

• 2교시 수학 영역 •

1	5	2	1	3	4	4	2	5	3
6	1	7	3	8	5	9	2	10	1
11	1	12	4	13	4	14	4	15	3
16	5	17	1	18	2	19	3	20	1
21	5	22	25	23	4	24	5	25	9
26	15	27	16	28	148	29	26	30	6

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$$A - B = (2x^2 + 3y^2 - 2) - (x^2 - y^2) = x^2 + 4y^2 - 2$$

2. [출제의도] 집합의 포함 관계 이해하기

$$4 \in A, A \subset B \text{ 이므로 } 4 \in B$$

따라서 $a = 4$

3. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{5}$$

4. [출제의도] 연립부등식 계산하기

$$\begin{cases} 3x \geq 2x + 3 & \dots \text{㉠} \\ x - 10 \leq -x & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x \geq 3$ 이고 ㉡에서 $x \leq 5$ 이므로

$$3 \leq x \leq 5$$

따라서 연립부등식을 만족시키는

모든 정수 x 의 값의 합은 $3 + 4 + 5 = 12$

5. [출제의도] 평행이동 이해하기

원 $(x-a)^2 + (y+4)^2 = 16$ 의 중심의 좌표는 $(a, -4)$

원 $(x-8)^2 + (y-b)^2 = 16$ 의 중심의 좌표는 $(8, b)$

점 $(a, -4)$ 를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표가

$(a+2, 1)$ 이므로 $(a+2, 1) = (8, b)$ 에서

$$a = 6, b = 1$$

따라서 $a + b = 7$

6. [출제의도] 합성함수 이해하기

$$\begin{aligned} ((f \circ g) \circ g)(a) &= (f \circ (g \circ g))(a) \\ &= f((g \circ g)(a)) \\ &= f(3a-1) \\ &= 2(3a-1)+1 \\ &= 6a-1 \end{aligned}$$

$$6a-1 = a \text{ 이므로 } a = \frac{1}{5}$$

7. [출제의도] 선분의 내분점과 외분점 이해하기

선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P,

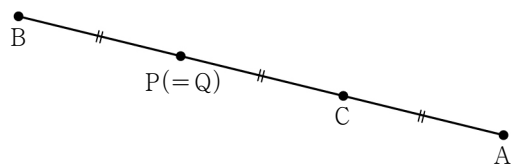
선분 AC를 2:1로 외분하는 점을 Q라 하자.

점 C는 선분 AQ의 중점이고

두 점 P, Q의 좌표가 서로 같으므로

$$\overline{AC} = \overline{CP} = \overline{PB}$$

그러므로 점 C는 선분 AB를 1:2로 내분하는 점이다.



$$a = \frac{1 \times (-1) + 2 \times 5}{1+2} = 3, b = \frac{1 \times 4 + 2 \times 1}{1+2} = 2$$

따라서 $a + b = 5$

8. [출제의도] 복소수의 뜻과 연산 이해하기

복소수 z 의 실수부분이 1이므로

$z = 1 + ai$ (a 는 실수)라 하자.

$$\begin{aligned} \frac{z}{2+i} + \frac{\bar{z}}{2-i} &= \frac{1+ai}{2+i} + \frac{1-ai}{2-i} \\ &= \frac{(1+ai)(2-i) + (1-ai)(2+i)}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{2a+4}{5} = 2 \end{aligned}$$

에서 $a = 3$

따라서 $z\bar{z} = (1+3i)(1-3i) = 1^2 + 3^2 = 10$

9. [출제의도] 두 점 사이의 거리 이해하기

점 P는 직선 $y = -x$ 위의 점이므로

점 P의 좌표를 $(a, -a)$ 라 하자.

