

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $\log_8 16$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 100$ 일 때, a_1 의 값은? [2점]

- ① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

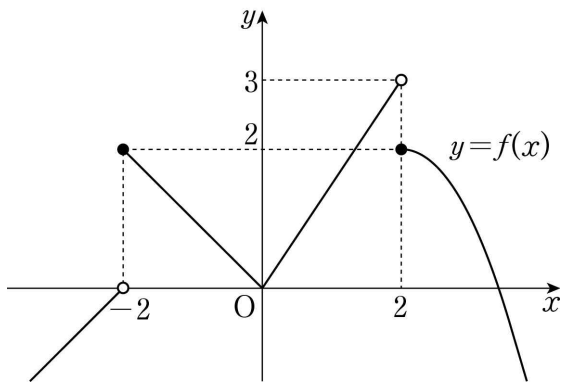
3. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 4x = \frac{1}{2}$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. $\int_2^{-2} (x^3 + 3x^2) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -16 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 16

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} & (x < 3) \\ \frac{2x+1}{x-2} & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \begin{cases} \frac{(n+1)^2}{2} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{n^2}{2} + n + 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

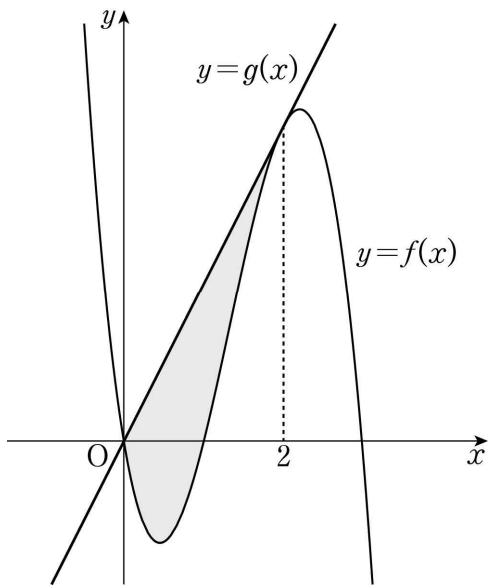
- ① 235 ② 240 ③ 245 ④ 250 ⑤ 255

8. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ 와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [3점]

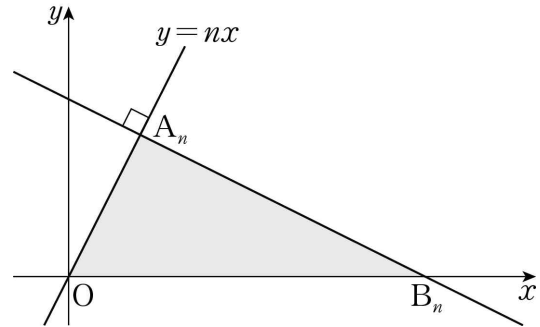
- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

9. 최고차항의 계수가 -3 인 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선 $y = g(x)$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 원점에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



10. 자연수 n 에 대하여 점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 직선 $y = nx$ 에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하자.



다음은 삼각형 A_nOB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{n^3}$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 직선 $y = nx$ 에 수직인 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{가}} \times x + n^2 + 1$$

이므로 두 점 A_n, B_n 의 좌표를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{나}}$$

따라서

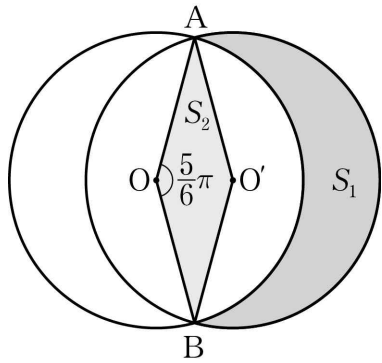
$$\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{n^3} = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(1) + g(2) + r$ 의 값은? [4점]

- ① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

11. 그림과 같이 두 점 O, O' 을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O' 이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O' 이 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, $\angle AOB = \frac{5}{6}\pi$ 이다.



