뿐 그것을 익살맞게 표현한 부분은 없다.

④ '그'라는 한 사람의 삶의 이야기를 중심으로 내용이 전개되고 있다.

44. ㉢은 '나'가 '그'의 이야기를 듣는 동안 '그'의 처지를 동정하게 되고 감정적으로 동화가 되어 함께 술(정종)을 마시는 상황이다. 즉 ㉢은 '나'가 '그'에 대해 정서적으로 동화되는 과정을 드러내는 부분이다. 일제에 대한 저항 의지를 드러낸다는 것은 적절하지 않다.

① ㉠ '나'에게 말을 걸어 오는 '그'의 본심은 서울에 도착해서 먹고 살 장소에 관한 것이다. 이는 일제 강점기에 고향을 잃은 유랑민의 전형적인 모습이다.

② ㉡ 고향에서의 삶이 어려워져 짐을 이고지고 고향을 떠나는 사람들이 늘어나고 있다는 것이다.

④ ㉣ 일제의 가혹한 수탈로 집도 빼앗기고, 사람도 떠나고, 농토도 빼앗긴 황폐해진 고향의 모습을 드러내고 있다.

⑤ ㉤ 피폐해진 고향의 모습을 이야기하며 일제 강점기의 비참한 삶에 대한 비애와 한을 드러내고 있다.

45. [A]와 달리 〈보기〉에서는 중간 중간에 '기적 소리가 들린다.'는 음향 효과(E)를 삽입하여 공간적 배경이 기차 안이라는 것을 환기시키고 있다.(ㄴ) 그리고 [A]와 달리 〈보기〉에서는 '나'의 얼굴 표정을 클로즈업(C.U)하는 방법을 통해 '그'에 대한 '나'의 심리 상태가 드러나도록 하고 있군.(ㄹ)

ㄱ. '나'가 '그'에 대해 부정적인 감정을 드러내는 이유를 밝히고 있는 것은 [A]가 아니라 〈보기〉이다. 〈보기〉에서 '나'는 서울까지 가는 과정에 그 누구의 방해도 받지 않고 혼자서 여행하듯 가고 싶은데 '그'가 틈만 나면 친한 척을 말을 걸고 혼자만의 시간만의 시간을 방해해서 반감을 갖게 된 것이다.

ㄷ. [A]와 〈보기〉 모두 '나'가 '그'를 못마땅하게 여기고 있다.

수학 영역

가형

1. ⑤	2. ③	3. ④	4. ⑤	5. ⑤
6. ①	7. ⑤	8. ①	9. ①	10. ②
11. ③	12. ④	13. ④	14. ②	15. ④
16. ②	17. ⑤	18. ④	19. ⑤	20. ②
21. ③	22. 3	23. 25	24. 50	25. 10
26. 2	27. 35	28. 8	29. 33	30. 40

1. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(1,\ 5)-(-3,\ 2)=(4,\ 3)$

$\therefore |\overrightarrow{AB}|=\sqrt{4^2+3^2}=5$

2. $\cos\frac{5}{3}\pi=\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

3. ${}_3C_2+{}_3H_2=3+{}_{3+2-1}C_2=3+{}_4C_2=3+\frac{4\times3}{2\times1}=9$

4. 진수 조건에 의하여 $x>0$ …… ㉠

$\log_{\frac{1}{2}}x\geq-2$에서 $x\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$, $x\leq4$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $0<x\leq4$이므로 모든 정수 x의 값의 합은

$1+2+3+4=10$

5. 두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)=\frac{5}{6}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{5}{6}\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$이므로

$\mathrm{P}(B)=\frac{1}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{5}{6}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{13}{15}$

6. $1-\ln x=t$라 하면 $-\frac{1}{x}=\frac{dt}{dx}$이고

$x=1$일 때 $t=1$, $x=e$일 때 $t=0$이므로

$\int_1^e\frac{1-\ln x}{x}dx=\int_1^0 t(-dt)=\int_0^1 t\,dt$

$=\left[\frac{1}{2}t^2\right]_0^1=\frac{1}{2}$

7. $\cos^2x=1-\sin^2x$이므로

$2(1-\sin^2x)=3\sin x$, $2\sin^2x+3\sin x-2=0$

$(2\sin x-1)(\sin x+2)=0$

$\therefore \sin x=\frac{1}{2}$ ($\because -1\leq\sin x\leq1$)

이때 $0\leq x\leq2\pi$이고 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=\frac{\pi}{6}$, $\beta=\frac{5}{6}\pi$

$\therefore \frac{\beta}{\alpha}=5$

8. $\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$에서 $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$이므로

$|\vec{c}|^2=|\vec{a}-\vec{b}|^2=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=9-2\vec{a}\cdot\vec{b}+4=25$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=-6$

9. 자연수 8의 분할 중에서 1과 2를 모두 한 개 이상씩 포함한 자연수로 분할하는 방법의 수는 자연수 $5(=8-(1+2))$의 분할의 수와 같다. 자연수 5의 분할은

$5=4+1$

$=3+2=3+1+1$

$=2+2+1=2+1+1+1$

$=1+1+1+1+1$

이므로 구하는 분할하는 방법의 수는 7이다.

10. 구의 중심에서 xy평면까지의 거리는 4, yz평면까지의 거리는 2, zx평면까지의 거리는 1이므로 구의 중심의 좌표는 $(2,\ 1,\ 4)$이다.

또한, 구가 xy평면에 접하므로 반지름의 길이는 구의 중심에서 xy평면까지의 거리인 4이다.