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a-2)^2 + (-a-4)^2 = (a-5)^2 + (-a-1)^2$$

$$2a^2 + 4a + 20 = 2a^2 - 8a + 26$$

$$12a = 6 \text{ 에서 } a = \frac{1}{2}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 이므로

$$\overline{OP} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

10. [출제의도] 인수분해 이해하기

$x^2 + 4 = t$ 라 하면

$$\begin{aligned} t^2 - 3xt - 4x^2 &= (t-4x)(t+x) \\ &= (x^2 - 4x + 4)(x^2 + x + 4) \\ &= (x-2)^2(x^2 + x + 4) \end{aligned}$$

에서 $a = -2, b = 1, c = 4$

따라서 $a + b + c = 3$

11. [출제의도] 연립부등식 이해하기

$$\begin{cases} |x-5| < 1 & \dots \text{㉠} \\ x^2 - 4ax + 3a^2 > 0 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $-1 < x-5 < 1, 4 < x < 6$

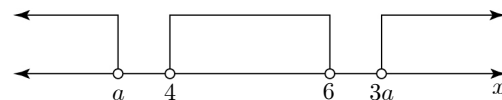
㉡에서 $(x-a)(x-3a) > 0$

a 가 자연수이므로 $x < a$ 또는 $x > 3a$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$$a \leq 4, 3a \geq 6 \text{ 이어야 하므로 } 2 \leq a \leq 4$$

따라서 자연수 a 의 개수는 3



12. [출제의도] 대칭이동을 활용하여 문제해결하기

점 A를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을

A' 이라 하면 점 A' 의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.

$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 에서

점 P_0 은 선분 $A'B$ 위에 있다.

직선 AP_0 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한

직선 $A'P_0$ 은 직선 $A'B$ 와 같다.

$$\text{직선 } A'P_0 \text{의 방정식은 } y = \frac{2}{3}x + 1$$

점 $(9, a)$ 가 직선 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 위에 있으므로

$$a = \frac{2}{3} \times 9 + 1 = 7$$

13. [출제의도] 필요조건을 이용하여 추론하기

$(x+1)(x+2)(x-3) = 0$ 에서

$x = -2$ 또는 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이고,

$x^2 + kx + k - 1 = (x+1)(x+k-1) = 0$ 에서

$x = -1$ 또는 $x = -k+1$ 이므로

실수 x 에 대한 두 조건 p, q 의 진리집합을

각각 P, Q 라 하면

$$P = \{-2, -1, 3\}, Q = \{-1, -k+1\}$$

p 가 q 이기 위한 필요조건이 되려면 $Q \subset P$

$-k+1 \in Q$ 에서 $-k+1 \in P$ 이므로

$-k+1 = -2$ 이면 $k = 3,$

$-k+1 = -1$ 이면 $k = 2,$

$-k+1 = 3$ 이면 $k = -2$

따라서 모든 정수 k 의 값의 곱은

$$3 \times 2 \times (-2) = -12$$

14. [출제의도] 원의 방정식을 활용하여 문제해결하기

$x^2 + y^2 - 2x - ay - b = 0$ 에서

$$(x-1)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + b + 1 \text{ 이므로}$$

원 C 의 중심의 좌표는 $\left(1, \frac{a}{2}\right),$

반지름의 길이는 $\sqrt{\frac{a^2}{4} + b + 1}$

원 C 의 중심이 직선 $y = 2x - 1$ 위에 있으므로

$$\frac{a}{2} = 2 \times 1 - 1 \text{ 에서 } a = 2,$$

원 C 의 반지름의 길이는 $\sqrt{b+2}$

삼각형 ABP의 밑변을 선분 AB라 하면

선분 AB는 원 C 의 지름이므로 삼각형 ABP의

높이의 최댓값은 원 C 의 반지름의 길이와 같다.