원 O 의 외부와 원 O' 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1 , 마름모 $AOBO'$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}\pi$
- ② $\frac{4}{3}\pi$
- ③ $\frac{17}{12}\pi$
- ④ $\frac{3}{2}\pi$
- ⑤ $\frac{19}{12}\pi$

12. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 5$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + g(x) - 2f(1)}{x - 1} = 7$

두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - a}{x - 1} = b \times g(1)$ 일 때, ab 의

값은? [4점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

13. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & (x < 3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a} - \left(\frac{1}{4}\right)^{3+a} + 8 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y 좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a 의 값은? [4점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + |f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

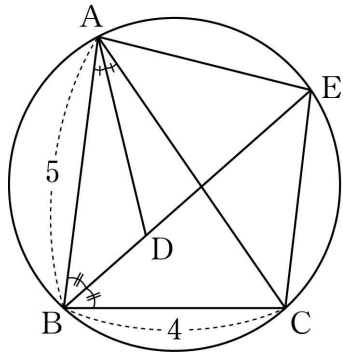
- (가) $f(0) = g(0) = 0$
 (나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 양의 실근을 갖는다.
 (다) 방정식 $|f(x)| = 4$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형

ABC가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선과 $\angle CAB$ 의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- < 보 기 >
- ㄱ. $\overline{AC}=6$
 - ㄴ. $\overline{EA}=\overline{EC}$
 - ㄷ. $\overline{ED}=\frac{31}{8}$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 두 함수 $f(x)=2x^2+5x+3$, $g(x)=x^3+2$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 의 $x=0$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

17. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$3x^2 - 2(\log_2 n)x + \log_2 n > 0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $F(x)$ 의 도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -2x & (x < 0) \\ k(2x - x^2) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $F(2) - F(-3) = 21$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $a_1 = 2, a_2 = 4$ 이고 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1}S_n = a_nS_{n+1}$$

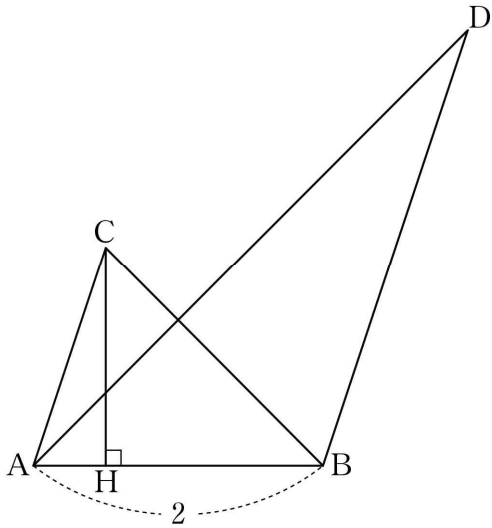
이 성립할 때, S_5 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 m 에 대하여 직선 $y = mx$ 와 함수

$$f(x) = 2x + 3 + |x - 1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$ 이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$ 인 두 삼각형 ABC , ABD 가 있다. 점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발 H 는 선분 AB 를 $1:3$ 으로 내분한다.



두 삼각형 ABC , ABD 의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r , R 라 할 때, $4(R^2 - r^2) \times \sin^2(\angle CAB) = 51$ 이다. \overline{AC}^2 의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB < \frac{\pi}{2}$) [4점]

22. 양수 a 와 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x (t^2 - 4) \{|f(t)| - a\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
 (나) $g(2) = 5$

$g(0) - g(-4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

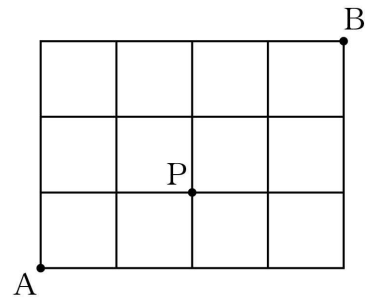
수학 영역(확률과 통계)

5 지선 다형

23. 3H_6 의 값은? [2점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

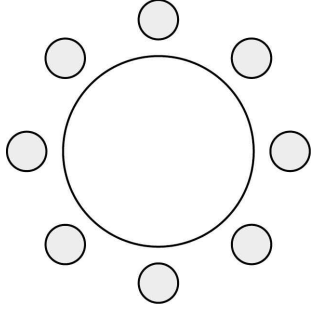
24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

25. 어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 92 ② 96 ③ 100 ④ 104 ⑤ 108



26. 같은 종류의 연필 6자루와 같은 종류의 지우개 5개를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 적어도 한 자루의 연필을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

27. 숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 1이 적힌 카드와 2가 적힌 카드 사이에 두 장 이상의 카드가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200



28. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}, Y = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [4점]

- (가) $f(2) < f(3) < f(4)$
- (나) $f(1) > f(3) > f(5)$

- ① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

단답형

29. 5 이하의 자연수 a, b, c, d 에 대하여 부등식

$$a \leq b+1 \leq c \leq d$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오.

