

기계동역학



제 1장 질점의 운동학

↳ 어떤 물체를 끄는 무시하고,
질량만을 따지는 하나의 점으로 가정

1. 직선운동

1] 속도 (V)

① 이동거리와 변위

- 이동거리 : 물체가 실제로 이동한 거리 (Scalar)
- 변위 : 처음부터 나중위치까지의 직선거리 (Vector)

② 속도와 속력

- 속도 : 단위 시간 동안의 변위 (Vector)
- 속력 : " " 이동거리 (Scalar)

③ 평균속도 (V_{av})와 순간속도 (V)

$$\text{평균속도 } V_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\text{이동거리 변화량}}{\text{시간의 변화량}}$$

if, Δt 가 0에 근접한다면

$$\text{순간속도 } V = \frac{ds}{dt} = \dot{s} \quad \leftarrow \text{이보 헛수}$$

2] 가속도 (a)

$$\text{평균가속도 } a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\text{속도 변화량}}{\text{시간 변화량}}$$

if, Δt 가 0에 근접한다면

$$\text{순간가속도 } a = \frac{dV}{dt} = \frac{d\left(\frac{ds}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \\ = \dot{V} = \ddot{s} \quad \leftarrow$$

3] 등가속도운동 ($a=c$)

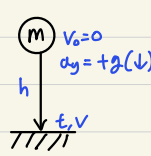
$$V = V_0 + at$$

$$s = s_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

- 변위 (s), 속도 (v), 가속도 (a)의 관계식

$$V^2 = V_0^2 + 2a(s - s_0)$$

EX1] 점진 상태에서 자유낙하하는 경우 ($V_0=0$)



$$① V = V_0 + at$$

$$\Rightarrow V = gt$$

$$\therefore t = \frac{V}{g}$$

$$② s = s_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

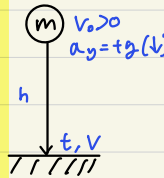
$$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$③ V^2 = V_0^2 + 2a(s - s_0)$$

$$\Rightarrow V^2 = 2gh$$

$$V = \sqrt{2gh}$$

EX2] 연직 아래쪽으로 던질 경우 ($V_0 > 0$)



$$① V = V_0 + at$$

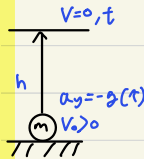
$$② s = s_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow h = V_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$③ V^2 = V_0^2 + 2a(s - s_0)$$

$$\Rightarrow V^2 = V_0^2 + 2gh$$

EX3] 연직 위쪽으로 던질 경우 ($V_0 > 0$)



$$① V^0 = V_0 + at$$

$$\Rightarrow 0 = V_0 - gt$$

$$t = \frac{V_0}{g}$$

$$② s = s_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

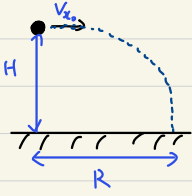
$$\Rightarrow h = V_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$③ V^2 = V_0^2 + 2a(s - s_0)$$

$$\Rightarrow 0 = V_0^2 - 2gh$$

$$V_0 = \sqrt{2gh}$$

EX4) 포물선운동 (수평으로 던진 경우)



① 수직방향은 속력속하운동 이므로

$$S_y = S_{y0} + V_{y0}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad a=0$$

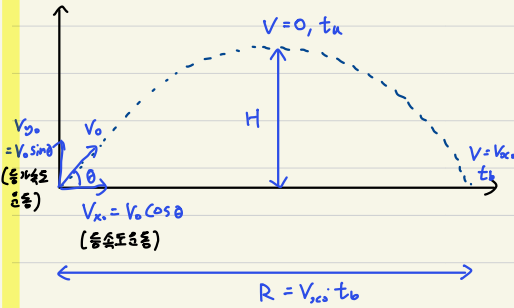
② 수평 방향으로 등속도운동 이므로

$$S_x = S_{x0} + V_{x0}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow R = V_{x0}t$$

$$V_{x0} = \frac{R}{t}$$

EX5) 포물선 운동 (θ 각도로 위로 경사지게 던진 경우)



① 최고점 도달 시간 (t_a)

$$V = V_0 + at$$

$$\Rightarrow V_{y0} = gt_a$$

$$t_a = \frac{V_{y0}}{g} = \frac{V_0 \sin \theta}{g}$$

② 최고점 높이 (H)

$$S = S_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow H = V_{y0}t_a - \frac{1}{2}gt_a^2$$

$$\therefore H = \frac{(V_0 \sin \theta)^2}{2g}$$

if, $\theta = 90^\circ$

$$* H = \frac{V_0^2}{2g}$$

③ 수평거리 R 까지 도달하는 데 걸리는 시간 (t_b)

$$t_b = 2t_a = \frac{2V_0 \sin \theta}{g}$$

④ 수평도달거리 (R)

$$S = S_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$R = V_{x0}t_b$$

$$= V_0 \cos \theta \cdot \frac{2V_0 \sin \theta}{g} \quad \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