그러므로 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{b+2} \times \sqrt{b+2} = 4$$

$$b+2 = 4, b = 2$$

따라서 $a + b = 4$

15. [출제의도] 역함수를 이용하여 추론하기

$f(-2) = k$ 라 하면

함수 $f(x)$ 가 역함수를 가지므로 $f^{-1}(k) = -2$

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이므로

$$f(k) = -2$$

$$-2x^2 + 1 = -2 \text{ 에서 } x^2 = \frac{3}{2}$$

$f(x^2 + 1) = -2x^2 + 1$ 에 $x^2 = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = -2$$

함수 $f(x)$ 가 역함수를 가지므로 일대일 대응이다.

$$\text{따라서 } k = \frac{5}{2}$$

<참고>

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & (x < 1) \\ -2x + 3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

16. [출제의도] 유리함수의 그래프를 활용하여 문제해결하기

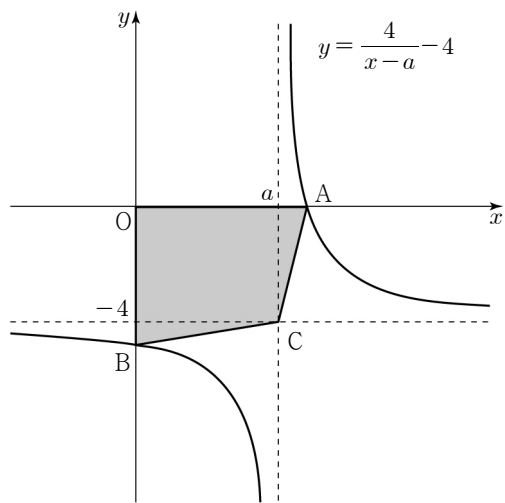
유리함수 $y = \frac{4}{x-a} - 4$ ($a > 1$)의 그래프의

두 점근선은 $x = a, y = -4$ 이고

$A(a+1, 0), B\left(0, -\frac{4}{a}-4\right), C(a, -4)$ 이다.

유리함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 사각형 OBCA는

그림과 같다.



사각형 OBCA의 넓이를 S 라 하면
 S 는 삼각형 OCA의 넓이와 삼각형 OBC의 넓이의 합과 같다.

점 C에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면

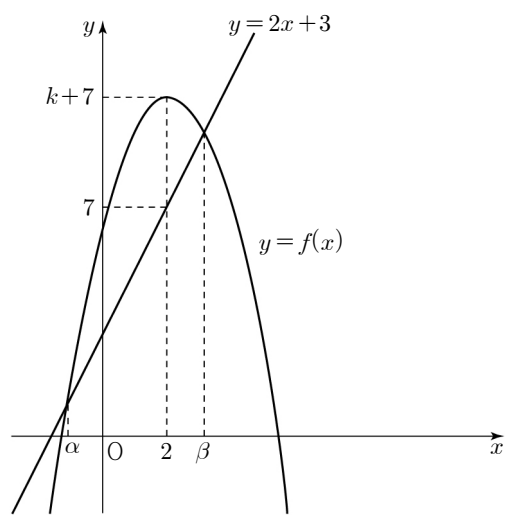
$$S = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{CD} + \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{CE}$$

$$= \frac{1}{2} \times (a+1) \times 4 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{a} + 4\right) \times a = 4a + 4$$

$$4a + 4 = 24 \text{에서 } a = 5$$

17. [출제의도] 이차함수의 최대와 최소를 이용하여 추론하기

이차함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k + 7$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, k+7)$ 이고 직선 $y = 2x + 3$ 은 점 $(2, 7)$ 을 지난다. $f(2) = k + 7 > 7$ 이므로 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 3$ 은 그림과 같다.



$\alpha < 2 < \beta$ 이므로 $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $f(2)$, 최솟값은 $f(\alpha)$
 $f(2) = k + 7 = 10$ 에서 $k = 3$
 $-x^2 + 4x + 6 = 2x + 3$ 에서 $(x+1)(x-3) = 0$ 이므로 $\alpha = -1, \beta = 3$
 따라서 $-1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(-1) = -(-1)^2 + 4 \times (-1) + 6 = 1$

18. [출제의도] 항등식을 활용하여 문제해결하기

다항식 $f(x) + g(x)$ 를 x 로 나누었을 때의

나머지 $x^2 + 2x - \frac{1}{2}f(x)$ 는 상수이므로

$$x^2 + 2x - \frac{1}{2}f(x) = R \text{ (R은 상수)}$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 2R$$

