

재료역학

두 힘의 합성	
	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$
라미의 정리	
	$\frac{F_1}{\sin\theta_1} = \frac{F_2}{\sin\theta_2} = \frac{F_3}{\sin\theta_3}$
힘과 모멘트 평형 : 정역학적 평형상태 방정식	
$\sum F_{x,y,z} = 0, \sum M_{x,y,z} = 0$	
자유물체도(F.B.D) : 물체에 작용하는 모든 힘을 표시	
마찰력 : 수직력의 함수	
	$F_f = \mu N$ $\tan\rho = \frac{\mu N}{N} = \mu$ (마찰계수)
단면 1차 모멘트 : 단면×거리	
면적에 대한 임의 축에 대한 모멘트는 미소면적에 대한 모멘트 합과 같다.	
	$Q_x = \bar{y}A = \int y dA$ $Q_y = \bar{x}A = \int x dA$
도심	
$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2}, \bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}$	
(극)단면 2차 모멘트(관성 모멘트) : 단면×거리 ²	
	$I_x = \int y^2 dA, I_y = \int x^2 dA$ $I_p = \int r^2 dA = \int (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y$
(극)단면계수	
$Z = \frac{I_x}{e}, Z_p = \frac{I_p}{e}, e$: 도심에서 최외단까지의 거리	
평행축 정리	
	$I_{x'} = I_x + Ad^2$ (d : 두 축 사이의 거리) d
구분	
$I_{x'}$	$\frac{bh^3}{3}, \frac{bh^3}{12}, \frac{bh^3}{4}$
I_x	$\frac{bh^3}{12}, \frac{bh^3}{36}, \frac{\pi d^4}{64}, \frac{\pi d_2^4}{64}(1-x^4)$
I_p	$\frac{\pi d^4}{32}, \frac{\pi d_2^4}{32}(1-x^4)$
Z	$\frac{bh^2}{6}, \frac{bh^2}{12}, \frac{bh^2}{24}, \frac{\pi d^3}{32}, \frac{\pi d_2^3}{32}(1-x^4)$
Z_p	$\frac{\pi d^3}{16}, \frac{\pi d_2^3}{16}(1-x^4)$

응력과 변형률	
수직응력 $\sigma = \frac{P}{A} = E\epsilon$	전단응력 $\tau = \frac{P}{A} = G\gamma$
종변형률 $\epsilon = \frac{\lambda}{l} (= \Delta l)$	전단변형률 $\gamma = \tan\theta = \frac{\lambda_s}{l}$
$\lambda = \frac{Pl}{AE}$	$\lambda_s = \frac{Pl}{AG}$
횡변형률 $\epsilon' = \frac{\delta}{d} (= \Delta d)$	탄성계수 관계식 $E = 2G(1 + \mu) = 3K(1 - 2\mu)$ E: 종탄성계수 G: 횡탄성계수 K: 체적탄성계수 m: 프와송수
포와송비 $\mu = \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \frac{1}{m}$	
단면변형률 $\epsilon_A = \frac{\Delta A}{A} = 2\mu\epsilon$	
체적변형률 $\epsilon_V = \frac{\Delta V}{V} = \epsilon(1 - 2\mu)$	
응력 집중	
	최대응력 $\sigma_{max} = \alpha_k \sigma_{av}$ 평균(공칭)응력 $\sigma_{av} = \frac{P}{A} = \frac{P}{(b-d)t}$
응력-변형률 선도	
	σ_w : 사용응력 σ_a : 허용응력 σ_u : 극한강도(최대응력) S: 안전율 $\sigma_w \leq \sigma_a = \frac{\sigma_u}{S}, S = \frac{\sigma_u}{\sigma_a}$
자중을 고려한 응력 및 변형량(균일 단면봉)	
	$\sigma = \frac{P}{A} + \gamma l$ $\lambda = \frac{Pl}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E}$
	$\sigma = \frac{\gamma l}{3}$ $\lambda = \frac{\gamma l^2}{6E}$
열응력	
$\sigma = E\epsilon = E\alpha \cdot \Delta T$ $\epsilon = \alpha \cdot \Delta T$ (α : 열팽창계수, 1/°C) $\lambda = \epsilon l = \alpha \Delta T l$ $P = EA\alpha \cdot \Delta T$	
조합된 부재(직렬조합)	
	$\sigma_1 = \frac{P}{A_1}, \sigma_2 = \frac{P}{A_2}$ $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{Pl_1}{E_1 A_1} + \frac{Pl_2}{E_2 A_2}$
조합된 부재(병렬조합)	
	$\sigma_1 = \frac{PE_1}{E_1 A_1 + E_2 A_2}$ $\sigma_2 = \frac{PE_2}{E_1 A_1 + E_2 A_2}$
탄성에너지	
	$U = \frac{P\lambda}{2} = \frac{P^2 l}{2EA} = \frac{\sigma^2 V}{2E}$
충격에 의한 응력과 변형량	
	$\sigma_0 = \frac{W}{A}, \lambda_0 = \frac{Wl}{EA}$ $\sigma = \sigma_0 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}}\right), \lambda = \lambda_0 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}}\right)$ * $h = 0$ 일 경우 $\sigma = 2\sigma_0, \lambda = 2\lambda_0$

내압을 받는 얇은 용기

$$\sigma_s = \frac{P_i d}{4t}$$

$$\sigma_h = \frac{P_i d}{2t}$$

얇은 회전체의 응력(폴리, 림, 플라이휠 등)

$$\sigma = \frac{\gamma V^2}{g}$$

모어의 응력원

- ① σ, τ 축을 잡는다.
- ② $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 표시
- ③ 점들이 만족하는 지름을 긋는다.
- ④ 2θ 를 긋는다.