R을 최대로 하려면,

$\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ$ ($\theta = 45^\circ$) 일 때 최대!

$$R_{max} = \frac{V_0^2}{g}$$

2. 회전운동

1] 각속도 (ω)

$$* \omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \frac{2\pi N}{60} \text{ (rad/s)}$$

2] 각가속도 (α)

$$* \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$= \dot{\omega} = \ddot{\theta} \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

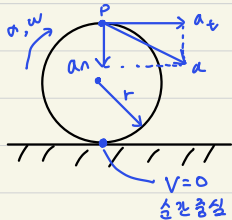
3] 등각가속도운동 ($\alpha = C$)

$$* \omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$* \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$* \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

4 원주상 임의의 점 (P점)에서의 운동



① 속도 (= 선속도 : V) : 접선방향의 속도

$$V = r \cdot \omega \quad \omega = \frac{2\pi N}{60} \text{ (rad/s)}$$

② 가속도 (a)

• 접선가속도 (a_t) : 접선방향 가속도 = 선가속도

$$a_t = \alpha r$$

• 법선가속도 (= 구심가속도 : a_n) : 반점방향 가속도

$$a_n = r \omega^2 = \frac{V^2}{r}$$

• 가속도 ()

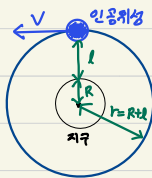
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

5 인공위성 운동

① 인공위성의 속도 (= 공전속도 : V)

$$V = \sqrt{\frac{gR^2}{R+l}}$$

고도
R+l = r
라반경



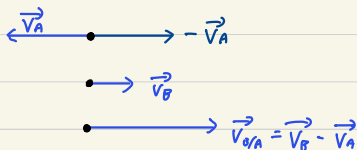
② 인공위성의 지구의 질력에 의한 가속도 (g' or a)

$$g' (= a) = \frac{gR^2}{(R+l)^2}$$

3. 상대운동과 종속운동

1 상대운동

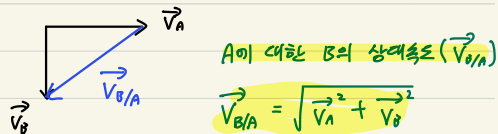
① \vec{V}_A, \vec{V}_B 의 작용선이 일직선상 또는 평행할 때



A에 대한 B의 상대속도 ($\vec{V}_{B/A}$)

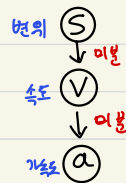
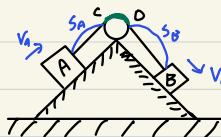
$$\vec{V}_{B/A} = \vec{V}_B + (-\vec{V}_A)$$

② \vec{V}_A, \vec{V}_B 의 작용선이 어떤 기울기를 가질 때



2 종속운동 (구속운동)

① 경사면을 따라 움직이는 물체의 운동



7. 줄의 길이

$$s_A + s_B = l - l_{cD} = C \text{ (상수)}$$

L. 두 물체의 속도 (V_A, V_B)

$$\frac{ds_A}{dt} + \frac{ds_B}{dt} = 0 \Rightarrow \underline{V_A + V_B = 0}$$

$$V_A = -V_B$$

C. 두 물체의 가속도 (a_A, a_B)

$$\frac{dV_A}{dt} + \frac{dV_B}{dt} = 0 \Rightarrow \underline{a_A + a_B = 0}$$

$$a_A = -a_B$$

② 도르래에 감겨있는 물체의 운동

7. 줄의 길이

$$s_A + s_B = l - l_{CD}$$

8. 두 물체의 속도 (v_A, v_B)

$$\frac{ds_A}{dt} + \frac{ds_B}{dt} = 0$$

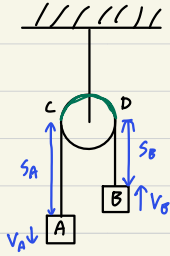
$$\Rightarrow v_A + v_B = 0$$

$$v_A = -v_B$$

9. 두 물체의 가속도 (a_A, a_B)

$$\frac{ds_A}{dt} + \frac{ds_B}{dt} = 0 \Rightarrow a_A + a_B = 0$$

$$a_A = -a_B$$



③ 막대에 의하여 연결된 물체의 운동

7. 막대의 길이

$$s_A^2 + s_B^2 = r^2 = C$$

8. 두 물체의 속도 (v_A, v_B)