다항식 $f(x) + g(x)$ 는

최고차항의 계수가 1인 삼차다항식이고

다항식 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 2x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지도 R 이므로

$$f(x) + g(x) = x(x^2 + 2x - 2) + R$$

$$g(x) = x^3 - 6x + 3R$$

$$g(1) = 7 \text{에서 } R = 4$$

$$\text{따라서 } f(3) = 18 + 12 - 8 = 22$$

19. [출제의도] 무리함수를 이용하여 추론하기

점 P의 y 좌표를 $a (a \geq 0)$ 이라 하면

$$\sqrt{x-2} = a \text{에서 } x = a^2 + 2$$

점 P의 좌표는 $(a^2 + 2, a)$ 이다.

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여 서로 대칭이고 두 직선 l 과 $y = x$ 는

서로 수직이므로 두 점 P와 Q는 직선 $y = x$ 에 대하여 서로 대칭이다.

그러므로 삼각형 OPQ의 외접원의 중심을 C라 하면

점 C는 직선 $y = x$ 위에 있다.

점 C의 좌표를 $(k, k) (k > 0)$ 이라 하면

삼각형 OPQ의 외접원의 반지름의 길이는

$$\overline{CO} = \sqrt{2}k \text{이고}$$

삼각형 OPQ의 외접원의 넓이는 $2k^2\pi$ 이다.

삼각형 OPQ의 외접원의 넓이가 $\frac{25}{2}\pi$ 일 때,

$$2k^2\pi = \frac{25}{2}\pi \text{에서 } k = \frac{5}{2} \text{이므로}$$

점 C의 좌표는 $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ 이고,

$$\overline{CP} = \overline{CO} \text{에서 } \overline{CP}^2 = \overline{CO}^2 \text{이므로}$$

$$\left\{ (a^2 + 2) - \frac{5}{2} \right\}^2 + \left\{ a - \frac{5}{2} \right\}^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$a^4 - 5a - 6 = 0 \text{에서}$$

$$(a+1)(a-2)(a^2+a+3) = 0$$

$$a \geq 0 \text{이므로 } a = 2$$

따라서 점 P의 y 좌표는 2이다.

$$g(a) = a^2 + 2, m = \frac{5}{2}, n = 2 \text{이므로}$$

$$m + g(n) = \frac{5}{2} + 6 = \frac{17}{2}$$

20. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제해결하기

$\angle APB = 90^\circ$ 인 점 P는 두 점 $A(1, 4), B(5, 4)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원 C 위의 점이다.

점 P는 중심의 좌표가 $(3, 4)$, 반지름의 길이가 2인 원 C 위의 점이면서 선분 CD 위의 점이므로

직선 $l: y = -\frac{1}{2}x + t$ 와 원 C가 서로 만날 때

선분 CD 위에 $\angle APB = 90^\circ$ 인 점 P가 존재한다.

점 $(3, 4)$ 와 직선 $l: x + 2y - 2t = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 + 2 \times 4 - 2t|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|11 - 2t|}{\sqrt{5}}$$

이므로 직선 l 과 원 C가 서로 만나려면

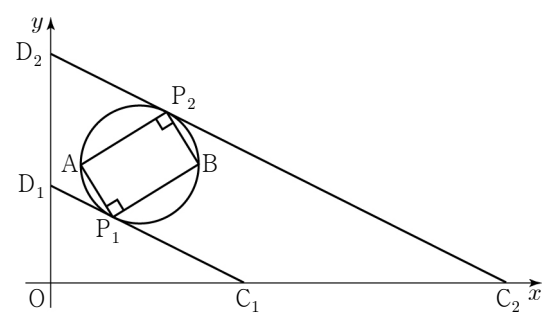
$$\frac{|2t - 11|}{\sqrt{5}} \leq 2, |2t - 11| \leq 2\sqrt{5}$$