그러므로 구의 방정식은

$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=4^2$

즉, $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z+5=0$에서

$a=-4$, $b=-2$, $c=-8$, $d=5$

$\therefore a+b+c+d=-9$

11. 타이어의 수명을 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(36,\ 4^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-36}{4}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(30\leq X\leq38)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{30-36}{4}\leq Z\leq\frac{38-36}{4}\right)$

$=\mathrm{P}(-1.5\leq Z\leq0.5)$

$=\mathrm{P}(-1.5\leq Z\leq0)+\mathrm{P}(0\leq Z\leq0.5)$

$=\mathrm{P}(0\leq Z\leq1.5)+\mathrm{P}(0\leq Z\leq0.5)$

$=0.4332+0.1915$

$=0.6247$

12. $f(x)=(x^2+x-1)e^x$에서

$f'(x)=(2x+1)e^x+(x^2+x-1)e^x$

$=(x^2+3x)e^x=x(x+3)e^x$

방정식 $f'(x)=0$의 두 근은 -3, 0이므로

$\alpha=-3$, $\beta=0$

$\therefore f(\alpha)=f(-3)=5e^{-3}=\frac{5}{e^3}$

13. $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-2}{x-2}=4$에서 $x\to2$일 때 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉, $f(2)=2$이므로

$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-2}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=4$

또한, $\{f(2x^2)\}'=f'(2x^2)\times(2x^2)'=4xf'(2x^2)$이므로 함수 $f(2x^2)$의 $x=1$에서의 미분계수는

$4\times f'(2)=4\times4=16$

14. (i) $a+b$가 짝수이고 ab가 홀수인 경우

a, b가 모두 홀수이어야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) $a+b$가 홀수이고 ab가 짝수인 경우

a, b 중에서 하나가 홀수이고 다른 하나는 짝수이어야 하므로 그 확률은

$2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

따라서 $a+b+ab$가 홀수인 사건을 A라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

(iii) $a+b$가 짝수이고 $ab=3$인 경우

$a=1$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$이므로 그 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

(iv) $a+b$가 홀수이고 $ab=6$인 경우

$a=1$, $b=6$ 또는 $a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=2$ 또는 $a=6$, $b=1$이므로 그 확률은

$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

따라서 ab가 3 또는 6인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{18}+\frac{1}{9}=\frac{1}{6}$

$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{9}$

15. $u=x$, $v'=\cos kx$라 하면 $u'=1$, $v=\frac{1}{k}\sin kx$이므로

$\int_0^{\frac{\pi}{k}}x\cos kx\,dx=\left[x\times\frac{1}{k}\sin kx\right]_0^{\frac{\pi}{k}}-\int_0^{\frac{\pi}{k}}\frac{1}{k}\sin kx\,dx$

$=0-\left[-\frac{1}{k^2}\cos kx\right]_0^{\frac{\pi}{k}}=-\frac{2}{k^2}$

즉, $-\frac{2}{k^2}=-\frac{1}{8}$에서 $k^2=16$이고 $k>0$이므로 $k=4$

16. $\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2t-2}{t^2-1}=\frac{2}{t+1}$ (단, $t\neq\pm1$)이므로

$t=3$일 때의 접선의 기울기는 $\frac{2}{3+1}=\frac{1}{2}$

또한, $t=3$일 때 $x=6$, $y=2$이므로 접선 l의 방정식은

$y-2=\frac{1}{2}(x-6)$, $x-2y-2=0$

따라서 원점과 직선 $x-2y-2=0$ 사이의 거리는

$\frac{|-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

17. 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5이다.
주머니에서 임의로 꺼낸 공에 적힌 수가 2, 3, 4일 확률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$이다.

(i) $X=5$인 사건은
공을 4번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 8인 경우뿐이므로

$P(X=5)={}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\boxed{\frac{1}{16}}$

(ii) $X=4$인 사건은
공을 3번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 6이고 네 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 3 이상인 경우,
공을 3번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 7인 경우,
공을 3번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 8인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$P(X=4)$

$={}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\boxed{{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^1}$

$+\left\{{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^1+{}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^2\right\}$

$=\frac{1}{16}+\boxed{\frac{3}{16}}+\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{32}\right)=\frac{17}{32}$

(i), (ii)에서

$P(X=3)=1-P(X=5)-P(X=4)=\frac{13}{32}$

이므로

$E(X)=3\times\frac{13}{32}+4\times\frac{17}{32}+5\times\frac{1}{16}=\frac{39+68+10}{32}$

$=\boxed{\frac{117}{32}}$

$\therefore a=\frac{1}{16}$, $b=\frac{3}{16}$, $c=\frac{117}{32}$

$\therefore a+b+c=\frac{2+6+117}{32}=\frac{125}{32}$

[참고]
$X=3$인 사건은
공을 2번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 5이고 세 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 4인 경우,
공을 2번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 6이고 세 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 3 이상인 경우,
공을 2번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 7인 경우,
공을 2번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 8인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$P(X=3)={}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^1\times\frac{1}{4}$

$+\left\{{}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^1+{}_2C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\right\}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$

$+{}_2C_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^1+{}_2C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2$

$=\frac{1}{16}+\frac{5}{32}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=\frac{13}{32}$

18. 남학생과 여학생이 붙어 있는 좌석에 1명씩 앉는 경우의 수는

$2^3\times3!\times3!=8\times6\times6=288$

이 각각에 대하여 같은 종류의 공책 3권과 같은 종류의 연필 3자루를 1개씩 남김없이 나누어 주는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!3!}=20$

따라서 구하는 경우의 수는 $288\times20=5760$이다.

19. ㄱ. $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OB}\perp\overrightarrow{OQ}$이므로

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}=0$, $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$

또한, $(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ})\perp\overrightarrow{AB}$이므로

$(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ})\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ})\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$

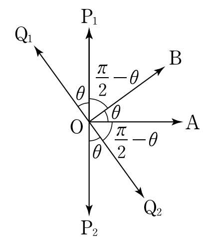
$=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}$

$+\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OA}$

$=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OA}=0$

$\therefore \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OA}$ $\quad\therefore$ 참

ㄴ. 두 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 이루는 각의 크기가 $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$이면서 주어진 조건을 그림으로 나타내면 그림과 같이 두 점 P, Q의 위치관계를 P_1, P_2, Q_1, Q_2로 나타낼 수 있다.



이때 $(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ})\perp\overrightarrow{AB}$인 경우는 P_1과 Q_2 또는 P_2와 Q_1인 경우이므로 두 벡터 $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$가 이루는 각의 크기는 $\pi-\theta$이다. $\quad\therefore$ 참

ㄷ. (i) $0<\theta<\frac{\pi}{2}$일 때 ㄱ, ㄴ에서

$|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OB}|\cos\left(\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$

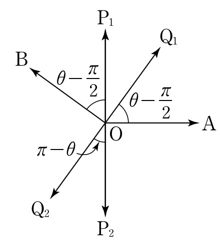
$=|\overrightarrow{OQ}||\overrightarrow{OA}|\cos\left(\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$

이므로

$|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OQ}||\overrightarrow{OA}|$

$\therefore \frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OB}|}$

(ii) 두 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 이루는 각의 크기가 $\theta\left(\frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$일 때, 주어진 조건을 그림으로 나타내면 그림과 같이 두 점 P, Q의 위치관계를 P_1, P_2, Q_1, Q_2로 나타낼 수 있다.