⇒ 길이를 시간에 대하여 미분!

$$\frac{d(s_A)^2}{dt} + \frac{d(s_B)^2}{dt} = 0$$

$$2s_A \frac{ds_A}{dt} + 2s_B \frac{ds_B}{dt} = 0$$

$$2s_A v_A + 2s_B v_B = 0$$

$$s_A v_A + s_B v_B = 0 \Rightarrow s_A v_A = -s_B v_B$$

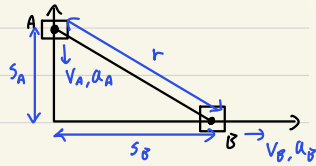
9. 두 물체의 가속도 (a_A, a_B)

⇒ 위 식을 시간에 대하여 미분!

$$\frac{ds_A v_A}{dt} + \frac{ds_B v_B}{dt} = 0$$

$$v_A^2 + s_A a_A + v_B^2 + s_B a_B = 0$$

$$v_A \frac{ds_A}{dt} + s_A \frac{dv_A}{dt} + v_B \frac{ds_B}{dt} + s_B \frac{dv_B}{dt} = 0$$



제 2장 일과 에너지

1. 일 (U)

⇒ 힘(F)과 이동거리(S)의 내적
(용해기)

★ 일량 $U = F \cdot S$ (N·m or J)

★ 제동일량 $U = \text{제동력}(F) \times \text{제동거리}(S)$

2. 동력 (=일률 = 공률, H)

⇒ 단위 시간동안 행한 일량 힘x속도

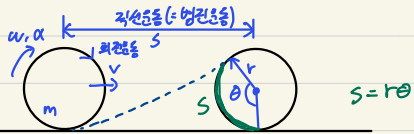
★ 동력 $H = F \cdot V$ (힘과 속도의 내적)
= $T \cdot \omega$ (토크와 각속도의 내적)

$$\omega = \frac{2\pi N}{60}$$

단위: (N·m/s = J/s = W)

3. 에너지

① 운동에너지 (T)



가. 직선운동 (=병진운동) 에너지

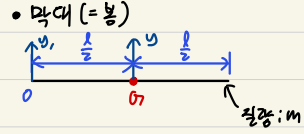
★ $T_1 = \frac{1}{2} m V^2$ m: 질량

나. 회전운동 에너지

★ $T_2 = \frac{1}{2} J_0 \omega^2$ $V = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{V}{r}$
 $\omega = \frac{2\pi N}{60}$

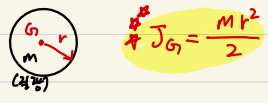
J_0 : 도심축에 관한 질량 관성모멘트
(N·s²·m = kg·m² = kg·s²·m)
= $\int_m r^2 dm$

★ 도심축에 관한 관성모멘트 (J_0 or I_0)

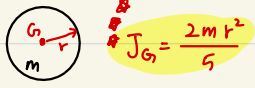


★ $J_0 = J_y = \frac{ml^2}{12}$
★ $J_0 = J_{y'} = \frac{ml^2}{3}$

• 원판 (=원통)



• 구



★ 회전반경 $k = \sqrt{\frac{J_0}{m}}$

다. 평면운동

★ $T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J_0 \omega^2$

② 위치에너지 (V)

가. 중력에 의한 에너지 (=중력포텐셜 에너지)

★ $V_g = Wh = mgh$

W: 무게, m: 질량, h: 높이

나. 탄성에 의한 에너지 (=탄성포텐셜 에너지)

ex) 스프링

★ $V_e = \frac{1}{2} kx^2$ k: 스프링상수, x: 늘어난 스프링 길이 (항상 ⊕)

위치에너지 $V = V_g + V_e$
= $mgh + \frac{1}{2} kx^2$

4. 보존력과 비보존력

① 보존력

중력, 스프링력과 같이 질량의 속도와 가속도와는 무관하고 단고, 최초 위치와 최종 위치에 의해서만 결정되는 힘

② 비보존력

마찰력과 같이 경로에 따라서 더 많은 일을 해야 하는 경우의 힘

5. 에너지 보존의 법칙

"어떤 물체에 보존력만이 작용하여 움직이고 있다면 물체의 운동에너지와 위치에너지의 합은 항상 일정하다"

$$\text{즉, } T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$T + V = C$$

제 3장 운동량방정식

1. (선)운동량과 역적

(충격량)