$$-2\sqrt{5} \leq 2t - 11 \leq 2\sqrt{5}$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{5}}{2} \leq t \leq \frac{11 + 2\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $M = \frac{11 + 2\sqrt{5}}{2}, m = \frac{11 - 2\sqrt{5}}{2}$ 이므로

$$M - m = 2\sqrt{5}$$



21. [출제의도] 집합의 연산을 이용하여 추론하기

ㄱ. $n(A \cap B \cap C) = 0$ 이면

$$n(B \cap C) = 2 \text{에서 } n(A^c \cap B \cap C) = 2$$

$$n(B - A) \geq n(A^c \cap B \cap C) = 2 \text{이므로}$$

$$n(B - A) = 1 \text{을 만족시키지 않는다.}$$

그러므로 $n(A \cap B \cap C) \neq 0$ (참)

ㄴ. $n(A \cap B \cap C) = 2$ 이면

$$n(B \cap C) = n(A \cap B \cap C) + n(A^c \cap B \cap C) = 2$$

$$\text{이므로 } n(A^c \cap B \cap C) = 0$$

$$n(B - A) = n(A^c \cap B \cap C) + n(A^c \cap B \cap C^c) = 1$$

$$\text{이므로 } n(A^c \cap B \cap C^c) = 1$$

$$n(C - A) = n(A^c \cap B \cap C) + n(A^c \cap B^c \cap C) = 2$$

$$\text{이므로 } n(A^c \cap B^c \cap C) = 2$$

$$n(A \cap B \cap C) + n(A^c \cap B \cap C^c) + n(A^c \cap B^c \cap C) = 5 = n(U)$$

그러므로

$$n(C) = n(A \cap B \cap C) + n(A^c \cap B^c \cap C) = 4 \text{ (참)}$$

ㄷ. $n(B \cap C) = 2$ 이므로 ㄱ에 의하여

$$n(A \cap B \cap C) = 1 \text{ 또는 } n(A \cap B \cap C) = 2$$

(i) $n(A \cap B \cap C) = 2$ 일 때

ㄴ에 의하여

$$n(A) = n(A \cap B \cap C) = 2$$

$$n(B) = n(A \cap B \cap C) + n(A^c \cap B \cap C^c) = 3$$

$$n(A) \times n(B) \times n(C) = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

(ii) $n(A \cap B \cap C) = 1$ 일 때

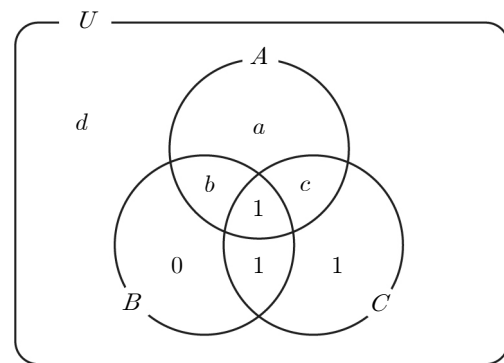
$$n(B \cap C) = 2 \text{에서 } n(A^c \cap B \cap C) = 1$$

$$n(B - A) = 1 \text{에서 } n(A^c \cap B \cap C^c) = 0$$

$$n(C - A) = 2 \text{에서 } n(A^c \cap B^c \cap C) = 1$$

각 집합의 원소의 개수를 표현하면

그림과 같다.



$$n(A) = a + b + c + 1,$$

$$n(B) = b + 2,$$

$$n(C) = c + 3$$

이고 $a + b + c + d = 2$ 이다.

$n(A) \times n(B) \times n(C)$ 의 값이

최소가 되기 위해서는 $a = b = c = 0, d = 2$

$$\text{이때 } n(A) \times n(B) \times n(C) = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$n(A) \times n(B) \times n(C)$ 의 값이

최대가 되기 위해서는 $a = d = 0, b + c = 2$

(a) $b = 2, c = 0$ 일 때

$$n(A) \times n(B) \times n(C) = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

(b) $b=1, c=1$ 일 때
 $n(A) \times n(B) \times n(C) = 3 \times 3 \times 4 = 36$

(c) $b=0, c=2$ 일 때
 $n(A) \times n(B) \times n(C) = 3 \times 2 \times 5 = 30$

(i), (ii)에 의하여 $n(A) \times n(B) \times n(C)$ 의
 최댓값은 36, 최솟값은 6
 그러므로 $n(A) \times n(B) \times n(C)$ 의
 최댓값과 최솟값의 합은 42 (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. [출제의도] 이차방정식의 판별식 이해하기

이차방정식 $x^2 + 10x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 하자.