이때 $(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ})\perp\overrightarrow{AB}$인 경우는 P_1과 Q_1 또는 P_2와 Q_2인 경우이므로 두 벡터 $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$가 이루는 각의 크기는 $\pi-\theta$이다. 즉, ㄱ에서

$|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OB}|\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$

$=|\overrightarrow{OQ}||\overrightarrow{OA}|\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$

또는

$|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OB}|\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)$

$=|\overrightarrow{OQ}||\overrightarrow{OA}|\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)$

이므로

$|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OQ}||\overrightarrow{OA}|$

$\therefore \frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OB}|}$

(i), (ii)에 의하여 $\frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OB}|}$ $\quad\therefore$ 참

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

20. $\angle AOR=\frac{1}{3}\angle AOP=\frac{\theta}{3}$이므로 직선 OR의 방정식은

$y=\left(\tan\frac{\theta}{3}\right)x$

따라서 점 T의 x좌표는

$\left(\tan\frac{\theta}{3}\right)x=1 \qquad \therefore x=\frac{1}{\tan\frac{\theta}{3}}$

또한, $\angle AOP=\theta$이므로 $y_1=\sin\theta$

따라서 $y_2=6y_1=6\sin\theta$이고

$x_2=\sqrt{1-{y_2}^2}=\sqrt{1-36\sin^2\theta}$

이므로 직선 OQ의 방정식은 $y=\frac{6\sin\theta}{\sqrt{1-36\sin^2\theta}}x$

따라서 점 S의 x좌표는

$\frac{6\sin\theta}{\sqrt{1-36\sin^2\theta}}x=1 \qquad \therefore x=\frac{\sqrt{1-36\sin^2\theta}}{6\sin\theta}$

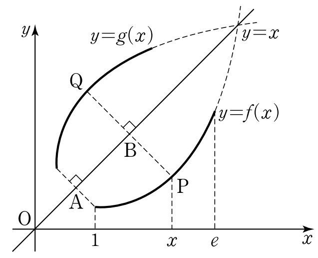
$\therefore \lim_{\theta\to0+}\frac{\overline{BS}}{\overline{BT}}$

$=\lim_{\theta\to0+}\frac{\frac{\sqrt{1-36\sin^2\theta}}{6\sin\theta}}{\frac{1}{\tan\frac{\theta}{3}}}$

$=\lim_{\theta\to0+}\left(\sqrt{1-36\sin^2\theta}\times\frac{\theta}{6\sin\theta}\times\frac{\tan\frac{\theta}{3}}{\theta}\right)$

$=1\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$

21. 두 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln x$, $g(x)$는 서로 역함수의 관계이므로 그림과 같이 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
따라서 중점 M은 점 $P(a, f(a))$에서 직선 $y=x$에 내린 수선의 발과 같다.



$\overrightarrow{OP}=(x, f(x))$라 하면

$|\overrightarrow{OB}|=\frac{|(1, 1)\cdot(x, f(x))|}{|(1, 1)|}=\frac{x+f(x)}{\sqrt{2}}$

이고 $f(1)=\frac{1}{4}$이므로

$h(x)=|\overrightarrow{OB}|-|\overrightarrow{OA}|$

$=\frac{x+f(x)}{\sqrt{2}}-\frac{1+\frac{1}{4}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(x+f(x)-\frac{5}{4}\right)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(x+\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln x-\frac{5}{4}\right)$

$h'(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2x}\right)$

즉, $h(2)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\ln2\right)$,

$h'(2)=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{7}{4}=\frac{7\sqrt{2}}{8}$이므로

$\frac{h(2)}{h'(2)}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\ln2\right)}{\frac{7\sqrt{2}}{8}}=\frac{7-2\ln2}{7}$

22. 함수 $f(x)=2^{x-2}+3$의 그래프의 점근선은 $y=3$이고
함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 점근선은 $x=3$이다.

$\therefore a=3$

23. 7명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는
$7!$
A, B, C를 제외한 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$4!$
4명의 앞, 뒤와 그 사이사이의 5자리 중 2자리에 A, B를 한 사람으로 생각하여 두 명을 세우는 경우의 수는
${}_5P_2\times2!$
따라서 구하는 확률은

$\frac{4!\times{}_5P_2\times2!}{7!}=\frac{4}{21} \qquad \therefore p+q=25$

24. 두 점 $A(2, 3, 1)$, $B(-1, 1, 2)$를 지나는 직선의 방정식은

$\frac{x-2}{-1-2}=\frac{y-3}{1-3}=\frac{z-1}{2-1}$, $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{-2}=z-1$

위의 직선과 xy평면이 만나는 점은 $z=0$일 때이므로

$\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{-2}=-1 \qquad \therefore x=5,\ y=5$

따라서 $a=5$, $b=5$이므로 $a^2+b^2=5^2+5^2=50$이다.

25. 초점이 $F(p,\ 0)$이고 준선의 방정식은 $x=-p$이므로 주어진 조건을 만족시키는 원의 반지름의 길이는 $2p$이고 원의 방정식은

$(x-p)^2+y^2=4p^2$

이때 제1사분면에서 원과 포물선이 만나는 점의 x좌표는

$(x-p)^2+4px=4p^2,\ x^2+2px-3p^2=0$

$(x+3p)(x-p)=0$

$\therefore x=p$

즉, 삼각형 PHF는 $\angle FPH=90°$인 직각삼각형이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{PH}\times\overline{PF}=\frac{1}{2}\times 2p\times 2p=2p^2=20$

$\therefore p^2=10$

26. $f'(x)=-e^{-x}$이므로 점 $P(1,\ e^{-1})$에서의 접선의 방정식은

$y-e^{-1}=-e^{-1}(x-1),\ y=-e^{-1}x+2e^{-1}$

따라서 접선의 x절편이 2이므로

$S_1=\frac{1}{2}\times e^{-1}\times 1=\frac{e^{-1}}{2}$

또한, $S_2=\int_1^t e^{-x}dx=\left[-e^{-x}\right]_1^t=-e^{-t}+e^{-1}$

$\lim_{t\to\infty}e^{-t}=0$이므로

$\lim_{t\to\infty}\frac{S_2}{S_1}=\lim_{t\to\infty}\frac{-e^{-t}+e^{-1}}{\frac{e^{-1}}{2}}=2$