[4점]

30. 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.

(나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - 1}{(n+2)(2n^2+3)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \left(\frac{x^2 - 4x}{5} \right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_1 a_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+3} - 5}{2a_n + 1} = 12$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n^2 - 3 < a_n < 2n^2 + 4$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을

S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

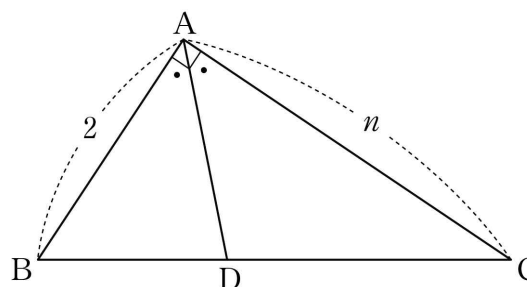
을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + n^2 a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

28. 자연수 n 에 대하여 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = n$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - a_n)$ 의 값은?

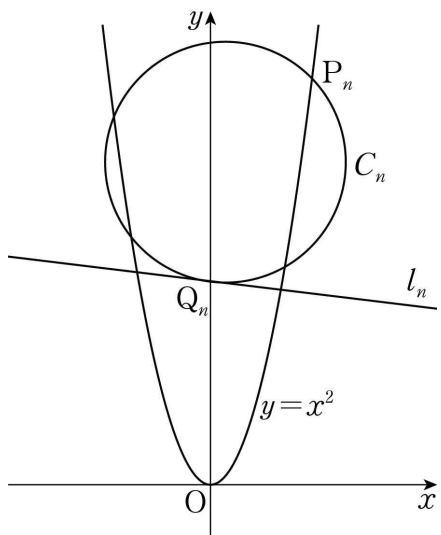
[4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4



단답형

29. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(2n, 4n^2)$ 에서의 접선과 수직이고 점 $Q_n(0, 2n^2)$ 을 지나는 직선을 l_n 이라 하자. 점 P_n 을 지나고 점 Q_n 에서 직선 l_n 과 접하는 원을 C_n 이라 할 때, 원점을 지나고 원 C_n 의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 삼차함수 $f(x)=x(x-n)(x-3n^2)$ 이 극대가 되는 x 를 a_n 이라 하자. x 에 대한 방정식 $f(x)=f(a_n)$ 의 근 중에서 a_n 이 아닌 근을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 할 때, 선분 FF'의 길이는? [2점]

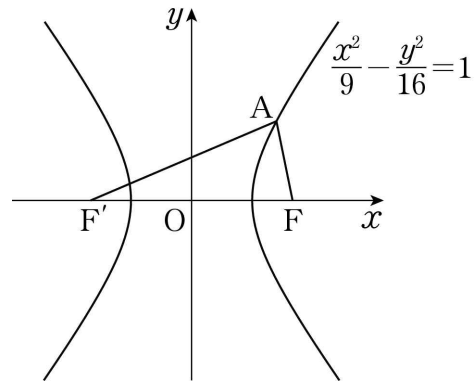
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

24. 두 초점이 F(c, 0), F'(-c, 0)이고 주축의 길이가 8인 쌍곡선의 한 점근선이 직선 $y = \frac{3}{4}x$ 일 때, 양수 c의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

25. 꼭짓점이 점 $(-1, 0)$ 이고 준선이 직선 $x = -3$ 인 포물선의 방정식이 $y^2 = ax + b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?
[3점]
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