이차방정식 $x^2 + 10x + a = 0$ 이 중근을 가지므로

$D = 10^2 - 4a = 0$ 에서 $a = 25$

23. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$f(x) = x^3 + ax^2 - 7$ 이라 하면 나머지정리에 의하여

$f(2) = 8 + 4a - 7 = 17$

따라서 $a = 4$

24. [출제의도] 연립이차방정식 이해하기

$$\begin{cases} x - y = 3 & \dots \text{㉠} \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 6 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡에서 $(x-y)(x-2y) = 6$

$x - y = 3$ 이므로 $x - 2y = 2 \dots \text{㉢}$

㉠, ㉢에서 $x = 4, y = 1$

따라서 $\alpha + \beta = 5$

25. [출제의도] '모든', '어떤'을 포함한 명제 이해하기

모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2kx + 4k + 5 > 0$ 이므로

이차방정식 $x^2 + 2kx + 4k + 5 = 0$ 의

판별식을 D 라 하면 $D = (2k)^2 - 4(4k + 5) < 0$

$4k^2 - 16k - 20 = 4(k+1)(k-5) < 0$

$-1 < k < 5$

어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 = k - 2$ 이므로

$k - 2 \geq 0$ 에서 $k \geq 2$

정수 k 에 대한 두 조건 p, q 의 진리집합을

각각 P, Q 라 하자.

$P = \{0, 1, 2, 3, 4\}, Q = \{2, 3, 4, \dots\}$

$P \cap Q = \{2, 3, 4\}$ 이므로 두 조건 p, q 가 모두 참인

명제가 되도록 하는 정수 k 의 값은 2, 3, 4이다.

따라서 모든 정수 k 의 값의 합은 9

26. [출제의도] 두 직선의 위치 관계를 활용하여 문제 해결하기

점 (a, a) 를 지나고 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$y - a = m(x - a), y = mx - am + a$

직선 $y = mx - am + a$ 가

곡선 $y = x^2 - 4x + 10$ 에 접하므로

$x^2 - 4x + 10 = mx - am + a$ 에서

이차방정식 $x^2 - (m+4)x + am - a + 10 = 0$ 의

판별식을 D 라 하면

$D = (m+4)^2 - 4(am - a + 10)$
 $= m^2 + (8-4a)m + 4a - 24 = 0$

이차방정식 $m^2 + (8-4a)m + 4a - 24 = 0$ 은

서로 다른 두 실근을 가지므로

두 근을 m_1, m_2 라 하면

두 접선의 기울기는 각각 m_1, m_2 이다.

두 접선이 서로 수직이므로 $m_1 m_2 = -1$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$m_1 + m_2 = 4a - 8, m_1 m_2 = 4a - 24$

$4a - 24 = -1$ 에서 $4a = 23$ 이므로

$m_1 + m_2 = 4a - 8 = 15$

따라서 두 접선의 기울기의 합은 15

27. [출제의도] 삼차방정식을 이용하여 추론하기

삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

$(x-1)(x^2 - 2x + 2) = 0$

$\omega \neq 1$ 이므로

이차방정식 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 의 두 허근이 $\omega, \bar{\omega}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega + \bar{\omega} = 2, \omega \bar{\omega} = 2$ 에서 $\omega \bar{\omega} - \omega = \bar{\omega}$

그러므로 $\{\omega(\bar{\omega}-1)\}^n = (\omega \bar{\omega} - \omega)^n = \bar{\omega}^n$

