

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{-1} \times 8^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^2}{x^2+4x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 10, \quad a_7 - a_5 = 6$$

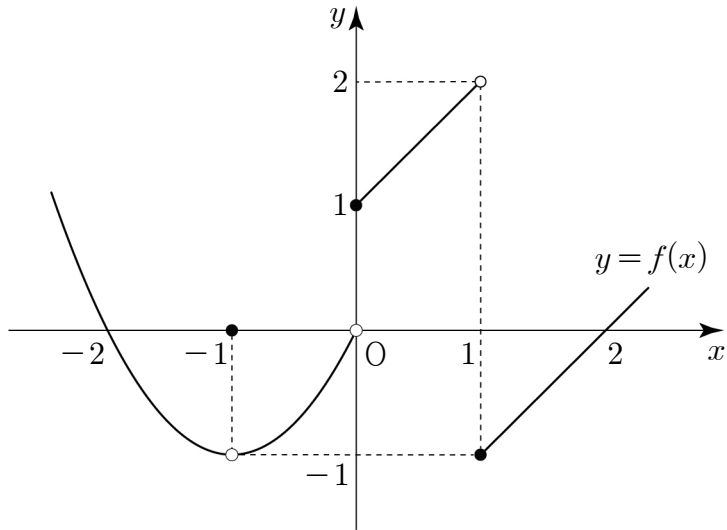
일 때, a_1 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = -3 \cos \theta$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{10}$
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. $\log_2 5 \times \log_5 3 + \log_2 \frac{16}{3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 이고 넓이가 18π 인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

- ① 2π ② 3π ③ 4π ④ 5π ⑤ 6π

8. $0 < x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\cos^2 x - 1 = 2 \sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

9. 집합 $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$ 에서 정의된 함수

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+m)$$

이 최댓값 -2 를 가질 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 2, \quad S_6 = 9S_3$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

11. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} 4^x - 2^x - 2 < 0 \\ \log_a x + 1 > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{5} < x < b$ 일 때,
두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 1$) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 함수 $f(x) = a \tan \frac{\pi}{4}x$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프
위의 점 $A(3, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 점을 A' 이라 하자. 점 A' 이 함수
 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는
상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

13. 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3a_5 = 8a_8, \quad a_1 + |a_2| + |2a_3| = 0$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

14. $2 \leq n \leq 10$ 인 자연수 n 에 대하여

$n^2 + 1$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$,

$n^2 - 8n + 12$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$

이라 하자. $f(n) = 2g(n)$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 함수 $f(x)=4^{x-a}-8\times 2^{x-a}$ 가 $x=5$ 에서 최솟값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -13 ② -11 ③ -9 ④ -7 ⑤ -5

16. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- (가) $0 < \log b - \log a < 1$
 (나) $2a + \log b < 9$

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{12} - a_{10} = 5$ (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_{2k} = \sum_{k=1}^n a_{2k-1} + n^2$ 이다.
--

$a_9 = 16$ 일 때, a_{11} 의 값은? [4점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2^x + 2 & (x < 1) \\ \log_2 x & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 $a-1 \leq x \leq a+1$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

[4점]

- ① 3 ② $\log_2 \frac{32}{3}$ ③ $\log_2 \frac{40}{3}$
 ④ 4 ⑤ $\log_2 \frac{56}{3}$

19. 함수 $f(x) = 3\sin\frac{\pi}{2}x$ ($0 \leq x \leq 7$) 과 실수 t ($0 < t < 3$) 에 대하여 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 의 세 꼭짓점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때, t 의 값은?
[4점]

(가) 두 점 A, B는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-t$ 가 만나는 점이다.
(나) 점 C는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이다.

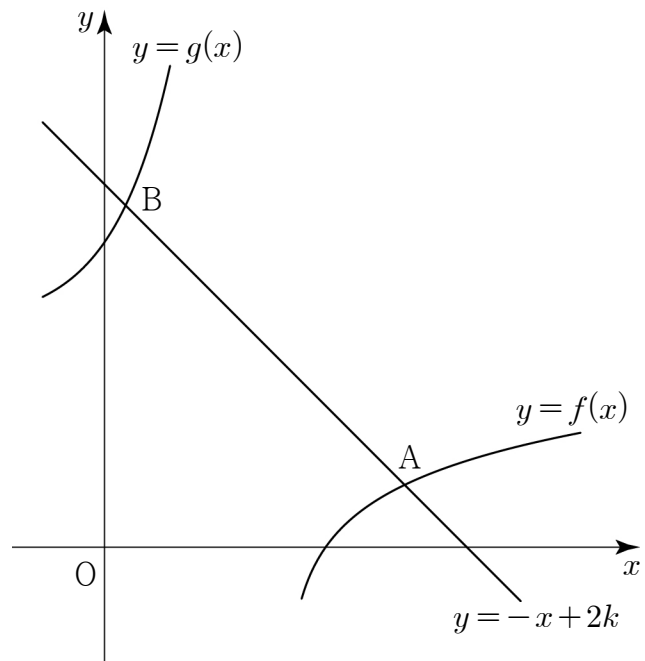
- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

