단국대학교 2025학년도 모의논술고사

자연계열 문제

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교 DANKOOK UNIVERSITY

[문제1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라 한다. (i) 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 정의되어 있다. (ii) 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재하고 $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$
(나) 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능할 때, $\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$
(다) 두 함수 $f(x), g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$와 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_a^b \lvert f(x)-g(x)\rvert dx$

두 이차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $f(x)$의 이차항의 계수는 1이고, $g(x)$의 이차항의 계수는 -1이다.
(2) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 $0, \alpha$이다. (단, $\alpha\neq 0$)
(3) 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 교점은 원점과 $(t, f(t))$이다. (단, $t>0$)

[논제 1] $-2\pi<\alpha<2\pi$라 하자. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고, $x\neq 0,\ x\neq\alpha$일 때 $h(x)=\dfrac{\sin x}{f(x)}$이다. $\int_{-2\pi}^{2\pi} f(x)\sin x\,dx$의 값을 모두 구하시오. (15점)

[논제 2] 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 A라 하고, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=t$, $x=2t$로 둘러싸인 도형의 넓이를 B라 하자. $B-A=\dfrac{125}{6}$일 때,

$$\sum_{k=1}^{n}\{f(k)-g(k)\}\leq 5n(n+1)$$

인 자연수 n의 최댓값을 구하시오. (20점)

[논제 3] 함수 $u(x)=\begin{cases}-1 & (x\leq 0)\\ 1 & (x>0)\end{cases}$ 와 상수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 (단, $a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$)에 대하여

$$s(x)=\sum_{i=1}^{5}u(x-a_i)$$

라 하자. 함수 $v(x)=f(\sin x)s(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\sum_{i=1}^{3}s(a_i)\sin a_i=9$$

일 때, α의 값을 구하시오. (20점)

[문제2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$과 점 P를 지나지 않는 직선 $ax+by+c=0$ ($a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$)사이의 거리는 $\dfrac{\lvert ax_1+by_1+c \rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$
(나) 실수 L에 대하여 $\lim\limits_{x\to a} f(x) = L \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a+} f(x) = \lim\limits_{x\to a-} f(x) = L$
(다) 함수 $f(x)$가 미분가능할 때, $f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는 $f'(a) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$
(라) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 $f(x)+g(x)$도 $x=a$에서 미분가능하다.

[논제 1] 좌표평면에 네 점 $\mathrm{A}(-2,0)$, $\mathrm{B}(-1,1)$, $\mathrm{C}(1,1)$, $\mathrm{D}(2,0)$을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴 ABCD가 있다. 선분 AD 위의 점 $\mathrm{P}(x,0)$으로부터 선분 AB, 선분 BC, 선분 CD 까지의 거리 중 가장 작은 값을 $m(x)$라 하자.

다음 조건을 만족시키는 실수 a의 값을 모두 구하시오. (20점)

(1) $-2 < a < 2$
(2) 함수 $m(x)$는 $x=a$에서 미분가능하지 않다.

[논제 2] 상수항이 0이 아닌 일차함수 $f(x)$,

$$g(x) = |x|e^x,$$

$$h(x) = \begin{cases} a & (x < k) \\ 9e^2 & (x \geq k) \end{cases}$$ (단, a, k는 상수이고 $a \neq 9e^2$)

에 대하여 함수

$$F(x) = f(x+2)g(x) + g(f(x))h(x)$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$F'(k) = 17e^2$일 때 $f(a+k)$의 값을 모두 구하시오. (25점)