이차방정식 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 의 두 근은 $1+i, 1-i$

$\omega = 1+i, \bar{\omega} = 1-i$ 일 때

$\bar{\omega}^2 = -2i, \bar{\omega}^4 = -4$ 에서 $\bar{\omega}^{16} = 256$

마찬가지로 $\omega = 1-i, \bar{\omega} = 1+i$ 일 때도 $\bar{\omega}^{16} = 256$

따라서 $n = 16$

28. [출제의도] 다항식의 곱셈공식을 활용하여 문제 해결하기

$\overline{AB} = x, \overline{AD} = y, \overline{AE} = z$ 라 하면

$l_1 = 3x + 3y + 3z + \overline{AC} + \overline{CF} + \overline{FA}$

$l_2 = x + y + z + \overline{AC} + \overline{CF} + \overline{FA}$

이므로 $l_1 - l_2 = 2x + 2y + 2z = 28$ 에서

$x + y + z = 14$

$S_1 = xy + yz + zx + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{2}yz + \frac{1}{2}zx$
 $+ (\text{삼각형 AFC의 넓이})$

$S_2 = \frac{1}{2}xy + \frac{1}{2}yz + \frac{1}{2}zx + (\text{삼각형 AFC의 넓이})$

이므로 $S_1 - S_2 = xy + yz + zx = 61$

$\overline{AC}^2 + \overline{CF}^2 + \overline{FA}^2 = (x^2 + y^2) + (y^2 + z^2) + (z^2 + x^2)$
 $= 2(x^2 + y^2 + z^2)$
 $= 2\{(x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx)\}$
 $= 2 \times (14^2 - 2 \times 61) = 148$

29. [출제의도] 일대일함수를 이용하여 추론하기

$\{f(x) + x^2 - 5\} \times \{f(x) + 4x\} = 0$ 에서

$g(x) = -x^2 + 5, h(x) = -4x$ 라 하면

집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여

$f(x) = g(x)$ 또는 $f(x) = h(x)$ 이다.

$g(x) = h(x)$ 에서 $x^2 - 4x - 5 = 0, (x+1)(x-5) = 0,$
 $x = -1$

$g(-1) = h(-1) = 4$ 이므로 $f(-1) = 4$

이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는

y 축에 대하여 대칭이므로 $g(1) = g(-1)$

$f(1) = g(1) = 4$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 일대일함수가

아니다. 그러므로 $f(1) = h(1) = -4$

$g(x) = -4$ 에서 $x^2 = 9, x = -3$

$f(-3) = g(-3) = -4$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는

일대일함수가 아니다. 그러므로 $f(-3) = h(-3) = 12$

$f(0) = h(0) = 0$ 이라 하면 조건 (나)를 만족시키지

않는다. 그러므로 $f(0) = g(0) = 5$

$f(0) \times f(1) \times f(2) < 0$ 에서 $f(2) > 0$

$h(2) = -8 < 0$ 이므로 $f(2) = g(2) = 1$

이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는

y 축에 대하여 대칭이므로 $g(-2) = g(2)$

$f(-2) = g(-2) = 1$ 이라 하면 함수 $f(x)$ 는

일대일함수가 아니다. 그러므로

$f(-2) = h(-2) = 8$

따라서

$f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$
 $= 12 + 8 + 4 + 5 + (-4) + 1 = 26$

30. [출제의도] 이차함수를 활용하여 문제 해결하기

$\{x|f(x)=t \text{ 또는 } g(x)=t, x \text{는 실수}\}$

$= \{x|f(x)=t, x \text{는 실수}\} \cup \{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\}$

이므로 집합 $\{x|f(x)=t \text{ 또는 } g(x)=t, x \text{는 실수}\}$ 의

원소는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와

직선 $y = t$ 의 교점의 x 좌표 또는

이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의

교점의 x 좌표이다.