$Ft = m(v_2 - v_1)$

Ft : 역적(=충격량) (N·sec) "박터량" [FT]
 $m(v_2 - v_1)$: 운동량의 변화량 (kg·m/s) "벡터량"
 [MLT⁻¹]

운동량 (=구심력)

$F = m a_n$ — 구심가속도
 $= m r \omega^2$ (반경 방향의 가속도 = 법선가속도)
 $= m \frac{v^2}{r}$

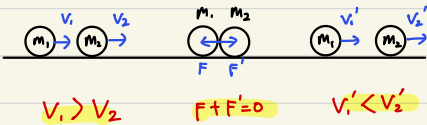
2. 각운동량 (H)

⇒ 기준점(축)에 대한 선운동량의 모멘트

$H = mV \times r = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \Rightarrow [\text{ML}^2\text{T}^{-1}]$

3. 충돌

1 운동량보존의 법칙



• 충돌량과 운동량의 관계는

$Ft = m_1(v_1' - v_1) \dots \dots \textcircled{1}$ 식

$F't = m_2(v_2' - v_2) \dots \dots \textcircled{2}$ 식

① + ②

$(F + F')t = m_1(v_1' - v_1) + m_2(v_2' - v_2)$

⇒ $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

2 반발계수(e)

⇒ 변형의 회복정도를 나타내는 기준, 0과 1사이의 값 (=탄성)

$e = \frac{\text{충돌후 상대속도}}{\text{충돌전 상대속도}} = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}$

3 충돌의 종류

① 완전 탄성 충돌 (e=1)

: 충돌전·후의 전체 에너지 (운동량과 운동에너지)가 보존
 ⇒ 충돌전·후 속도가 같다.

② 완전 비탄성 충돌 (=완전 소성 충돌, e=0)

: 충돌후 반발될이 전혀 없이 한 덩어리가 되어
 두 질점의 속도는 같다

⇒ 상대속도 = 0

전체 운동량은 보존되지만 운동에너지는 보존되지 않는다

③ 불완전 탄성 충돌 (비탄성 충돌, 0 < e < 1)

: 운동량은 보존되지만 운동에너지는 보존되지 않는다.

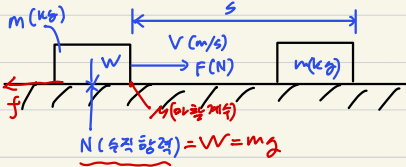
4 충돌후 두 물체의 속도 (v1', v2')

$v_1' = v_1 - \frac{m_2}{m_1 + m_2} (1+e)(v_1 - v_2)$

$v_2' = v_2 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} (1+e)(v_1 - v_2)$

제 4장 강체운동학

1. 마찰력과 마찰일량



주요사항

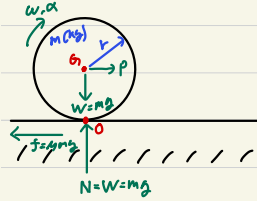
- 마찰력 $f = \mu N = \mu W = \mu mg$

- 마찰일량 $U_f = f \cdot s$

- 일량 = 운동에너지 $\Rightarrow (F-f)s = \frac{1}{2}mv^2$

2. 강체의 평면운동 (미끄럼이 없는 경우)

↳ 직선운동 + 회전운동



- $\sum M_o = J_o \alpha \Rightarrow Pr = (J_o + mr^2) \alpha$

$\hookrightarrow I_x' = I_o + A \bar{d}^2$

$J_o = J_o + mr^2$
↳ r : 원판 $\frac{mr^2}{2}$

- $\sum F_x = m a_x$

↳ 평선가속도 $a_x = a_t = \alpha r = \frac{v}{t}$

$\Rightarrow P-f = mar$

제 5장 진동의 개요

1. 개요

1 진동

: 질량과 탄성을 가진 운동체가 일정한 시간 간격으로
 똑같은 반복운동을 흔들림운동을 행하는 것을 말한다.

2 감쇠

① 점성감쇠 (=유체감쇠)

: 유체와 고체면 사이에서 생기는 점성저항
 ⇒ 감쇠력이 속도에 비례

② 쿨롱감쇠 (=마찰감쇠)

: 전조된 면 사이의 마찰로 인한 감쇠
 ⇒ 감쇠력이 일정

③ 히스테릭 감쇠 (고체감쇠)

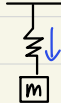
: 고체가 변형 할 때 내부 마찰이나 고체에 의해 생김.