27. 조건 (가)에서 $\log_2 a+\log_2 b=2$이므로

$\log_2 ab=2$, 즉 $ab=4$

이때 $a,\ b$가 음이 아닌 정수이므로

(i) $a=1,\ b=4$인 경우

$a+b+c+d+e=8$에서 $c+d+e=3$

이때 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수는 ${}_3H_3={}_5C_3=10$

(ii) $a=b=2$인 경우

$a+b+c+d+e=8$에서 $c+d+e=4$

이때 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수는 ${}_3H_4={}_6C_4={}_6C_2=15$

(iii) $a=4,\ b=1$인 경우

$a+b+c+d+e=8$에서 $c+d+e=3$

이때 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수는 ${}_3H_3={}_5C_3=10$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 개수는

$10+15+10=35$

28. $\overline{AF_1}=a,\ \overline{AF_2}=b$라 하면 타원의 정의에 의하여

$a+b=2\sqrt{6}$

또한, $F_1(-2,\ 0),\ F_2(2,\ 0)$이므로 $\overline{F_1F_2}=4$

따라서 $a^2+b^2=4^2=16$에서

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=24-2ab=16$

$\therefore ab=4$

이때 $(b-a)^2=a^2+b^2-2ab=16-8=8$에서

$b-a=2\sqrt{2}$

따라서 쌍곡선의 주축의 길이는 $2\sqrt{2}$이므로 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$

직선 l의 방정식은 $y=m(x+2)$이고 쌍곡선의 두 점근선은 $y=-x,\ y=x$이므로 두 점 P, Q의 x좌표는 각각

$m(x+2)=-x$에서 $x=\frac{-2m}{m+1}$,

$m(x+2)=x$에서 $x=\frac{-2m}{m-1}$

즉, 점 M의 x좌표는

$\frac{1}{2}\left(\frac{-2m}{m+1}+\frac{-2m}{m-1}\right)=\frac{-2m^2}{m^2-1}$ …… ㉠

그리고 $\overline{F_1F_2}=\overline{F_2N}=4$에서 $N(6,\ 0)$이므로 직선 MN의 방정식은 $y=-\frac{1}{m}(x-6)$이고 두 직선

$y=m(x+2),\ y=-\frac{1}{m}(x-6)$의 교점 M의 x좌표는

$m(x+2)=-\frac{1}{m}(x-6)$에서

$\left(m+\frac{1}{m}\right)x=-2m+\frac{6}{m}$이므로

$x=\frac{-2m+\frac{6}{m}}{m+\frac{1}{m}}=\frac{-2m^2+6}{m^2+1}$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서

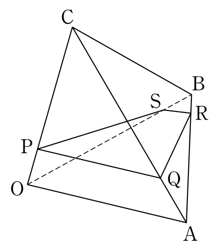
$\frac{-2m^2}{m^2-1}=\frac{-2m^2+6}{m^2+1}$

$-2m^2(m^2+1)=(m^2-1)(-2m^2+6)$

$-2m^4-2m^2=-2m^4+8m^2-6,\ 10m^2=6$

$\therefore m^2=\frac{3}{5}$ $\quad\therefore p+q=8$

29. 평면 $y+3z=t$가 네 점 O, A, B, C를 지날 때의 t의 값은 각각 0, 0, 5, $\frac{25}{3}$이므로 $0<t<5$일 때 정사면체 OABC와 평면 $y+3z=t$가 만나서 생기는 단면은 그림과 같이 네 점 P, Q, R, S를 꼭짓점으로 하는 사각형이다.



이때 두 점 O, A는 평면 $y+3z=0$ 위의 두 점이고 평면 $y+3z=0$과 평면 PQRS는 평행하므로

$\overline{PQ}/\!/\overline{OA},\ \overline{RS}/\!/\overline{OA}$

$\therefore \overline{PQ}/\!/\overline{RS}$

따라서 사각형 PQRS는 사다리꼴이다.

또한, $\overline{OP}:\overline{OC}=t:\frac{25}{3},\ \overline{AR}:\overline{AB}=t:5$이므로

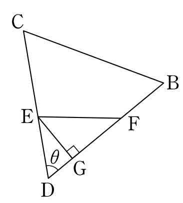
$\overline{PQ}=\frac{\frac{25}{3}-t}{\frac{25}{3}}\times\overline{OA}=\frac{\sqrt{10}}{25}(25-3t)$

$\overline{SR}=\frac{5-t}{5}\overline{OA}=\frac{\sqrt{10}}{5}(5-t)$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{SR}=\frac{\sqrt{10}}{25}(25-3t)+\frac{\sqrt{10}}{5}(5-t)$

$=\frac{2\sqrt{10}}{25}(25-4t)$

정사면체의 두 면이 이루는 각의 크기를 θ라 하면 $\cos\theta=\frac{1}{3}$이다.



두 점 B, C와 선분 OA의 중점 D를 지나는 평면이 정사면체 OABC와 만나는 단면을 나타내면 그림과 같고 사다리꼴 PQRS의 높이는 선분 EF의 길이와 같다. (단, 점 E는 선분 PQ의 중점이고, 점 F는 선분 SR의 중점이다.)

이때 $\overline{BD}=\overline{CD}=\sqrt{10}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$이므로

$\overline{DE}=\frac{3t}{25}\times\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{3\sqrt{30}}{50}t,\ \overline{DF}=\frac{t}{5}\times\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{\sqrt{30}}{10}t$

따라서 점 E에서 선분 DF에 내린 수선의 발을 G라 하면 삼각형 DEG에서

$\overline{DG}=\overline{DE}\times\cos\theta=\frac{3\sqrt{30}}{50}t\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{30}}{50}t$

$\overline{EG}=\overline{DE}\times\sin\theta=\frac{3\sqrt{30}}{50}t\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{2\sqrt{15}}{25}t$

$\therefore \overline{GF}=\overline{DF}-\overline{DG}=\frac{\sqrt{30}}{10}t-\frac{\sqrt{30}}{50}t=\frac{4\sqrt{30}}{50}t$

$\therefore \overline{EF}=\sqrt{\overline{GF}^2+\overline{EG}^2}=\sqrt{\left(\frac{4\sqrt{30}}{50}t\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{15}}{25}t\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{720}{50^2}t^2}=\frac{6}{5\sqrt{5}}t=\frac{6\sqrt{5}}{25}t$