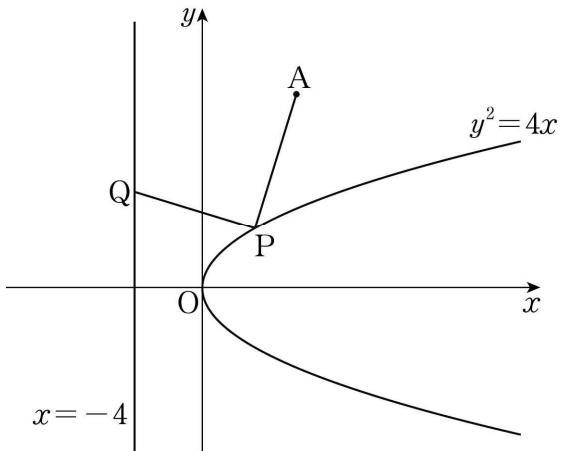
26. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점 F, F' 과 쌍곡선 위의 점 A 에 대하여 삼각형 $AF'F$ 의 둘레의 길이가 24일 때, 삼각형 $AF'F$ 의 넓이는? (단, 점 A 는 제1사분면의 점이다.)
[3점]



- ① $4\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{6}$ ⑤ $16\sqrt{3}$

27. 점 A(6, 12)와 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 P, 직선 $x = -4$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



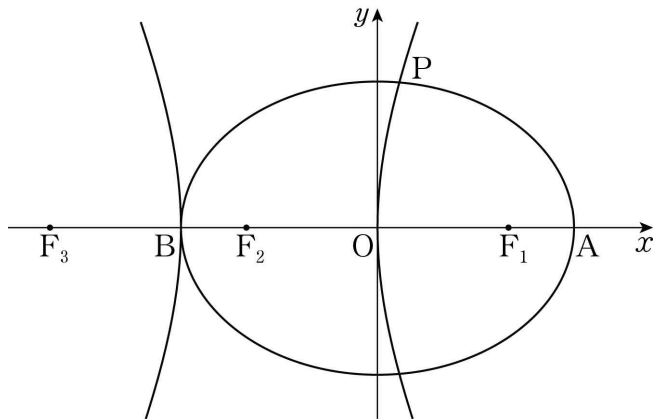
28. 자연수 n 에 대하여 초점이 F인 포물선 $y^2 = 2x$ 위의 점 P_n 이 $\overline{FP_n} = 2n$ 을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^8 \overline{OP_n}^2$ 의 값은? (단, O는 원점이고, 점 P_n 은 제1사분면에 있다.) [4점]

- ① 874 ② 876 ③ 878 ④ 880 ⑤ 882

단답형

29. 두 초점이 $F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원이 x 축과 두 점 $A(3, 0), B(-3, 0)$ 에서 만난다. 선분 BO 가 주축이고 점 F_1 이 한 초점인 쌍곡선의 초점 중 F_1 이 아닌 점을 F_3 이라 하자. 쌍곡선이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, 삼각형 PF_3F_2 의 둘레의 길이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

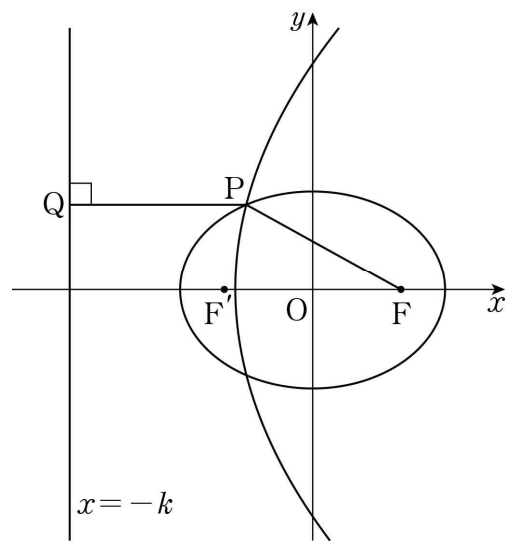
[4점]



30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 가 초점이고 직선 $x = -k$ ($k > 0$)이 준선인 포물선이 타원과 제2사분면의 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 직선 $x = -k$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle F'FP) = \frac{7}{8}$
 (나) $\overline{FP} - \overline{F'Q} = \overline{PQ} - \overline{FF'}$

$c+k$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.