3 자유도 (D.O.F)

: 물체의 운동을 표시하는데 필요한 최소 독립좌표

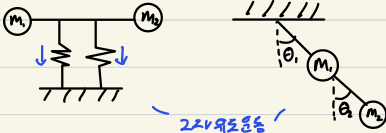
① 1 자유도 진동

: 운동을 표시하는데 필요한 독립좌표가
 1개인 진동



② 다자유도 진동

: 운동을 표시하는데 필요한 독립좌표가 여러개인 진동

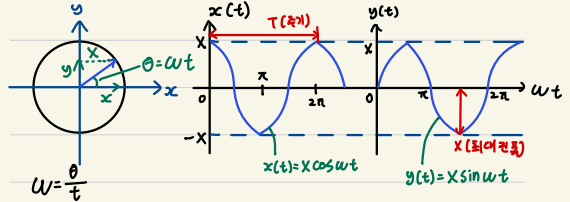


2자유도운동

2. 단순조화운동

→ 주기성에서 가장 간단한 형태로 Sine 이나 Cosine 의
 함수로 진행하는 진동

1 단순조화운동의 표시



$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\therefore \theta = \omega t$$

★ 임의의 변위

$$\begin{cases} x = X \cos \omega t \\ y = X \sin \omega t \end{cases}$$

① 주기 (T) : 1 사이클을 진행하는데 걸리는 시간

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (sec)}$$

② 진동수 (f) : 주기의 역수

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \text{ (C.P.S = Hz)}$$

$$\begin{aligned} \omega &: \text{각속도 (=각진동수 = 원진동수)} \\ &= \frac{2\pi N}{60} = 2\pi f \end{aligned}$$

③ 변위, 속도, 가속도

$$x \quad v = \dot{x} \quad a = \ddot{x}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{\max} &= \dot{x}_{\max} = X\omega \\ a_{\max} &= \ddot{x}_{\max} = X\omega^2 \end{aligned}$$

• 변위 $x = X \cos \omega t$
 ↓ 미분

$$\text{속도 } v = \dot{x} = -\omega X \sin \omega t \quad \text{최대속도 } V_{\max} = \dot{x}_{\max} = -X\omega$$

↓ 미분

$$\text{가속도 } a = \ddot{x} = -\omega^2 X \cos \omega t \quad \text{최대가속도}$$

$$a_{\max} = \ddot{x}_{\max} = -X\omega^2$$

• 변위 $x = X \sin \omega t$
 ↓ 미분

$$\text{속도 } v = \dot{x} = \omega X \cos \omega t \quad \text{최대속도 } V_{\max} = \dot{x}_{\max} = X\omega$$

↓ 미분

$$\text{가속도 } a = \ddot{x} = -\omega^2 X \sin \omega t$$

최대가속도

$$a_{\max} = \ddot{x}_{\max} = -X\omega^2$$

2 조화운동의 합성

① (각)진동수가 같은 두개의 조화운동의 합성

$$* x_1 = A \cos \omega t, \quad x_2 = B \sin \omega t$$

$$x = x_1 + x_2 = \sqrt{A^2 + B^2} \cos\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{B}{A}\right) \\ = \sqrt{A^2 + B^2} \sin\left(\omega t + \tan^{-1} \frac{A}{B}\right)$$

3 울림(Beat, 맥놀이) 현상

: 진동수가 비슷한 2개의 조화운동을 합성하여 진폭이 서서히 변화하는 진동

→ 각각의 각진동수가 약간 다를 때 일어난다.
 ω

$$x_1 = X \sin \omega_1 t \quad x_2 = X \sin \omega_2 t$$

① 울림진동수 (f_b)

$$* f_b = f_2 - f_1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}$$

② 울림주기 (T_b)

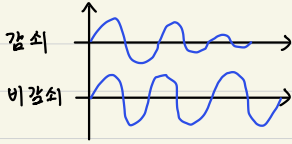
$$* T_b = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$$

* 보름

변위 $x = X \sin \omega t$ or $X \cos \omega t$

* X : 진폭, ω : 각진동수 (=원진동수)
* ϕ : 위상각

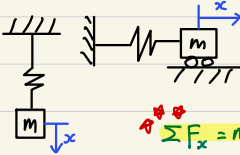
비감쇠자유진동



1. 개요

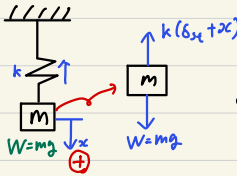
1 운동 방정식 (Newton 방법)

