

2022학년도 논술 모의고사 답안지(수학)

1. 일반 정보

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
출제범위	교육과정 과목명	수학1, 수학2
	핵심개념 및 용어	지수함수, 로그함수, 역함수
예상 소요 시간	3분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

5. 함수 $f(x) = 2^{x-1} + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 점 $(5, 2)$ 을 지날 때, $g(35)$ 의 값을 구하는 과정을 아래 과정을 참고하여 서술하시오.

$f(x)$ 의 역함수 $g(x) = \boxed{}$ 이다.

$g(5) = 2$ 이므로, $k = \boxed{}$ 이다.

따라서, $g(35) = \boxed{}$ 이다.

3. 출제 의도

지수함수와 로그함수의 역함수 관계 이해

4. 출제 근거

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
수능완성	EBS 교육방송 편집부	한국교육방송공사	2020	4~7

5. 문항 해설

$f(x)$ 의 역함수는 $g(x) = \log_2(x-k) + 1$.

$g(5) = 2$ 이므로, $k = 3$.

$g(35) = \log_2(35-3) + 1 = 6$.

6. 채점 기준

답안	배점
$f(x)$ 의 역함수는 $g(x) = \log_2(x-k) + 1$	4
$g(5) = 2$ 이므로, $k = 3$	3
$g(35) = \log_2(35-3) + 1 = 6$	3

1. 일반 정보

유형	논술고사		
전형명	논술전형		
출제범위	교육과정 과목명	수학1, 수학2	
	핵심개념 및 용어	삼각방정식	
예상 소요 시간	5분 / 전체 80분		

2. 문항 및 제시문

6. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (\sqrt{3} \sin \theta)x + \cos \theta - \frac{1}{4} = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 모든 θ 의 값의 범위는 $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 이다. $\tan \alpha - \tan \beta$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

3. 출제 의도

삼각부등식과 삼각함수 정의의 이해

4. 출제 근거

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
수능완성	EBS 교육방송 편집부	한국교육방송공사	2020	18~19

5. 문항 해설

실근을 갖기 위한 이차방정식의 판별식 $D \geq 0$,

$$\text{따라서 } 3\sin^2\theta - 4\left(\cos\theta - \frac{1}{4}\right) \geq 0$$

이는 $(3\cos\theta - 2)(\cos\theta + 2) \leq 0$ 이고, 이를 풀면 $-2 \leq \cos\theta \leq \frac{2}{3}$ 이다.

항상 $\cos\theta \geq -1$ 이므로, $\cos\theta \leq \frac{2}{3}$.

$\cos\alpha = \cos\beta = \frac{2}{3}$, α 는 1사분면, β 는 4사분면

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}, \tan\beta = -\frac{\sqrt{5}}{2} \therefore \sqrt{5}$$

6. 채점 기준

답안	배점
실근을 갖기 위한 이차방정식의 판별식 $D \geq 0$, 따라서 $3\sin^2\theta - 4\left(\cos\theta - \frac{1}{4}\right) \geq 0$	3
이는 $(3\cos\theta - 2)(\cos\theta + 2) \leq 0$ 이고, 이를 풀면 $-2 \leq \cos\theta \leq \frac{2}{3}$ 이다.	2
항상 $\cos\theta \geq -1$ 이므로, $\cos\theta \leq \frac{2}{3}$. $\cos\alpha = \cos\beta = \frac{2}{3}$, α 는 1사분면, β 는 4사분면	2
$\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}, \tan\beta = -\frac{\sqrt{5}}{2} \therefore \sqrt{5}$	3

1. 일반 정보

유형	논술고사		
전형명	논술전형		
출제범위	교육과정 과목명	수학1, 수학2	
	핵심개념 및 용어	수열	
예상 소요 시간	5분 / 전체 80분		

2. 문항 및 제시문

7. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 25x - (2n-1)(2n+1) = 0$ 의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자. 등식 $\sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right) = 12$ 를 만족시키는 자연수 m 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

3. 출제 의도

수열의 개념을 이해하고 그 합을 계산할 수 있는지 확인함

4. 출제 근거

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
수능완성 나형	EBS 교육방송 편집부	한국교육방송공사	2020	30~31

5. 문항 해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha_n + \beta_n = -25$, $\alpha_n\beta_n = -(2n-1)(2n+1)$ 이고,

식에 대입하면 $\sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right) = \sum_{n=1}^m \frac{\alpha_n + \beta_n}{\alpha_n\beta_n} = \sum_{n=1}^m \frac{25}{(2n-1)(2n+1)}$ 이다.

따라서 $\sum_{n=1}^m \frac{25}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{25}{2} \sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$ 이고
 $= \frac{25}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{2m+1} \right) = \frac{25m}{2m+1}$

$25m = 12(2m+1)$ 이므로 $m = 12$ 이다.

6. 채점 기준

답안	배점
근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha_n + \beta_n = -25$, $\alpha_n\beta_n = -(2n-1)(2n+1)$	2
$\sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right) = \sum_{n=1}^m \frac{\alpha_n + \beta_n}{\alpha_n\beta_n} = \sum_{n=1}^m \frac{25}{(2n-1)(2n+1)}$	2
$\sum_{n=1}^m \frac{25}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{25}{2} \sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$ $= \frac{25}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{2m+1} \right) = \frac{25m}{2m+1}$	4
따라서 $25m = 12(2m+1)$ 이므로 $m = 12$ 이다.	2

1. 일반 정보

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
출제범위	교육과정 과목명	수학1, 수학2
	핵심개념 및 용어	부정적분, 접선
예상 소요 시간	5분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

8. 다음 조건을 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 를 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

(나) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 x 절편은 -1 이다.

3. 출제 의도

다항함수의 부정적분을 구하는 기본 공식을 이용하고 도함수로부터 접선의 방정식을 유도하는 능력 확인.

4. 출제 근거

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
수능완성 나형	EBS 교육방송 편집부	한국교육방송공사	2020	74~75

5. 문항 해설

(가)로부터 $f(x) = \int f'(x) dx = \int 3x^2 - 2x + 1 dx = x^3 - x^2 + x + c$

$f'(1) = 2$ 이므로 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식은 $y = 2(x-1) + f(1)$ 이다.

접선의 x 절편이 -1 이므로 $0 = 2(-1-1) + (1-1+1+c)$. 따라서 $c = 3$

결국, $f(x) = x^3 - x^2 + x + 3$.

6. 채점 기준

답안	배점
(가)로부터 $f(x) = \int f'(x) dx = \int 3x^2 - 2x + 1 dx = x^3 - x^2 + x + c$	3
$f'(1) = 2$ 이므로 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식은 $y = 2(x-1) + f(1)$ 이다.	3
접선의 x 절편이 -1 이므로 $0 = 2(-1-1) + (1-1+1+c)$. 따라서 $c = 3$	2
결국, $f(x) = x^3 - x^2 + x + 3$.	2