

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식 $A = x^2 - 2x + 1$, $B = 2x^2 + 2x - 2$ 에 대하여 $A + B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 - x - 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $x^2 + 1$
 ④ $3x^2 - 1$ ⑤ $3x^2 + 1$

2. 등식 $x^2 + (a+2)x = x^2 + 4x + (b-1)$ 이 x 에 대한 항등식일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표평면 위의 점 $A(a, 3)$ 에 대하여 $\overline{OA} = 4$ 일 때, a^2 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 연립부등식

$$\begin{cases} x+6 \leq 4x \\ 3x+4 < x+16 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 등식 $\frac{2}{1-i} = a+bi$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 좌표평면 위의 두 점 $A(-5, -1), B(a, 1)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 외분하는 점이 직선 $y=x$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 다항식 x^3+ax^2+bx+3 이 $(x+1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8. 이차방정식 $x^2+2x+7=0$ 의 서로 다른 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

9. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5x^2 - y^2 = -5 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 좌표평면 위의 점 $(1, a)$ 를 지나고 직선 $4x-2y+1=0$ 과 평행한 직선의 방정식이 $bx-y+5=0$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

11. 두 상수 a, b 에 대하여 이차함수 $y = x^2 - 4x + a$ 의 그래프의 꼭짓점을 A라 할 때, 점 A는 원 $x^2 + y^2 + bx + 4y - 17 = 0$ 의 중심과 일치한다. $a + b$ 의 값은?
[3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

12. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 12 \leq 0 \\ x^2 - 4x + 4 > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

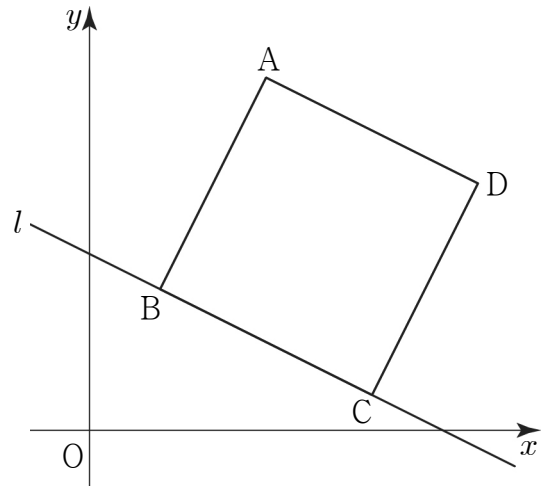
13. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$x^2 + (m+2)x + 2m + 1 > 0$$

이 성립하도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합은? [3점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

14. 그림과 같이 좌표평면 위에 점 $A(a, 6)$ ($a > 0$)과 두 점 $(6, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 직선 l 위의 서로 다른 두 점 B, C 와 제1사분면 위의 점 D 를 사각형 $ABCD$ 가 정사각형이 되도록 잡는다. 정사각형 $ABCD$ 의 넓이가 $\frac{81}{5}$ 일 때, a 의 값은? [4점]



- ① 2
- ② $\frac{9}{4}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{11}{4}$
- ⑤ 3

15. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후, x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 직선 $y = 2x + 3$ 에 접할 때, 상수 m 의 값은? [4점]

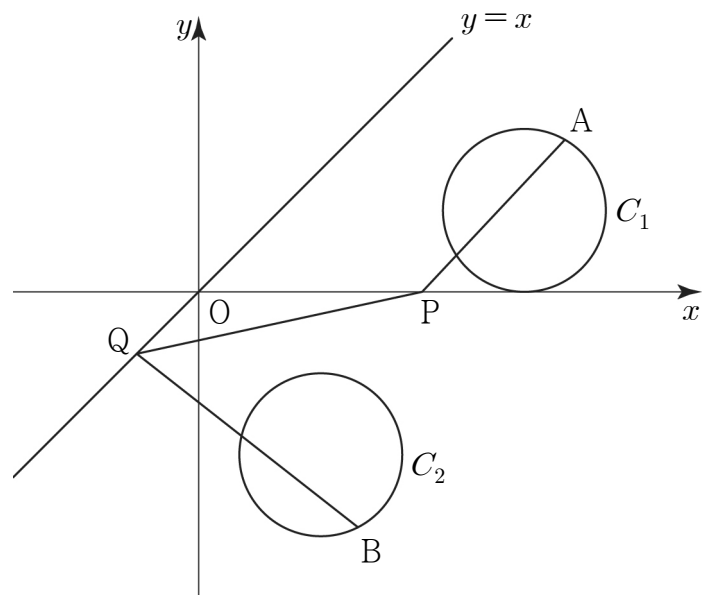
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

16. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 원

$$C_1 : (x-8)^2 + (y-2)^2 = 4,$$

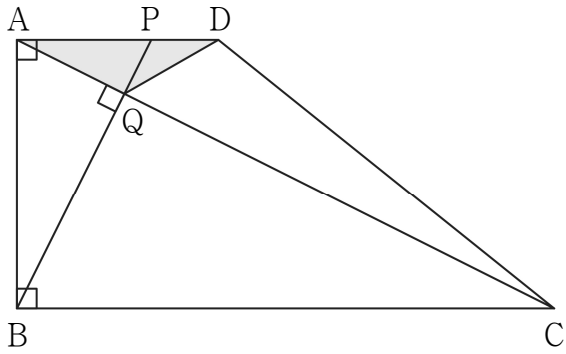
$$C_2 : (x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$$

와 직선 $y = x$ 가 있다. 점 A는 원 C_1 위에 있고, 점 B는 원 C_2 위에 있다. 점 P는 x 축 위에 있고, 점 Q는 직선 $y = x$ 위에 있을 때, $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은? (단, 세 점 A, P, Q는 서로 다른 점이다.) [4점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

17. 그림과 같이 $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 8$ 인 사다리꼴 ABCD에 대하여 선분 AD를 2:1로 내분하는 점을 P라 하자. 두 직선 AC, BP가 점 Q에서 서로 수직으로 만날 때, 삼각형 AQD의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{13}{10}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

18. 세 실수 a, b, c 에 대하여 삼차다항식

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

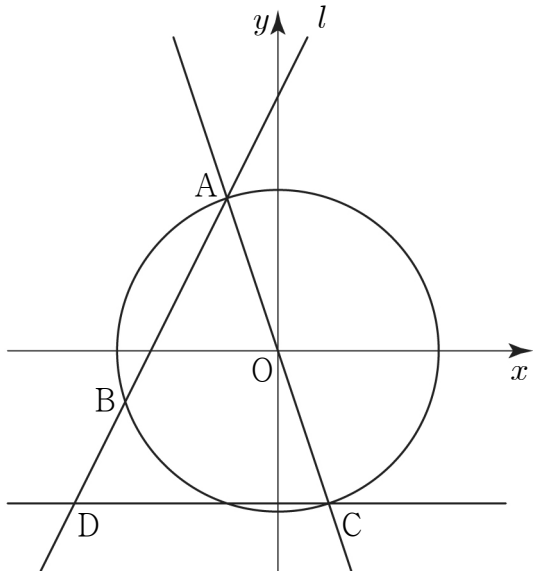
가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) x 에 대한 삼차방정식 $P(x) = 0$ 은 한 실근과 서로 다른 두 허근을 갖고, 서로 다른 두 허근의 곱은 5이다.
 (나) x 에 대한 삼차방정식 $P(3x-1) = 0$ 은 한 근 0과 서로 다른 두 허근을 갖고, 서로 다른 두 허근의 합은 2이다.

$a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 그림과 같이 기울기가 2인 직선 l 이 원 $x^2+y^2=10$ 과 제2사분면 위의 점 A, 제3사분면 위의 점 B에서 만나고 $\overline{AB}=2\sqrt{5}$ 이다. 직선 OA와 원이 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 점 C를 지나고 x 축과 평행한 직선이 직선 l 과 만나는 점을 D(a, b)라 할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① -8 ② $-\frac{15}{2}$ ③ -7 ④ $-\frac{13}{2}$ ⑤ -6