Mohr's circle (응력)

적용할 때 $\sigma \Rightarrow \frac{\sigma}{2}$

변형률 Mohr's circle

$\frac{V}{2}$

비틀림

$$\tau = \frac{Gr\theta}{l} = \frac{T}{Z_p}$$

$$\theta = \frac{Tl}{GI_p} [\text{rad}]$$

$$U = \frac{1}{2} T\theta$$

바하(Bach)의 축 공식

축의 재질 : 연강, $G = 0.83 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$,
 1m당 비틀림각은 $\frac{1}{4}^\circ (= 0.25^\circ)$

보의 분포하중, 전단력, 굽힘모멘트 관계

$$w = \frac{dF}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} \text{ (S.F.D기울기)}$$

$$V = \frac{dM}{dx} \text{ (B.M.D기울기)}$$

S.F.D 및 B.M.D 그리는 순서

- ① 반력 및 반력 모멘트를 구한다.
- ② 하중의 연속유무에 따라 구간을 나눈다.
- ③ 구간을 나누어서 각 구간의 자유물체도를 그린다.
- ④ 자유물체도에서의 V_x, M_x 구한 후 선도를 그린다.

단순보

외팔보

보의 굽힘응력

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}, \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}, \frac{E}{\rho} = \frac{\sigma}{y} = \frac{M}{I}$$

$$\sigma_y = \frac{M}{I} y, \sigma_b = \frac{M}{Z} \quad (\rho: \text{곡률반경}, \frac{1}{\rho}: \text{곡률})$$

보의 전단응력

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

(V: 전단력, Q: 도심 축으로부터 반절단면의 1차 모멘트)

사각형 단면 $\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$, 원형 단면 $\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$

굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트가 동시에 작용할 때

상당비틀림모멘트 $T_e = \sqrt{M^2 + T^2}$

상당굽힘모멘트 $M_e = \frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + T^2}) = \frac{1}{2}(M + T_e)$

$$\tau_{\max} = \frac{T_e}{Z_p}, \sigma_{\max} = \frac{M_e}{Z}$$

보의 처짐

미분방정식

$$EIy'''' = \frac{dV_x}{dx} = w_x$$

$$EIy''' = \frac{dM_x}{dx} = V_x$$

$$EIy'' = M_x$$

$$EIy' = \int M_x dx \quad (y' = \frac{dy}{dx} = \text{처짐각} = \theta)$$

$$EIy = \iint M_x dx dx \quad (y = \text{처짐량} = \delta)$$

보의 처짐 해석방법

- ① 미분방정식 활용
- ② 면적 모멘트법
- ③ 중첩법
- ④ 카스틸리아노 정리(탄성 에너지법)

면적 모멘트법

$$\theta = \frac{A_M}{EI}$$

$$\delta = \frac{A_M - x}{EI}$$

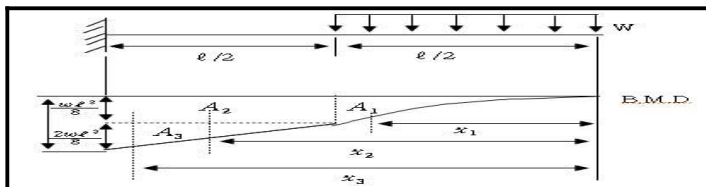
A_M : B.M.D의 면적
 \bar{x} : 처짐을 구하고자 하는 그 위치로부터 A_M 의 도심까지의 거리

면적과 도심 구하는 일반식

$$A = \frac{hl}{n+1}$$

$$\bar{x} = \frac{(n+1)l}{n+2}$$

$$\bar{x}' = \frac{l}{n+2}$$



$$\theta = \frac{A_M}{EI} = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{EI}$$

$$\delta = \frac{A_M}{EI} x = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{EI}$$

카스틸리아노 정리(탄성 에너지법)

$$U = \int_0^l \frac{M_x^2 dx}{2EI}, \theta = \frac{\partial U}{\partial M}, \delta = \frac{\partial U}{\partial P}$$

구분	θ	δ
외팔	 $\frac{Ml^1}{1EI}$	$\frac{Ml^2}{2EI}$
	 $\frac{Pl^2}{2EI}$	$\frac{Pl^3}{3EI}$
	 $\frac{wl^3}{6EI}$	$\frac{wl^4}{8EI}$
단순	 $\frac{Ml^1}{2EI}$	$\frac{Ml^2}{8EI}$
	 $\frac{Pl^2}{16EI}$	$\frac{Pl^3}{48EI}$
	 $\frac{wl^3}{24EI}$	$\frac{5wl^4}{384EI}$