이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 그래프의

꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$

이차함수 $g(x) = (x-m)^2 + m$ 의 그래프의

꼭짓점의 좌표는 (m, m)

$x^2 + 2x = (x-m)^2 + m$ 에서 $x = \frac{m}{2}$

두 이차함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의

그래프의 교점의 좌표는 $(\frac{m}{2}, \frac{m^2}{4} + m)$ 이므로

$t \neq \frac{m^2}{4} + m$ 일 때

$\{x|f(x)=t, x \text{는 실수}\}$

$\cap \{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\} = \emptyset \dots \text{㉠}$

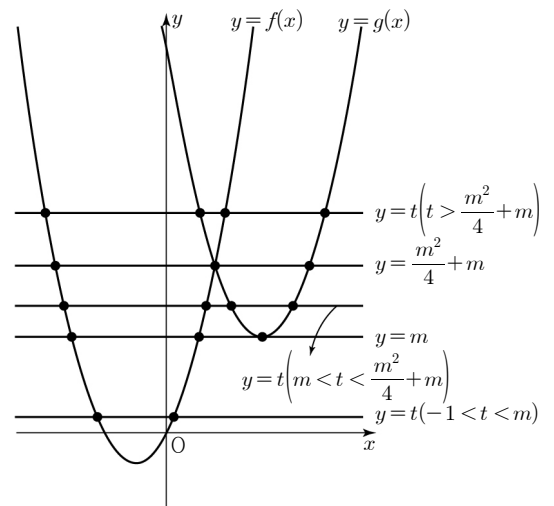
$t = \frac{m^2}{4} + m$ 일 때

$\{x|f(x)=t, x \text{는 실수}\}$

$\cap \{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\} = \left\{ \frac{m}{2} \right\} \dots \text{㉡}$

두 이차함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프 및

직선 $y = t$ 는 그림과 같다.



직선 $y = t (t > -1)$ 은 이차함수 $y = f(x)$ 의

그래프와 서로 다른 두 점에서 만나고,

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = -1$ 에

대하여 대칭이다.

그러므로 집합 $\{x|f(x)=t, x \text{는 실수}\}$ 의

모든 원소의 합은 $-2 \dots \text{㉢}$

(i) $-1 < t < m$ 일 때

직선 $y = t$ 는

이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 만나지 않으므로

$\{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\} = \emptyset$ 이고

㉢에 의하여 $h(t) = -2$

(ii) $t = m$ 일 때

직선 $y = m$ 은 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와

한 점 (m, m) 에서 만나므로
 $\{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\} = \{m\}$ 이고
 ㉠, ㉡에 의하여 $h(t) = m - 2$

(iii) $m < t < \frac{m^2}{4} + m$ 또는 $t > \frac{m^2}{4} + m$ 일 때

직선 $y = t$ 는 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만난다.
 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $x = m$ 에 대하여 대칭이므로
 집합 $\{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합은 $2m$ 이고
 ㉠, ㉡에 의하여 $h(t) = 2m - 2$

(iv) $t = \frac{m^2}{4} + m$ 일 때

직선 $y = \frac{m^2}{4} + m$ 은 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만난다.
 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $x = m$ 에 대하여 대칭이므로
 집합 $\{x|g(x)=t, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합은 $2m$ 이고

㉠, ㉡에 의하여 $h(t) = 2m - 2 - \frac{m}{2} = \frac{3}{2}m - 2$

(i) ~ (iv)에 의하여 함수 $h(t)$ 는 다음과 같다.

$$h(t) = \begin{cases} -2 & (-1 < t < m) \\ m-2 & (t = m) \\ 2m-2 & (m < t < \frac{m^2}{4} + m \text{ 또는 } t > \frac{m^2}{4} + m) \\ \frac{3}{2}m-2 & (t = \frac{m^2}{4} + m) \end{cases}$$

함수 $h(t)$ 의 치역은

$$\left\{ -2, m-2, \frac{3}{2}m-2, 2m-2 \right\} \text{이므로}$$

모든 원소의 합은

$$-2 + (m-2) + \left(\frac{3}{2}m-2\right) + (2m-2) = 19$$

따라서 $m = 6$