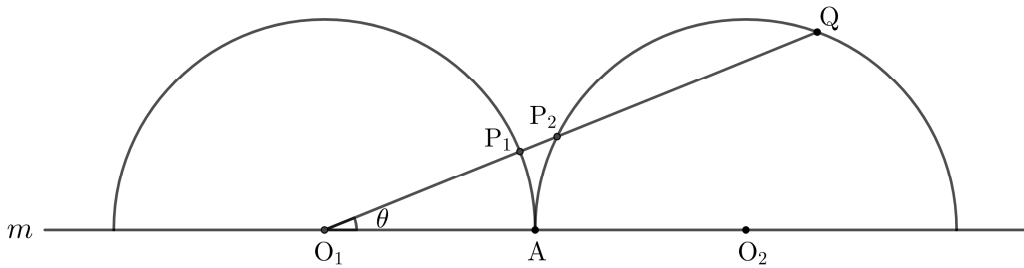


3. 자연계열(문제 3번)

제시문 및 문제

문제 3 아래 그림과 같이 한 직선 m 위에 지름이 놓인 두 반원의 반지름이 모두 1이며, 중심이 각각 O_1, O_2 이고, 직선 m 위의 한 점 A 에 대하여 $\overline{O_1A} = \overline{O_2A} = 1$ 이다. 반원 O_1 위의 한 점 P_1 에 대해 $\angle P_1O_1A = \theta$ 라고 할 때, 반직선 $\overrightarrow{O_1P_1}$ 이 반원 O_2 와 만나는 두 점 중 점 P_1 에 가까운 순서대로 각각 P_2, Q 라 하자. 다음 질문에 답하시오.
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이다.) [총 25점]



(1) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 일 때, 삼각형 P_2O_2Q 의 넓이를 구하시오. [7점]

(2) 선분 P_1P_2 의 길이를 $\ell(\theta)$ 라고 할 때, $\ell(\theta)$ 의 식을 구하고, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\ell(\theta)}{\theta^2}$ 의 값을 구하시오. [8점]

(3) 삼각형 O_1AP_1 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 O_1O_2Q 의 넓이를 $g(\theta)$, 사각형 $AO_2P_2P_1$ 의 넓이를 $h(\theta)$ 라고 하자.

이때, $f(\theta), g(\theta), h(\theta)$ 를 구하고, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta) + h(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [10점]