따라서 사다리꼴 PQRS의 넓이를 $S(t)$라 하면

$S(t)=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{10}}{25}(25-4t)\times\frac{6\sqrt{5}}{25}t$

$=\frac{6\sqrt{2}}{125}(25t-4t^2)$

또한, 평면 $y+3z=t$와 xy평면의 법선벡터는 각각 $\overrightarrow{n_1}=(0,\ 1,\ 3),\ \overrightarrow{n_2}=(0,\ 0,\ 1)$이므로 두 평면이 이루는 각의 크기를 θ'이라 하면 $\cos\theta'=\frac{3}{\sqrt{10}}$

이때 사다리꼴 PQRS의 xy평면 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{9\sqrt{5}}{8}$이므로

$\frac{6\sqrt{2}}{125}(25t-4t^2)\times\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{9\sqrt{5}}{8}$

$\frac{2}{125}(25t-4t^2)=\frac{5}{8},\ 16(25t-4t^2)=625$

$64t^2-400t+625=0,\ (8t-25)^2=0$

$\therefore t=\frac{25}{8}$ $\quad\therefore p+q=33$

30. $f'(x)=\sec^2 x$이므로

$g'(x)=\frac{1}{\frac{dx}{dy}}=\frac{1}{\sec^2 y}=\frac{1}{1+\tan^2 y}=\frac{1}{1+x^2}$

또한,

$h(x)=\frac{\sqrt{2}}{8}\ln\frac{x^2+\sqrt{2}x+1}{x^2-\sqrt{2}x+1}$

$+\frac{\sqrt{2}}{4}\{g(\sqrt{2}x+1)+g(\sqrt{2}x-1)\}$

$=\frac{\sqrt{2}}{8}\{\ln(x^2+\sqrt{2}x+1)-\ln(x^2-\sqrt{2}x+1)\}$

$+\frac{\sqrt{2}}{4}\{g(\sqrt{2}x+1)+g(\sqrt{2}x-1)\}$

이므로

$h'(x)=\frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{2x+\sqrt{2}}{x^2+\sqrt{2}x+1}-\frac{2x-\sqrt{2}}{x^2-\sqrt{2}x+1}\right)$

$+\frac{\sqrt{2}}{4}\left\{\frac{\sqrt{2}}{1+(\sqrt{2}x+1)^2}+\frac{\sqrt{2}}{1+(\sqrt{2}x-1)^2}\right\}$

$=\frac{\sqrt{2}}{8}\left\{\frac{(2x+\sqrt{2})(x^2+1-\sqrt{2}x)}{(x^2+1+\sqrt{2}x)(x^2+1-\sqrt{2}x)}\right.$

$\left.-\frac{(2x-\sqrt{2})(x^2+1+\sqrt{2}x)}{(x^2+1+\sqrt{2}x)(x^2+1-\sqrt{2}x)}\right\}$

$+\frac{\sqrt{2}}{4}\left\{\frac{\sqrt{2}(2x^2+2-2\sqrt{2}x)+\sqrt{2}(2x^2+2+2\sqrt{2}x)}{(2x^2+2+2\sqrt{2}x)(2x^2+2-2\sqrt{2}x)}\right\}$

$=\frac{\sqrt{2}}{8}\times\frac{-2\sqrt{2}x^2+2\sqrt{2}}{x^4+1}+\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{4\sqrt{2}x^2+4\sqrt{2}}{4x^4+4}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{-x^2+1}{x^4+1}+\frac{1}{2}\times\frac{x^2+1}{x^4+1}$

$=\frac{1}{x^4+1}$

즉, $h'(x)=\frac{b}{x^4+a}=\frac{1}{x^4+1}$에서 $a=1,\ b=1$

$\therefore \int_0^{\frac{a+b}{2}}g'(x^2)dx=\int_0^1 g'(x^2)dx=\int_0^1\frac{1}{1+x^4}dx$

$=\int_0^1 h'(x)dx=\left[h(x)\right]_0^1$

$=h(1)-h(0)$

이때

$h(0)=\frac{\sqrt{2}}{4}\{g(1)+g(-1)\}=\frac{\sqrt{2}}{4}\left\{\frac{\pi}{4}+\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$=0$

이고

$h(1)=\frac{\sqrt{2}}{8}\ln\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{4}\{g(\sqrt{2}+1)+g(\sqrt{2}-1)\}$

이므로 $g(\sqrt{2}+1)=\alpha,\ g(\sqrt{2}-1)=\beta$라 하면

$\tan\alpha=\sqrt{2}+1,\ \tan\beta=\sqrt{2}-1$

$\therefore \tan\alpha+\tan\beta=2\sqrt{2}$,

$\tan\alpha\tan\beta=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$

그런데 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$에서

$0<\alpha<\frac{\pi}{2},\ 0<\beta<\frac{\pi}{2}$이므로 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

즉, $g(\sqrt{2}+1)+g(\sqrt{2}-1)=\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$이므로

$h(1)=\frac{\sqrt{2}}{8}\ln\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{4}\{g(\sqrt{2}+1)+g(\sqrt{2}-1)\}$

$=\frac{\sqrt{2}}{8}\ln(3+2\sqrt{2})+\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{\pi}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{8}\{\ln(3+2\sqrt{2})+\pi\}$

$\therefore \int_0^{\frac{a+b}{2}}g'(x^2)dx=h(1)-h(0)$

$=\frac{\sqrt{2}}{8}\{\ln(3+2\sqrt{2})+\pi\}$

$\therefore c=3,\ d=1$

$\therefore 10(ab+cd)=10(1+3)=40$

나형

1. ⑤	2. ①	3. ②	4. ①	5. ④
6. ④	7. ②	8. ③	9. ②	10. ③
11. ③	12. ④	13. ②	14. ③	15. ④
16. ②	17. ⑤	18. ⑤	19. ④	20. ②
21. ④	22. 64	23. 4	24. 26	25. 7
26. 17	27. 35	28. 10	29. 51	30. 317

1. $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$이므로 모든 원소의 합은
$1+2+3+4+5=15$

2. $2^{-2}\times(-2)^0=\frac{1}{2^2}\times1=\frac{1}{4}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{2n+\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4-\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n}{2+\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\frac{4-0\times0}{2+0\times0}=2$