20. 좌표평면 위에 세 점 $A(0, 4), B(4, 4), C(4, 0)$ 이 있다. 세 선분 OA, AB, BC를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점을 각각 P, Q, R라 하고, 세 점 P, Q, R를 지나는 원을 C라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. $m=n$ 일 때, 점 P의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
 ㄴ. 점 $\left(\frac{4m}{m+n}, 0\right)$ 은 원 C 위의 점이다.
 ㄷ. 원 C가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리가 3일 때, $\overline{PQ} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 이차함수 $f(x)$ 와 이차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$\{x - f(k)\}\{x - g(k)\} = 0$$

이 서로 다른 두 실근 0, 4를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 개수가 3이다. $f(2)=4$ 일 때, $g(8)-f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 62 ② 64 ③ 66 ④ 68 ⑤ 70

단답형

22. 다항식 $x^3 - 3x^2 + 3x - 6$ 을 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오. [3점]

23. 부등식 $|x - 5| < 2$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

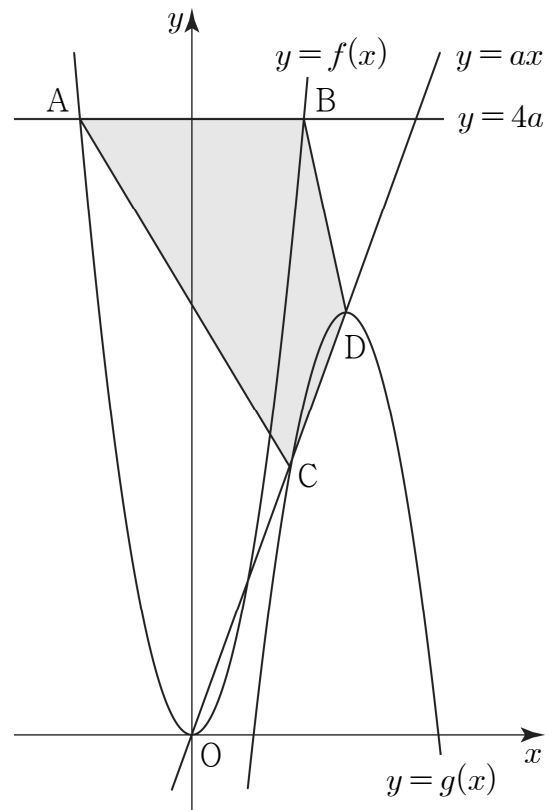
24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + a^2 + 4a - 28 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점 $(3, -4)$ 에서의 접선이 원 $(x-6)^2 + (y-8)^2 = r^2$ 과 만나도록 하는 자연수 r 의 최솟값을 구하시오. [4점]

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - px + p + 19 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖는다. 한 허근의 허수부분이 2일 때, 양의 실수 p 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다항식 $P(x)$ 에 대하여 $(x-2)P(x)-x^2$ 을 $P(x)-x$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 $P(x)-3x$ 이다. $P(x)$ 를 $Q(x)$ 로 나눈 나머지가 10일 때, $P(30)$ 의 값을 구하시오. (단, 다항식 $P(x)-x$ 는 0이 아니다.) [4점]

28. 그림과 같이 $2 < a < 4$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)=ax^2$, $g(x)=-a(x-a)^2+a^2$ 의 그래프가 있다. 직선 $y=4a$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=ax$ 와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ACDB의 넓이의 최댓값을 M 이라 할 때, $8 \times M$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작고, 점 C의 x 좌표는 점 D의 x 좌표보다 작다.) [4점]



29. 좌표평면 위의 세 점 $A(-5, -1)$, B , C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
 (나) 세 점 A, B, C 를 지나는 원의 중심은 원점이다.

삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{105}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수 $y=f(x)$ 가 있다. 중심이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위에 있고 반지름의 길이가 1인 원 중에서 다음 조건을 만족시키는 중심이 서로 다른 원의 개수는 5이다.

원을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하도록 하는 실수 m 의 값이 1개 이상 존재한다.

이 5개의 원의 중심의 x 좌표를 작은 수부터 크기 순서대로 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 라 하자.

$$x_1 = 0, x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20$$

이고 $x_1 \leq x \leq x_5$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 0보다 클 때, $f(20)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.