$\theta_A = \frac{Ml}{6EI}, \theta_B = \frac{Ml}{3EI}$
 $x = \frac{l}{\sqrt{3}}, \delta_{max} = \frac{Ml^2}{9\sqrt{3}EI}$
 중앙점의 처침 $\delta = \frac{Ml^2}{16EI}$

$\theta_A = \frac{Pab(\ell + b)}{6\ell EI}$
 $\theta_B = \frac{Pab(\ell + a)}{6\ell EI}$
 $\delta = \frac{Pa^2b^2}{3\ell EI}$

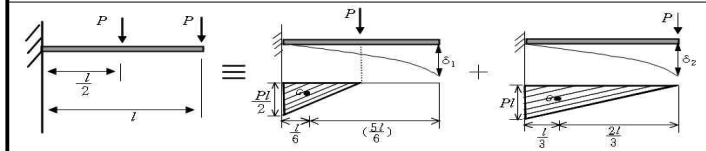
$\theta = \frac{Pl^2}{64EI}, \delta = \frac{Pl^3}{192EI}$

$M_A = \frac{Pab^2}{\ell^2}, M_B = \frac{Pa^2b}{\ell^2}$
 $\delta = \frac{Pa^2b^2}{3\ell^3 EI}$

$\theta = \frac{wl^3}{125EI}, \delta = \frac{wl^4}{384EI}$

$\theta = \frac{wl^3}{48EI}, \delta = \frac{7wl^4}{384EI}$

중첩법



$\delta = \delta_1 + \delta_2, \theta = \theta_1 + \theta_2$
 $\delta_1 = \frac{5P_1\ell^3}{48EI}, \theta_1 = \frac{P_1\ell^2}{8EI}$
 $\delta_2 = \frac{P_2\ell^3}{3EI}, \theta_2 = \frac{P_2\ell^2}{2EI}$

부정정보

$\delta_A = \delta_B$
 $\frac{5w(2\ell)^4}{384EI} = \frac{R_c(2\ell)^3}{48EI}$
 $R_c = \frac{5}{4}w\ell, R_A = R_B = \frac{3}{8}w\ell$

$a = b, \theta_A + \theta_B = 0$
 $\frac{Pl^2}{16EI} = \frac{M_A\ell}{3EI}$
 $M_A = \frac{3Pl}{16}$
 $R_A = \frac{11}{16}P, R_B = \frac{5}{16}P$

$a = b, \theta_A + \theta_B = 0$
 $\frac{wl^3}{24EI} = \frac{M_A\ell}{3EI}$
 $M_A = \frac{wl^2}{8}$
 $R_A = \frac{5}{8}w\ell, R_B = \frac{3}{8}w\ell$

$a = b, \theta_A + \theta_B = 0$
 $\frac{Pl^2}{16EI} = \frac{M\ell}{2EI}$
 $M = \frac{Pl}{8}, R_A = R_B = \frac{P}{2}$

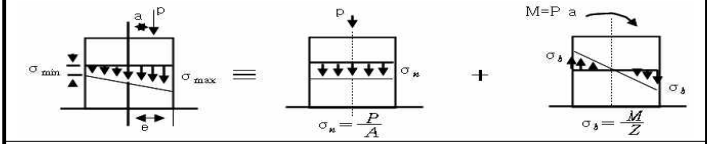
$\theta_A + \theta_B = 0$
 $\frac{wl^3}{24EI} = \frac{M\ell}{3EI} + \frac{M\ell}{6EI} = \frac{M\ell}{2EI}$
 $M = \frac{wl^2}{12}, R_A = R_B = \frac{wl}{2}$

기둥

핵심반경 : $a = \frac{K^2}{e}$, 세장비 : $\lambda = \frac{\ell}{K}$

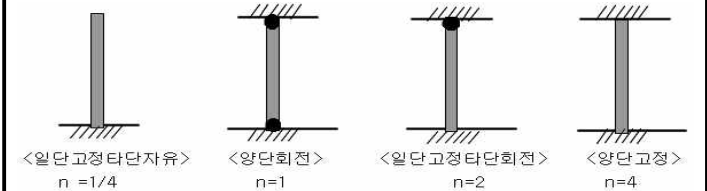
회전반경 : $K = \sqrt{\frac{I}{A}}$, 기둥의 길이 : ℓ

편심하중을 받는 단주



$\sigma_{max, min} = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{Z}$

기둥의 좌굴(오일러의 좌굴하중)



좌굴하중 : $P_{cr} = n\pi^2 \frac{EI}{\ell^2}$
 좌굴응력 : $\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = n\pi^2 \frac{E}{\ell^2} \frac{I}{A} = n\pi^2 \frac{E}{\ell^2} K^2 = n\pi^2 \frac{E}{\lambda^2}$