4. $f(1)=4\times1+3=7$이므로
$(f\circ f)(1)=f(f(1))=f(7)=4\times7+3=31$

5. $\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^C)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이므로
$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$$

6. $\log4=\log2^2=2\log2$, $\log25=\log5^2=2\log5$이므로
$(\log4\times\log25)\left(\frac{1}{\log2}+\frac{1}{\log5}\right)$
$=4(\log2\times\log5)\frac{\log5+\log2}{\log2\times\log5}$
$=4(\log5+\log2)$
$=4\log(5\times2)=4\log10=4$

7. 주어진 그래프에서 $f(-1)=0$, $\lim\limits_{x\to1-}f(x)=-1$
$\therefore f(-1)+\lim\limits_{x\to1-}f(x)=0+(-1)=-1$

8. $f'(x)=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$이므로
$f'(x)=0$에서
$x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 함수 $f(x)$의 증감을 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$의 극댓값은
$f(-1)=-1-3+9+1=6$

9. $\int_{-a}^{a}(x^3+3x^2)dx=2\int_0^a3x^2dx=2\Big[x^3\Big]_0^a=2(a^3-0)$
$=2a^3$
$2a^3=54$에서 $a^3=27$
$\therefore a=3$

10. $|x-a|<3$에서 $-3<x-a<3$이므로 조건 p의 진리집합을 P라 하면
$P=\{x|a-3<x<a+3\}$
조건 q의 부정은
$\sim q: x\geq0$
이므로 조건 q의 진리집합을 Q라 하면
$Q^C=\{x|x\geq0\}$
이때 p가 $\sim q$이기 위한 충분조건이려면 $P\subset Q^C$이어야 하므로 $a-3\geq0$
$\therefore a\geq3$
따라서 실수 a의 최솟값은 3이다.

11. 가형의 11번과 동일

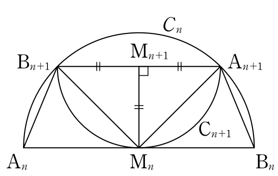
12. $3x^2-2=10$에서 $3(x+2)(x-2)=0$이므로 곡선 $y=3x^2-2$와 직선 $y=10$이 만나는 두 점의 x좌표는 -2, 2이다.
따라서 구하는 넓이는
$\int_{-2}^{2}\{10-(3x^2-2)\}dx=2\int_0^2(12-3x^2)dx$
$=2\Big[12x-x^3\Big]_0^2=2(12\times2-2^3)=32$

13. $f(-1)=-1+2+1=2$이다.
$f'(x)=3x^2-2$이므로 $f'(-1)=3\times(-1)^2-2=1$
$g(x)=xf(x)$라 하면 $g'(x)=f(x)+xf'(x)$이므로
$g'(-1)=f(-1)-f'(-1)=2-1=1$
따라서 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(-1,\ -f(-1))$,
즉, 점 $(-1,\ -2)$에서의 접선의 방정식은
$y-(-2)=1\{x-(-1)\}$
$y=x-1$
따라서 y절편은 -1이다.

14. 주어진 그래프는 함수 $y=\frac{k}{x}$ $(k<0)$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $y=\frac{k}{x+2}+3$에서 $m=2$, $n=3$이다.
따라서 함수 $y=k\sqrt{mx+n}$, 즉 $y=k\sqrt{2x+3}$ $(k<0)$의 그래프의 개형은 ③과 같다.

15. 9명의 학생을 임의로 3명씩 세 조로 나누는 경우의 수는
${}_9\mathrm{C}_3\times{}_6\mathrm{C}_3\times{}_3\mathrm{C}_3\times\frac{1}{3!}=280$
A, B, C 중 같은 조에 속하는 두 명을 택하고 A, B, C를 제외한 6명의 학생을 1명, 2명, 3명의 3개 조로 나누는 경우의 수는
${}_3\mathrm{C}_2\times{}_6\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_3=180$
따라서 구하는 확률은
$\frac{180}{280}=\frac{9}{14}$

16.

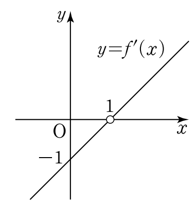


선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 중점을 M_n이라 하면
$\overline{\mathrm{M}_n\mathrm{M}_{n+1}}\perp\overline{\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}}$이고,
$\overline{\mathrm{M}_n\mathrm{M}_{n+1}}=\overline{\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{M}_{n+1}}=\overline{\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{M}_{n+1}}$이므로
$\angle\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{M}_n\mathrm{B}_{n+1}=90^\circ$
반원 C_1의 반지름의 길이는 $\overline{\mathrm{M}_1\mathrm{A}_2}=\overline{\mathrm{M}_1\mathrm{B}_2}=1$이므로 직각이등변삼각형 $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{M}_1$에서
$\overline{\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2}=\sqrt{2}\times\overline{\mathrm{M}_1\mathrm{A}_1}=\sqrt{2}$
$\therefore S_1=\pi\times1^2\times\frac{90^\circ}{360^\circ}-\frac{1}{2}\times1^2=\frac{\pi-2}{4}$
한편, 모든 자연수 n에 대하여
$\overline{\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}$이므로
$S_{n+1}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times S_n=\frac{1}{2}S_n$
따라서 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 $\frac{\pi-2}{4}$이고 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열이므로
$$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{\frac{\pi-2}{4}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{\pi-2}{2}$$

17. 가형의 17번과 동일

18. (i) 여학생이 모두 한 명씩만 일어나는 경우
여학생 3명과 남학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수와 같으므로
$6!=720$
(ii) 여학생 2명이 동시에 일어날 때가 있는 경우
동시에 일어날 여학생 2명을 택하는 경우의 수는
${}_3\mathrm{C}_2=3$
동시에 일어나는 여학생 2명을 한 명으로 보고, 여학생 2명과 남학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수와 같으므로
$5!=120$ $\quad\therefore 3\times120=360$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$720+360=1080$

19. ㄱ. $\lim\limits_{x\to1+}f'(x)=\lim\limits_{x\to1-}f'(x)=0$
이므로
$\lim\limits_{x\to1}f'(x)=0$ $\quad\therefore$ 참