① 직선운동



$$\sum F_x = m a_x = m \ddot{x}$$

< 운동 방정식의 형태, ex, 스프링 >



$$k = \frac{F}{\delta} \Rightarrow p = k \delta$$

δ_{st} : m 만이 의한 정적처짐량
 x : 변위 x에 의한 처짐량

$$\sum F_x = m \ddot{x}$$

$$\Rightarrow W - k(\delta_{st} + x) = m \ddot{x}$$

$$W = mg = k \delta_{st}$$

$$m \ddot{x} + kx = 0$$

~ 직선운동 일때 운동방정식

$$x = X \cos \omega_n t \quad \omega_n: \text{고유 각진동수 (고유 원진동수)}$$

$$\dot{x} = -X \omega_n \sin \omega_n t$$

$$\ddot{x} = -X \omega_n^2 \cos \omega_n t = -X \omega_n^2$$

$$m(-X \omega_n^2) + kx = 0$$

$$\Rightarrow \text{각 고유진동수 } \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$$

$$\text{고유진동수 } f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$$

$$\text{고유 주기 } T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}}$$

$$* m \ddot{x} + kx = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

② 회전운동



$$\sum M_o = J_o \alpha = J_o \ddot{\theta}$$

$\alpha (= \ddot{\theta})$: 각가속도

회전운동방정식

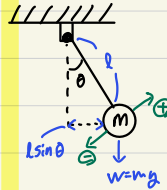
$$* J_o = J_G + ml^2$$

$$* \text{막대(봉)} \quad J_G = \frac{ml^2}{12}$$

$$\text{원판(원통)} \quad J_G = \frac{mr^2}{2}$$

$$* \quad J_G = \frac{2mr^2}{5}$$

< 운동 방정식의 형태, ex, 단진자 운동 >



$$\sum M_o = J_o \alpha = J_o \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow -mg l \sin \theta = J_o \ddot{\theta}$$

$$J_o \ddot{\theta} + mg l \sin \theta = 0$$

$$\therefore J_o \ddot{\theta} + mg l \theta = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mg l}{J_o} \theta = 0$$

$$J_o = J_G + ml^2 = ml^2$$

중의점량 무시

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

$$\Rightarrow \text{고유 각진동수 } \omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{고유 진동수 } f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{주기 } T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

if ex) 막대기

ex) U 라판

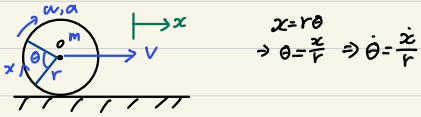
$$\omega_n = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{l}}$$

2 에너지 방법

→ 여러 가지 운동이 복합적으로 작용할 때 유리

1 운동에너지 (T)



• 직선운동

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

• 회전운동

$$T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J_0 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} J_0 \omega^2$$

2 위치에너지 (= 스프링 탄성에너지, U)

