

한양대학교 2023학년도 논술전형

자연계열 (오후 2)



성명		지원 학부 · 학과		수험 번호										
----	--	------------	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

유의 사항

1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
 - 1) 답안지를 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하지 않은 경우
 - 2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
 - 3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 자연수 n 에 대하여 $a_n = \sum_{k=0}^n {}_{3n}C_{3k}$ 이다.

<나> 정수 n 과 k 가 $0 \leq k < n$ 을 만족시킬 때, ${}_nC_k + {}_nC_{k+1} = {}_{n+1}C_{k+1}$ 이 성립한다.

1. 정수 n 과 k 가 $1 \leq k \leq n$ 을 만족시킬 때, 제시문 <나>를 이용하여

${}_{3n+3}C_{3k} = {}_{3n}C_{3k-3} + 3 \times {}_{3n}C_{3k-2} + 3 \times {}_{3n}C_{3k-1} + {}_{3n}C_{3k}$ 가 성립함을 보이시오.

2. 자연수 n 에 대해 $a_{n+1} = 2 + \sum_{k=1}^n {}_{3n+3}C_{3k}$ 를 이용하여 $a_n + a_{n+1} = 3 \times 2^{3n}$ 이 성립함을 보이시오.

3. $\sum_{k=1}^{100} {}_{300}C_{3k-1}$ 의 값을 구하시오.

[문제 2] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 함수 $f(x) = \frac{\ln(x+\alpha)}{x+\alpha}$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = \frac{1}{e}$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 α 의 범위를 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

2. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 네 조건

$$f'(1) < 0, \quad f'(-1) > 0, \quad f'(-1) - f'(1) = 23, \quad f(1) = f(-1) = 0$$

을 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(-1, 0)$ 에서의 접선과 점 $B(1, 0)$ 에서의 접선의 교점을 P , 삼각형 APB 의 넓이를 S 라 할 때, $\cot(\angle APB)$ 를 S 에 대한 식으로 나타내시오.

3. 높이가 1인 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 중심으로 하고 변 BC 에 접하는 원이 있다. 오른쪽 그림과 같이 이 원을 직선 BC 에 접한 채 거리 t 만큼 ($0 < t < 1$) 평행이동한 원과 변 AB , 변 AC 로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(t)$ 라고 하자. 이때 도함수 $f'(t)$ 를 구하시오.