ㄴ. [반례]
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2-x+C_1 & (x<1)\\ C_3 & (x=1)\\ \frac{1}{2}x^2-x+C_2 & (x>1)\end{cases}$$
(단, C_1, C_2는 적분상수, C_3은 상수)
이면 $\lim\limits_{x\to1-}f(x)=-\frac{1}{2}+C_1$, $\lim\limits_{x\to1+}f(x)=-\frac{1}{2}+C_2$
이다. 따라서 $C_1\neq C_2$이면 $\lim\limits_{x\to1}f(x)$의 값이 존재하지 않는다. $\quad\therefore$ 거짓
ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이라고 가정하면
$\lim\limits_{x\to1-}f(x)=\lim\limits_{x\to1+}f(x)=f(1)$이어야 하므로
ㄴ에서 $C_1=C_2$이고 $f(1)=C_1-\frac{1}{2}=C_3$이다.
이때 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+C_1$이므로 $f(x)$는 정의역이 실수 전체의 집합인 이차함수이다.
따라서 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하지 않다는 조건에 모순이다.
그러므로 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다. $\quad\therefore$ 참
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

20. 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 $a_n=ar^{n-1}$이라 하면
$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a}\left(\frac{1}{r}\right)^{n-1}$ (단, a, r는 0이 아닌 정수)
조건 (가)에서 $-1<\frac{1}{r}<1$이므로
$r<-1$ 또는 $r>1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
조건 (나)에서 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{4^n}+\frac{2}{n^2+n}\right)=0$이므로
$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{4^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\left(\frac{a_n}{4^n}+\frac{2}{n^2+n}\right)-\frac{2}{n^2+n}\right\}$
$=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{4^n}+\frac{2}{n^2+n}\right)-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n^2+n}$
$=0-0=0$
$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{4^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a\times r^{n-1}}{4^n}=\frac{a}{4}\times\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{r}{4}\right)^{n-1}=0$이므로
$-1<\frac{r}{4}<1$
$\therefore -4<r<4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$-4<r<-1$ 또는 $1<r<4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢
한편, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{4^n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a}{4}\left(\frac{r}{4}\right)^{n-1}=\frac{\frac{a}{4}}{1-\frac{r}{4}}=\frac{a}{4-r}$이고,
$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^2+n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+1)}$
$=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{2}{k(k+1)}$
$=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}2\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$
$=2\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{n+1}\right)$
$=2(1-0)=2$
이므로
$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{4^n}+\frac{2}{n^2+n}\right)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{4^n}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^2+n}$
$=\frac{a}{4-r}+2=4$

$\therefore\ a=2(4-r)$ …… ㉣

이때

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a}\left(\frac{1}{r}\right)^{n-1}=\frac{\frac{1}{a}}{1-\frac{1}{r}}=\frac{r}{a(r-1)}\ \cdots\ ㉤$$

㉢, ㉣, ㉤에서 두 정수 a, r의 값과 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

r	-3	-2	2	3
a	14	12	4	2
$\frac{r}{a(r-1)}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$

이때 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k}{a_n}=k\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}=k\times\frac{r}{a(r-1)}$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k}{a_n}$의 값이 항상 자연수이려면 k는 56, 18, 2, 4의 최소공배수이어야 한다.

$\therefore\ 7\times8\times9=504$

21. 조건 ㈏에서 함수 f는 일대일 대응이므로 $n(X)=n(Y)$이어야 한다.

$n(X\cup Y)\le n(X)+n(Y)$이고 조건 ㈎에서 $n(X\cup Y)=n(U)=5$이므로

$n(X)=n(Y)\ge3$

한편, 조건 ㈐에서 항상

$1\in X,\ 1\notin Y,\ 5\notin X,\ 5\in Y$

이어야 한다.

(i) $n(X)=n(Y)=3$일 때,

① $X=\{1,\ 2,\ 3\}$일 때

항상 $4\in Y$, $5\in Y$이어야 하므로 가능한 함수 f는 다음과 같다.

$f(1)=2,\ f(2)=4,\ f(3)=5$
$f(1)=2,\ f(2)=5,\ f(3)=4$
$f(1)=3,\ f(2)=4,\ f(3)=5$
$f(1)=3,\ f(2)=5,\ f(3)=4$
$f(1)=4,\ f(2)=3,\ f(3)=5$
$f(1)=5,\ f(2)=3,\ f(3)=4$

② $X=\{1,\ 2,\ 4\}$일 때

항상 $3\in Y$, $5\in Y$이어야 하므로 가능한 함수 f는 다음과 같다.

$f(1)=2,\ f(2)=3,\ f(4)=5$
$f(1)=3,\ f(2)=4,\ f(4)=5$
$f(1)=4,\ f(2)=3,\ f(4)=5$

③ $X=\{1,\ 3,\ 4\}$일 때

항상 $2\in Y$, $5\in Y$이어야 하므로 가능한 함수 f는 다음과 같다.

$f(1)=2,\ f(3)=4,\ f(4)=5$

(ii) $n(X)=n(Y)=4$일 때,

항상 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Y=\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$이고,
$f(1)=2,\ f(2)=3,\ f(3)=4,\ f(4)=5$
이어야 하므로 함수 $f:X\longrightarrow Y$의 개수는 1이다.

(iii) $n(X)=n(Y)=5$인 경우는 불가능하다.

따라서 구하는 함수 $f:X\longrightarrow Y$의 개수는

$6+3+1+1=11$

22. $a_{10}=a_1+9\times4=100$이므로

$a_1=100-36=64$

23.
$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)+3}{x+1}=\frac{\lim_{x\to1}f(x)+3}{\lim_{x\to1}(x+1)}=\frac{5+3}{1+1}=4$$

24. $(6,\ 2)\in A$이므로 $6a-2b=12$

$\therefore\ 3a-b=6$ …… ㉠

$(-3,\ -2)\in A$이므로

$-3a+2b=12$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=8$, $b=18$

$\therefore\ a+b=26$

25. 자연수 8의 분할 중에서 1과 2를 모두 한 개 이상씩 포함한 자연수로 분할하는 방법의 수는 자연수 $5(=8-(1+2))$의 분할의 수와 같다. 자연수 5의 분할은

$5=4+1$
$\ \ =3+2=3+1+1$
$\ \ =2+2+1=2+1+1+1$
$\ \ =1+1+1+1+1$

이므로 구하는 분할하는 방법의 수는 7이다.