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

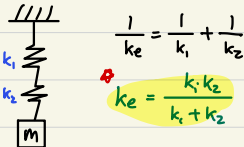
비 값의 라미론 운동에서는 마찰이 의한 에너지 소실 X

$$\therefore T + U = C$$

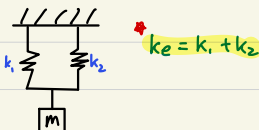
$$\Rightarrow \frac{d(T+U)}{dt} = 0$$

2. 등가스프링

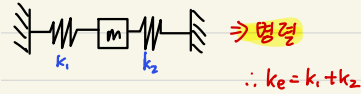
1 직렬스프링



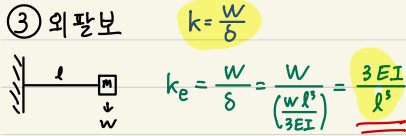
2 병렬스프링



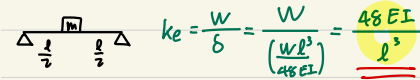
< 주의 >



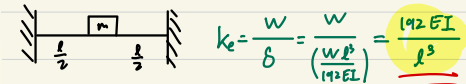
3 외팔보



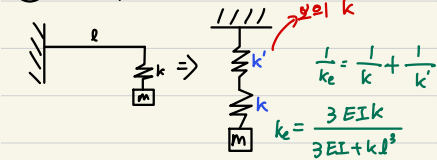
4 단승보



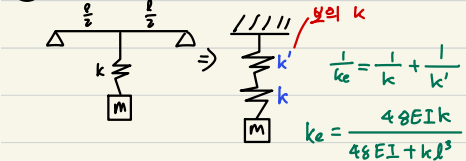
5 양단고정보



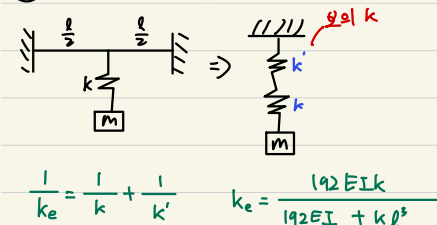
6 외팔보의 연결된 질량



7 단승보의 연결된 질량



8 양단고정보의 연결된 질량

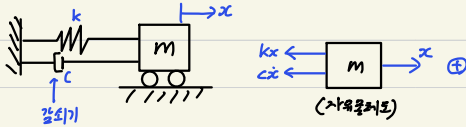


제 7장 감쇠자유진동

1. 점성감쇠 (=유체감쇠)

: 유체와 고체면 사이에 생기는 점성저항
 ⇒ 감쇠력이 속도에 비례한다.

1 운동방정식



• 감쇠력 = $c \dot{x}$ = 감쇠계수 \times 속도
 (N) (N·s/m) (m/s)

$$\sum F_x = m \ddot{x}$$

$$-kx - c\dot{x} = m\ddot{x}$$

∴ 감쇠 자유운동의 운동방정식

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

* 운동방정식

- 비감쇠 : $m\ddot{x} + kx = 0$

- 감쇠 : $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$

2. 임계감쇠계수 (C_{cr})

$$C_{cr} = 2\sqrt{m \cdot k} = 2m\omega_n = \frac{2k}{\omega_n}$$

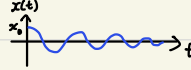
3. 감쇠비 (ζ)

$$\zeta = \frac{c}{C_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c\omega_n}{2k}$$

4. 감쇠형태

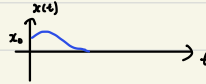
① 아일계감쇠 (=부족감쇠)

$C < C_{cr} \Rightarrow C < 2\sqrt{mk}$ 이면 $\zeta < 1$: 진동이 가능



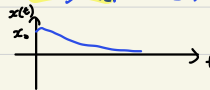
② 일계감쇠

$C = C_{cr} \Rightarrow C = 2\sqrt{mk}$ 이면 $\zeta = 1$



③ 초일계감쇠 (=과도감쇠)

$C > C_{cr} \Rightarrow C > 2\sqrt{mk}$ 이면 $\zeta > 1$: 진동이 안될



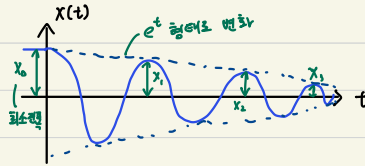
5. 비감쇠고유각진동수 (ω_n)와 감쇠고유각진동수 (ω_d)의 관계

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

2. 대수감소율

↪ 시간이 많이 나을

1 대수감소율 (δ)



• 2개의 이웃하고 있는 진폭의 열거되는 비율이 일정

진폭비 : $\frac{x_0}{x_1} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} = \dots = \frac{x_{n-1}}{x_n} = e^{\delta} = C$ (진폭비)

• 대수감소율 $\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_0}{x_n}$

n: 사이클수 x_0 : 최초진폭 x_n : n 사이클 경과한 후의 진폭

2 감쇠비 (ζ)와 대수감소율 (δ)의 관계식

$$\delta = \frac{2\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \zeta = \frac{c}{c_d}$$

$$\text{if, } \zeta \ll 1 \Rightarrow \delta \approx 2\pi \zeta$$

$$\ast \delta \approx 2\pi \zeta = \frac{1}{n} \ln \frac{X_0}{X_n} \leftarrow \text{이런식으로 문제가 나올.}$$

시뮬에 거의 안나옴

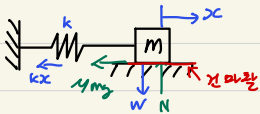
3. 클롬감쇠

(= 마찰감쇠)

: 건조된 면사이의 마찰로 인한 감쇠

⇒ 감쇠력이 일정

1 운동방정식



$$\bullet \text{ 운동방정식 } m\ddot{x} + kx \pm cm\dot{x} = 0$$

α : 클롬 감쇠계수

$$\bullet cm\dot{x} = ak \Rightarrow \alpha = \frac{cm}{k}$$

2 n-반사이클 후의 진폭 (X_n)

$$X_n = X_0 - 2\alpha n$$

X_0 : 초기진폭, α : 클롬감쇠계수, n : 반사이클수

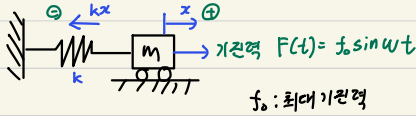
반사이클수란? 1사이클이면 반사이클수는 2개이다.