20. 상수 k ($k > 3$)에 대하여 직선 $y = -x + 2k$ 가 두 함수

$$f(x) = \log_2(x-k), \quad g(x) = 2^{x+1} + k + 1$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 7\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\log_2 21$ ② $\log_2 22$ ③ $\log_2 23$
④ $\log_2 24$ ⑤ $\log_2 25$



21. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} & (x \leq 0) \\ (x+b)^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k^+} g(t)$ 와 $\lim_{t \rightarrow 2k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow 2k^+} g(t)$ 를 모두 만족시키는 양수 k 가 존재한다.

$\lim_{t \rightarrow 16^-} g(t) \times \lim_{t \rightarrow 16^+} g(t) = 2$ 가 되도록 하는 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

[4점]

- ① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

단답형

22. 방정식 $3^{2x-1} = 27$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 + a_7 = 18$ 일 때, $a_4 + a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n^2 - 1 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ n^2 + 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $0 < x \leq 10$ 일 때, 부등식

$$\cos \frac{\pi}{5}x < \sin \frac{\pi}{5}x$$

를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. $10 < a < 100$ 인 실수 a 에 대하여 수직선 위의 서로 다른 네 점 $P(p)$, $Q(q)$, $R(r)$, $S(s)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $p < q < r < s$

(나) 두 집합

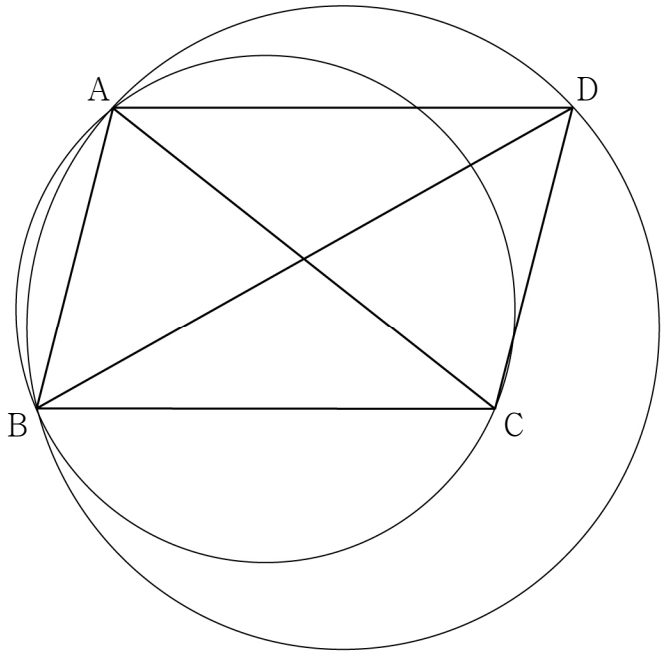
$$A = \{p, q, r, s\},$$

$$B = \left\{ \log 10a, \log \frac{10}{a}, \log_a 10a, \log_a \frac{a}{10} \right\}$$

에 대하여 $A = B$ 이다.

$\overline{PS} = \frac{10}{3}$ 일 때, $30 \times \overline{QR}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 둘레의 길이가 20 이고 $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{4}$ 인
 평행사변형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가
 $\frac{32}{3}\pi$ 일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, $\overline{AB} < \overline{AD}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을
 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - f(x)}{x + f(x)} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2} - f(x)}{x + f(x)} = -2$
 (나) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2} - 3}$ 의 값이 존재하지 않는
 실수 a 의 개수는 1이다.

$f(24)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 p 와 실수 q ($q \geq 0$)에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = |p \sin x - q|$$

이다. $f(a) = q$ 인 서로 다른 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 과 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 세 항 a_1, a_4, a_7 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 15이다.

두 수 p, q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 두 정수 d, r 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + d & (a_n \geq 0) \\ r a_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_k = a_{k+12} = 0$ 인 자연수 k 가 존재한다.

$a_2 + a_3 = 0, a_5 = 16$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.