26. 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 가속도를 $a(t)$라 하면

$v(t)=x'(t)=-12t^2+24t+5$
$a(t)=v'(t)=-24t+24$

가속도가 0인 순간은 $a(t)=-24t+24=0$에서

$t=1$

따라서 $t=1$일 때의 점 P의 속도는

$v(1)=-12+24+5=17$

27. 가형의 27번과 동일

28. 주어진 조건을 만족시키는 $a_n(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$을 차례로 나열하면 다음과 같다.

$a_1=1$
$a_2=1+3\times1+2=6$
$a_3=\frac{6}{3}=2$
$a_4=2+3\times3+1=12$
$a_5=\frac{12}{3}=4$
$a_6=4+3\times5+2=21$
$a_7=\frac{21}{3}=7$
$a_8=7+3\times7+2=30$
$a_9=\frac{30}{3}=10$

29. 두 주머니 A, B에서 꺼낸 3개의 공에 적힌 세 수의 곱 T가 짝수인 사건을 X, T가 4의 배수인 사건을 Y라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(Y|X)$이다.

(i) T가 홀수일 확률은

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_1}{{}_3\mathrm{C}_1}\times\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{15}$$

이므로 T가 짝수일 확률은

$$\mathrm{P}(X)=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$$

(ii) 꺼낸 공에 적힌 세 수 중 짝수는 2뿐일 확률은

$$\frac{{}_1\mathrm{C}_1}{{}_3\mathrm{C}_1}\times\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{30}$$

이고, 꺼낸 공에 적힌 세 수 중 짝수는 6뿐일 확률은

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_1}{{}_3\mathrm{C}_1}\times\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{2}{3}\times\frac{2}{10}=\frac{2}{15}$$

이므로 T가 짝수이지만 4의 배수가 아닐 확률은

$$\frac{1}{30}+\frac{2}{15}=\frac{1}{6}$$

따라서 T가 4의 배수일 확률은

$$\mathrm{P}(Y)=\frac{14}{15}-\frac{1}{6}=\frac{23}{30}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(X\cap Y)=\mathrm{P}(Y)=\frac{23}{30}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(Y|X)=\frac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\frac{\frac{23}{30}}{\frac{14}{15}}=\frac{23}{28}$$

$\therefore\ p+q=51$

30. $f(x)=x^3-x$에서 $f'(x)=3x^2-1$이므로 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$에서의 접선의 기울기는 $f'(t)=3t^2-1$이다.

따라서 접선의 방정식은

$y-(t^3-t)=(3t^2-1)(x-t)$

즉, $y=(3t^2-1)x-2t^3$이므로 이 접선이 y축과 만나는 점은 $\mathrm{Q}(0,\ -2t^3)$이고, 점 P를 지나고 y축에 수직인 직선이 y축과 만나는 점은 $\mathrm{R}(0,\ t^3-t)$이다.

$$\therefore\ g(t)=\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{QR}}=|t|+|t^3-t+2t^3|=t+t|3t^2-1|$$

(i) $0<t<\frac{1}{\sqrt{3}}$일 때

$g(t)=t+t(-3t^2+1)=-3t^3+2t$이므로

$g'(t)=-9t^2+2$

따라서 $g'(t)=0$에서 $t=\frac{\sqrt{2}}{3}$이므로 함수 $g(t)$는

$t=\frac{\sqrt{2}}{3}$에서 극대이다.

(ii) $t\ge\frac{1}{\sqrt{3}}$일 때

$g(t)=t+t(3t^2-1)=3t^3$이므로 $g'(t)=9t^2>0$

따라서 함수 $g(t)$의 극값은 존재하지 않는다.

$$\lim_{t\to\frac{1}{\sqrt{3}}-}g(t)=\lim_{t\to\frac{1}{\sqrt{3}}+}g(t)=g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{1}{\sqrt{3}}$$이므로

함수 $g(t)$는 $t=\frac{1}{\sqrt{3}}$에서 연속이고,

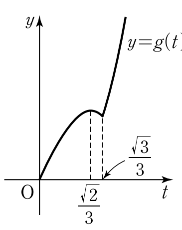
$$\lim_{t\to\frac{1}{\sqrt{3}}-}g'(t)=\lim_{t\to\frac{1}{\sqrt{3}}-}(-9t^2+2)=-3+2=-1<0$$

$$\lim_{t\to\frac{1}{\sqrt{3}}+}g'(t)=\lim_{t\to\frac{1}{\sqrt{3}}+}9t^2=3>0$$

이므로 함수 $g(t)$는

$t=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$에서 극소이다.

$\therefore\ a=\frac{\sqrt{2}}{3},\ b=\frac{\sqrt{3}}{3}$



$t\ge\frac{1}{\sqrt{3}}$일 때 $g'(t)=9t^2$이므로

$$\lim_{h\to0+}\frac{g(b+h)-g(b)}{h}=\lim_{t\to b+}g'(t)=9b^2=9\times\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=3$$

한편, $p>0$이고 $t<\frac{1}{\sqrt{3}}$일 때, $g'(t)=-9t^2+2$이므로

$$\begin{aligned}&\lim_{h\to0+}\frac{g(b-ph)-g(b)}{h}\\&=-p\lim_{h\to0+}\frac{g(b-ph)-g(b)}{-ph}\\&=-p\lim_{s\to0-}\frac{g(b+s)-g(b)}{s}\\&=-p\lim_{t\to b-}g'(t)=-p(-9b^2+2)\\&=-p\left\{-9\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+2\right\}=p\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ &\lim_{h\to0+}\frac{g(b+h)-g(b-ph)}{h}\\&=\lim_{h\to0+}\frac{g(b+h)-g(b)-\{g(b-ph)-g(b)\}}{h}\\&=\lim_{h\to0+}\frac{g(b+h)-g(b)}{h}-\lim_{h\to0+}\frac{g(b-ph)-g(b)}{h}\\&=3-p\end{aligned}$$

이때

$$\begin{aligned}\int_a^b g(t)dt&=\int_a^b(-3t^3+2t)dt\\&=\left[-\frac{3}{4}t^4+t^2\right]_{\frac{\sqrt{2}}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\\&=\left(-\frac{3}{4}\times\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{3}{4}\times\frac{4}{81}+\frac{2}{9}\right)\\&=-\frac{1}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{27}-\frac{2}{9}\\&=\frac{-9+36+4-24}{108}=\frac{7}{108}\end{aligned}$$

이므로 $3-p=\frac{7}{108}$에서

$$p=3-\frac{7}{108}=\frac{324-7}{108}=\frac{317}{108}$$

$\therefore\ 108p=317$