제 8장 강제진동

⇒ 외부로부터 주기적인 외력을 받아 생기는 진동

1. 비감쇠강제진동

1 기진력의 작용



$$\sum F_x = m\ddot{x}$$

$$-kx + F(t) = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + kx = F(t)$$

기진력 비감쇠강제진동 운동방정식

$$m\ddot{x} + kx = f_0 \sin \omega t$$

① 진동수비(γ)

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_n}$$

ω : 기진력이 작용할때 고유진동수

$$= \frac{2\pi N}{60}$$

ω_n : 비감쇠외력진동일때 고유진동수

$$= \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$$

② 공진

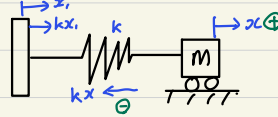
진동수비 $\gamma=1$ 즉, $\omega = \omega_n$ 일때 생기며
 진폭이 무한대로 최대가 된다

③ 정상상태 진폭(X)

$$X = \frac{f_0}{k - m\omega^2}$$

f_0 : 최대기진력

2 지지대의 운동



$$\sum F_x = m\ddot{x}$$

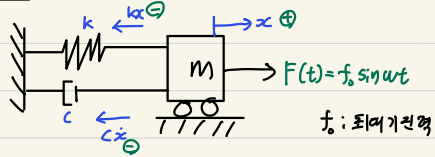
$$-kx + kx_1 = m\ddot{x}$$

$$\text{운동방정식} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = kx_1$$

$$x_1 = X_1 \cos \omega t \text{ or } X_1 \sin \omega t$$

2. 감쇠강제진동 (기진력이 작용할때)

1 운동방정식



$$\sum F_x = m\ddot{x}$$

$$-kx - c\dot{x} + F(t) = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

$$\text{운동방정식} \Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0 \sin \omega t$$

2 정상상태진폭(X)

$$X = \frac{f_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{(f_0/k)}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2.5\gamma)^2}}$$

3 최대진폭이 생기는 진동수비(γ)

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2.5^2}$$

4 공진진폭(X)

$$X = \frac{f_0}{c\omega_n}$$

c : 감쇠계수

5. 정상상태 위상각(ϕ)

\Rightarrow 전동수비(γ)가 1이면, 즉 $W=W_n$ 일때 공전이 발생한다.
이때 공전 위상각 $\phi=90^\circ$

3. 등가점성감쇠

| 사이클당 한일(W)

$$W = \pi f_0 X \sin \phi$$

진동절연과 전달률

↓
틀려 많

1. 진동절연

: 진동의 전달을 방지하는 것

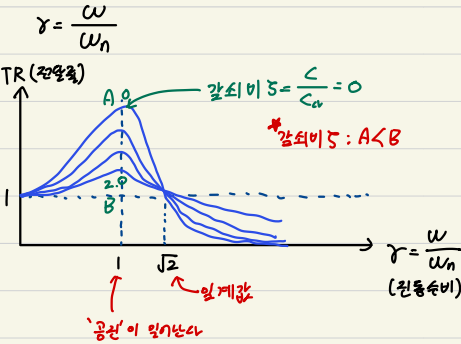
ex) 감쇄스프링, 고무, 코르크

2. 전달률 (TR)

• $TR = \frac{\text{최대 전달력}}{\text{최대 기전력}} = \frac{F_{tr}}{F_0}$

if) 감쇠계수(c)가 무시되는 경우

• $TR = \left| \frac{1}{1-\gamma^2} \right| = \frac{1}{\gamma^2-1}$



3. 진동측정기구 종류

- 진동계 (= 진동저시계)
 - ⇒ 진동 변위를 측정하는 기구, $\omega_n \ll \omega$
 - ← 고유진동수
 - ← 측정할 진동의 진동속
- 가속도계
 - ⇒ 가속도를 측정하는 기구, $\omega_n \gg \omega$
- 지진 측정기

부유부

✖ 전달률 (TR) 과 진동수비 (γ) 의 관계

- $TR=1$ 이면 $\gamma = \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{2}$: 임계값
- $TR < 1$ 이면 $\gamma = \frac{\omega}{\omega_n} > \sqrt{2}$: 진동절연
감쇠비(δ) 감소
- $TR > 1$ 이면 $\gamma = \frac{\omega}{\omega_n} < \sqrt{2}$: 감쇠비(δ) 증가